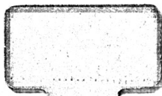
THEORIA ENTIUM SENSIBILIUM SIVE PHYSICA UNIVERSA SPECULATIVA, ...

Francois Para du Phanjas





THEORIA
ENTIUM SENSIBILIUM
SIVE
PHYSICA UNIVERSA
SPECULATIVA, EXPERIMENTALIS
SYSTEMATICA ET GEOMETRICA

OMNIUM CAPTUI ACCOMMODATA.

Accessit rerum index alphabeticus, cujus ope totum hoc opus lexici physici vices gerit.

AUCTORE
ABBATE PARA DU PHANJAS

E Gallico sermone in Latinum vertit F. T.

TOMUS QUARTUS.

THEORIA CÆLI, SIVE ASTRONOMIA GEOMETRICA, ET PHYSICA.





VENETIIS.

APUD LAURENTIUM BASILIUM
Superiorum permissu, ac Privilegio.
MDCCLXXXIII.

THEORIA

ENTIUM SENSIBILIUM.

SIVE

PHYSICA UNIVERSA.

TRACTATUS SEPTIMUS,

THEORIA CÆLI SIVE ASTRONOMIA.

1108. DEFINITIO I. Astronomia est scientia corporum cælestium opacorum, & lucidorum. Eam partiemur in *astronomiam geometricam*, seu speculativam, qua theoriam phænomenorum pertractabimus, & in *astronomiam physicam*, quæ causarum theoriam complectetur. In prima astrorum motum, ordinem, magnitudinem, figuram, distantiam trademus. In altera causam physicam investigabimus, a qua rerum universitas motum habet, & magna, quæ videmus, phænomena oriuntur.

Etsi paucis summo ingenio viris dumtaxat profunda astronomiæ arcana penetrare datum sit; confidenter asserimus, ea perutilia, quæ hoc tractatu complectemur, neminis in re philosophica versati, & studio dediti captum excedere.

Corpora cælestia opaca, & lucida.

1109. DEFINITIO II. Sole modo excepto, qui seorsim considerandus videtur, astra divi-

duntur in ſtellas fixas, in planetas, & cometas.

I. *Stellæ fixæ* vocantur aſtra per ſe lucida eandem inter ſe diſtantiam ſervantia: quædam ſtellarum collectio dicitur *ſignum*.

II. *Planetæ* vocantur aſtra quædam opaca, quæ perpetuo per cælos errant modo ad aliquas ſtellas fixas accedendo, modo ab illis recedendo: unde eorum nomen πλανητης, quod *aſtra errantia* ſignificat.

III. *Cometæ* vocantur aſtra quædam opaca planetarum inſtar, quæ in cælis aliquo tempore apparent, deinde occultantur diuturniore tempore, ut deinde iterum appareant, ſicuti regularis, & periodica eorum circa ſolem revolutio poſtulat. Aſtra hæc, quæ non ſemper, ut planetæ, viſibilia ſunt, caudata paſſim, aut comata ſunt; unde illis cometarum nomen inditum fuit a κομητης, *aſtra comata*.

Plana & axis circuli.

1110. DEFINITIO III. Quum ſæpius toto hoc tractatu de plano, & axe circuli agendum ſit, horum prius nitida notio tradenda eſt.

I. *Planum circuli* dicitur duplex ejus ſuperficies plana profunditate carens. Linea, ſeu punctum eſt in plano circuli, quum linea hæc, aut punctum hoc confunditur cum parte ſuperficiei circuli. Exempli gratia, ſi circulum immenſum concipiam per terræ centrum tranſeuntem; terræ centrum, & partes omnes circulum hunc tangentes, quæ cum ſua ſuperficie confundentur, erunt in hujus circuli plano.

II. *Axis circuli* dicitur recta per ejus centrum tranſiens, & utrinque ejus ſuperficiei perpendicularis. Exempli cauſa, ſi per centrum circuli horizontalis tranſeat linea verticalis, erit hæc axis circuli.

Aſtro-

Astronomiæ origo, & historia.

IIII. OBSERVATIO. Astronomia orbi coæva dicenda est, cujus tempus dimensa est, & anni tempora distribuit. At lente progredi debuit, quum ante telescopia inventa ægre admodum corpora a nobis adeo distantia accurate observari potuerint, quæ & motus habent complicatos, & visu difficilia sint.

Inter populos, qui scientiam hanc antiquitus coluerunt, recensendi sunt *Chaldæi*, qui plures observationes fecerunt, quæ interierunt; *Ægyptii*, quorum nonnullæ satis accuratæ observationes ad nos usque pervenerunt; & *Sinenses*, apud quos nulla vetus observatio attentione digna invenitur, & apud quos astronomia ineunte sæculo decimo sexto ab infantia nondum excesserat (520, 521, 522). Scientia hæc apud Romanos, apud Arabas, eorumque populorum successores in mediocri illo statu perseveravit, ad quem illam advexerant Chaldæi, & Ægyptii: quæ gentes Sinensibus sibi coævis hac in re multo doctiores erant. Præclari astronomiæ progressus telescopiorum inventionem, quæ nobis cælum veluti proximum fecerunt, epocham agnoscunt.

Tres summi viri præcipue astronomiam postremis hisce temporibus ad eum perfectionis apicem, ad quem in Europa evecta est, extulerunt. *Copernicus*, qui verum mundi systema, seu verum corporum cælestium ordinem invenit; *Keplerus*, qui veras suorum motuum leges detexit; *Neutonus*, qui veram horum motuum causam physicam ostendit.

I. Ante Copernicum solem, stellas, planetas circa tellurem in centro mundi immobilem converti contendebant: inde astris præposterus, & omnium motuum legibus oppositus motus tribuebatur. Copernicus tellurem inter planetas suo

vero loco constituit: stellas fecit totidem soles immotos, a quibus planetæ alii, sive astra opaca circa illas revoluta illustrarentur.

II. Ante Keplerum, post Copernicum ipsum, planetarum revolutio, quæ circularis putabatur, imperfecte admodum agnoscebatur. Keplerus detexit, planetas modo magis, modo minus a sole remotos revolutiones suas periodicas circa illum non in circuiis, sed in ellipsibus peragere ad duas leges generales, quæ omnes eorum motus calculo subiiciebant. Alibi de celebribus hisce legibus sermo erit.

III. Ante Neutonum, post Copernicum, & Keplerum ipsum, principium ignorabatur, & causa physica, qua planetæ dum circa solem convertuntur in sua orbita detinentur. Detexit Neutonus, esse hanc eorum in solem sui motus centrum gravitationem: ostendit ipse, hanc planetæ cujusvis gravitationem, puta telluris, aut Jovis, semper esse in duplicata inversa ratione planetæ a sole distantiæ; & ab hac planetarum in solem gravitatione phænomena omnia cælestia proficisci.

SE-

SECTIO PRIMA ASTRONOMIÆ.

ASTRONOMIA GEOMETRICA,

SIVE

THEORIA PHÆNOMENORUM CÆLESTIUM.

SPHÆRA ASTRONOMICA: ejus natura, & usus.

CORPORA CÆLESTIA: Stellæ, planetæ primarii, & secundarii, cometæ, parallaxis, refractio astronomica, lunæ anomaliæ, eclipses.

LEGES KEPLERI: Sive duarum celebrium legum natura in cælis explicatio, & demonstratio.

MUNDI SYSTEMATA: Systematis Copernicani explicatio, & demonstratio.

TELLUS PLANETA: Ejus figura, ejus in cælo locus, tres ejus motus, mensura temporis, & spatii, &c.

SECTIO PRIMA.

ASTRONOMIA GEOMETRICA, SIVE SPECULATIVA.

1112. OBSERVATIO. Nemo intelligentia præditus globos hos lucidos circa nos conversos non admirabitur, & harmonicos eorum motus dignoscendi desiderio non tenebitur, quibus dies, & anni mensuram obtinent, quibus terra, marique peregrinantes diriguntur, quibus agricola suorum laborum tempus agnoscit, quique privatæ, & sociali vitæ plurima afferunt adjumenta. At quam sublimi, ac sagaci ingenio præditus ille fuit, qui primus cælum universum complecti ausus est, ut illud suis observationibus, suoque calculo subijceret! Jam vero scientiæ hujus originem, & *fundamenta* investigemus. Puncta duo immobilia, seu quæ talia primis observatoribus visa sunt; omnium hac in re nostrarum cognitionum bases erunt. Puncta hæc duo sunt *centrum terræ*, & *polus visibilis*.

Etsi puncta hæc re ipsa immobilia non sint, nihil eorum mobilitas theoriæ, quam ilsa modo immobilia considerantes statuere pergimus, officiet, ut in tractatus decursu apparebit. Itaque cum primis astronomis, & observatoribus terram tamquam in centro universi immobilem consideremus; & cælum tamquam motu diurno ab oriente in occidentem converti circa terram, & circa puncta duo in cælo fixa, quorum alterum semper, alterum nunquam nobis visibile est, quæ *poli mundi* dicuntur, quod totum cælum circa illa quotidie converti videatur. Hoc nomen a græco πολεω, *verto* derivatum est.

Poli mundi, & telluris.

1113. OBSERVATIO. I. Cælum stellatum nocte conspiciens adnoto, ad quandam borealem altitudinem prope ultimum sidus signi cujusdam, quod ursa minor nuncupatur, punctum esse immobile P, quod nec oritur, nec occidit, quod semper ad eandem supra horizontem altitudinem permanet, quod in se ipsum tantum converti videtur, & circa quod quotidie ab oriente in occidentem tota cælestis machina converti videtur. Punctum hoc P est mundi *polus borealis*; vocatur quoque polus arcticus, quod ursæ majori, græce αρκτος dictæ propinquum sit; borealis vero, quod boreas a septentrione in meridiem perflet (*Fig.* 1.).

II. Linea a polo P per terræ centrum T transiens indefinite producatur. Recta hæc PTM, quam voco *axem mundi*, in firmamento ad aliud immobile punctum M pertinget, circa quod pariter quotidie tota cælestis machina ab oriente in occidentem converti videbitur. Punctum hoc M est alter mundi polus, seu *polus australis*, qui quoque antarcticus nuncupatur.

III. Pars *pm* axis mundi terram trajiciens est *axis terræ*: puncta vero bina, quibus linea hæc e terra emergit, sunt *poli terræ*, alter *p* ad septentrionem est polus arcticus, seu borealis; alter *m* ad meridiem est polus antarcticus, sive australis.

Astronomiæ fundamenta.

1114. HYPOTHESIS. Ut qua ratione mens humana astronomicas cognitiones assequi potuerit videamus, ad antiquissima tempora regredior, & sola ratione duce astra observo, & nonnullos circulos in cælo, & in tellure describo, quibus certa quædam puncta statuam, & accu-

ratis quibusdam divisionibus rerum universitatem partiar (*Fig.* 1.).

Sit in aperta planitie punctum *n*, quod mihi erit specula. Totam cæli partem HPCR supra meum horizontem HTR positam intuitu complectar. Hemisphærium cæleste superius videbo: punctum Z erit mihi verticale.

I. A semper visibili, & immobili polo P per centrum terræ rectam P TM duco: est hæc terræ, & mundi axis, in quo quotidie cælum totum ab oriente in occidentem convertitur, aut converti videtur. Linea hæc *puncta duo fixa* in cælo mihi exhibet, polos scilicet P, & M (1113).

II. A centro terræ rectam T*n* mente duco per meam speculam transeuntem, & indefinite superius productam in Z, & inferius in N. Recta hæc *duo alia* mihi exhibet in firmamento *puncta fixa*: *zenith* Z superius, *nadir* N e diametro inferius.

Lineæ duæ P TM, Z TN ad quatuor puncta fixa in firmamento terminatæ, se in terræ centro secantes sunt, aut esse possunt in eodem plano: in centro terræ siquidem angulos duos ad verticem oppositos efficiunt: porro anguli duo ad verticem oppositi semper in eodem plano esse possunt, puta, in circulo, cum quo eorum lineæ confunduntur. Duas itaque lineas ad quatuor puncta fixa in cælo terminatas in eodem circuli plano constituo.

III. Itaque ductis a polo boreali P ad zenith Z, hinc ad polum australem M, inde ad nadir N, & ab hoc ad polum borealem quatuor rectis, concipio lineam a centro terræ ad unum ex his punctis ductam converti secus lineas, quibus quatuor ea puncta fixa junguntur. Radius hic TP, exempli gratia, sua revolutione circulum PZAMNBP describet, cujus planum per meum zenith Z, per nadir N, & per duos mundi polos transibit: est hic *meridianus* cæ-

cælum, & terram bifariam dividens, parte una ad orientem, altera ad occidentem vergente, ſub quo quotidie totum firmamentum tranſire videbo.

IV. A centro terræ aliam rectam duco T A meridiani radio æqualem, & mundi axi perpendicularem, eamque circa hunc axem converti concipio. Linea hæc alium circulum ATB deſcribet, cujus axis P M per polos terræ tranſiens ad mundi polos pertinget; & cujus planum ab oppoſitis polis æque diſtabit: erit hic *æquator*, qui terram, & cælum bifariam dividet altera parte auſtrum, altera boream reſpiciente: hunc vero ſub diverſis angulis a planetarum orbita in annua revolutione biſectum videbo.

V. Adhuc a centro terræ aliam rectam T H duco radio meridiani æqualem, & lineæ ZTN meum zenith, & nadir attingenti perpendicularem; hanc vero concipio circa lineam Z T N revolutam. Linea hæc T H tertium circulum H T R deſcribet, cujus axis meum zenith, & nadir attinget, planum vero ubique a duobus hiſce punctis æquæ diſtabit: erit hic meus *horizon*, in cujus plano ſolem, & planetas ad diverſa puncta orir, & occidere modo magis boream, modo magis auſtrum verſus videbo. Circulus hic, ut & duo præcedentes cælum, & terram in duo *æqualia hemiſphæria* partitur.

VI. Facile quotquot libuerit circulos in cælo mente ducam eadem methodo: his *ſphæra aſtronomica* conficietur, quæ aliqua materia ſolida conſtructa etiam *ſphæra armillaris* nuncupatur. (*Fig.* 58)

Sphæra armillaris aſtronomicæ imago *ſex maximis circulis* conſtat: ſunt hi meridianus MN, æquator A B, horizon H H, Zodiacus D E, & duo coluri (1133); & *quatuor circulis minoribus*, qui ſunt duo tropici C D, E F; & duo circuli polares M, & N. Maximorum circulorum centrum eſt ipſum terræ centrum: minores

 extra

extra centrum terræ centrum habent, puta in axe mundi, aut in alia linea centro terræ ad firmamentum ducta.

His indicatis de ea ratione, qua mens humana astronomicas cognitiones assequi potuit, præclaras hac de re cognitiones acquisitas per partes exponemus. Toto hoc tractatu id præstabimus, in quo præ ceteris omnibus ordine, & perspicuitate opus est. Prima hac sectione in quinque articulos distributa de sphæra cælestium corporum, de legibus Keplerianis, de vero mundi systemate, de tellure planeta sermo erit.

ARTICULUS PRIMUS.

THEORIA SPHÆRÆ.

1115. DEFINITIONES. *Sphara* solidum est seu verum, seu apparens semicirculi PBM circa suum axem PTM revolutione genitum. Talis est, aut esse videtur mundus visibilis, quem veluti a pluribus circulis rectum considerare pergimus. (*Fig.* 1.)

In immenso hoc orbe, qui quotidie circa tellurem convertitur, aut converti videtur, *poli mundi* vocantur puncta duo immobilia P, & M circa quæ diurnæ revolutiones fiunt; *axis mundi* linea recta PTM per centrum terræ ad polos terminata; *zenith* punctum cæli Z, aut C, aut A nobis imminens, ad quod pertingit recta T*n*Z a terræ centro per pedes nostros ad cælum ducta; *nadir* punctum cæli nobis inferius, ad quod pergit recta *n*gN, vel *cf*F a nostris pedibus per centrum terræ ad cælum inferius ducta; *antipodes* punctum superficiei terrestris *g* vel *f*, ubi linea hæc inferius e terra emergit, ut ad nadir producatur: *firmamentum* fornix ille seu verus, sive apparens, cui corpora

cælestia affixa videntur; *spatia cælestia* spatium omne inter terram, & firmamentum interceptum.

Ex his definitionibus apparet, duo tantum in cælo puncta esse, quæ mundi poli dici mereantur, scilicet puncta P, & M; verum totidem haberi diversa zenith, & nadir, quot in terrestri superficie puncta sunt, quibus insistere observator posset. Hic in *n* situs nadir habet punctum N, zenith vero punctum Z; in *p* positus zenith habet punctum P, nadir vero punctum M. Idem dicas de antipodibus: observator in *b* antipodas habet in *a*: observator in *a* antipodas habet in *b*; si in *c* sit, ejus antipodes erunt in *f*; si in *m*, antipodas habebit in *p*; atque ita de ceteris. Hinc sequitur, Parisiorum, exempli gratia, zenith, nadir, & antipodas nihil cum iis Romæ, Mantuæ Carpetanorum, aut Petropoleos habere commune.

SPHÆRÆ CIRCULI MAXIMI.

Meridianus.

1116. DEFINITIO. (*fig.2.*) Loci cujusque *meridianus* est circulus maximus, cujus planum per loci zenith, & nadir transit, per centrum terræ, & per terræ, & mundi polos. Circulus hic meridianus dicitur, propterea quia quum centrum solis in ejus plano est in sua supra horizontem revolutione hoc in loco meridies est, sole tunc ab horizontis punctis sui ortus, & occasus æque distante. Æque tunc meridies est in terrestribus locis omnibus in plano hujus circuli supra horizontem sitis.

Patet, totidem meridianos dari, quot in telluris peripheria *sts* puncta sunt; meridianus enim semper, & ubique per zenith transit; & totidem sunt zenith, quot in terræ peripheria *sts* puncta sunt. Quare loci alicujus meridianus

nus non erit alterius loci magis orientalis, aut occidentalis meridianus: verum loci alicujus meridianus esse potest alterius loci magis borealis, aut australis meridianus; meridiani enim planum a borea in austrum, non vero ab oriente in occidentem directum est.

Horizon.

1117. DEFINITIO. Duo horizontes (*) distinguendi sunt, alter horizon rationalis, & astronomicus, alter sensibilis. (*fig. 1*)

I. Loci cujusque *horizon rationalis* est circulus maximus, cujus axis ad loci hujus zenith, & nadir terminatur, & cujus planum per terræ centrum transiens ubique a loci hujus zenith, & nadir distat (1114, V). Hujus circuli planum cælum, & terram bisecat in duo hemisphæria æqualia, alterum supra alterum infra hoc planum. Hujus circuli peripheria ubique a zenith, & a nadir distat gradibus 90. Horizon rationalis puncti *n* est circulus HTR.

II. Horizon sensibilis cujusque loci est circulus eundem axem habens cum horizonte rationali, & cujus planum postremi hujus plano parallelum non jam per terræ centrum, sed per superficiem transit in ipso puncto, cujus est horizon. Horizon sensibilis paulo minor horizonte astronomico ab hoc ubique distat toto telluris radio, leucis scilicet ferme 1430: quæ differentia in cælo nulla est, ubi duo hi horizontes ad sensum confunduntur. Si linea *hnr* semper perpendicularis perseverans lineæ TZ circa punctum

(*) ETYMOLOGIA. *Horizon ab* ὁρίζω, *finio.* ὁρίζων, *circulus hemisphærium nostrum, & cæli aspectum terminans, seu cælum in duas æquales partes secans, quarum altera semper visibilis est.*

ctum *n* converteretur, circulum describeret, qui esset puncti *n* horizon sensibilis astronomico HTR ejusdem loci parallelus.

Quum a loco ad locum transimus, utrumque horizontem mutamus; aliud enim zenith, aliudque nadir habemus: axis vero horizontis semper per duo hæc puncta transit.

Linea meridiana.

1118. DEFINITIO. Plana meridiani, & horizontis sensibilis se ad angulos rectos secant; axis enim horizontis est in plano meridiani, & eorum communis sectio est linea recta: *hæc linea recta*, seu alia quævis linea huic parallela in plano meridiani supra horizontem, est *linea meridiana*.

Æquator.

1119. DEFINITIO. *Æquator* (*fig.* 2) est circulus maximus A *n* B *a* AT, cujus axis PTM transit per centrum terræ, & per terræ, ac mundi polos; & cujus planum ubique ab his polis æque distat. Pars hujus circuli terram attingens est æquator terrestris *t*: dicitur hic *linea æquinoctialis*: hanc prætergredi est a parte boreali ad australem æquatoris transire (494, IV.)

I. Æquator dicitur quoque *circulus æquinoctialis*; quum enim in ipso est sol, ubique dies noctibus æquales sunt: hoc bis in anno contingit, initio veris quum sol ab austro in boream transit, aut transire videtur; & initio autumni, quum a borea sol in austrum redit.

II. Æquator diurna sua circa tellurem revolutione ab oriente in occidentem dies metitur. Jam vero quum æquator, ut quivis circulus, in gradus 360 divisus sit, & dies horas habeat 24, si per 24 dividantur 360, inveniemus 15 gradus æquatoris horæ uni respondere. Quare hora una ali-

aliquod æquatoris punctum ab horizonte superius, aut inferius feretur per gradus 15, duabus horis per gradus 30; atque ita porro. Idem dicas de circulis KN, RS, aliisque æquatori parallelis.

1120. NOTA I. Horizon semper a zenith determinatur; hoc vero semper gradibus 90 ab horizontis peripheria distat (1117. Quare. (*fig.* 1)

I. *Quum zenith A, aut B est in æquatore*; planum horizontis per mundi polos transit P, & M. Tunc tantum æquator ABA, & horizon PMP ad angulos rectos sese intersecant.

II. *Quum zenith est inter polos, & æquatorem*, puta in Z; horizon HTR infra unum ex polis P deprimitur, supra alterum M attollitur, & æquatori ATB inclinatur; arcus vero PH, vel RM polo visibili, & horizontis plano interceptus semper altitudini poli P supra horizontem visibilis æqualis est.

III. *Quum zenith est in ipsis polis* in P, aut in M; plana horizontis, & æquatoris confunduntur: æquator, & horizon sunt idem circulus ATB, cujus planum a polis gradibus 90 ubique distat.

1121. NOTA II. Zenith cujusque loci, & polus visibilis semper in plano sunt meridiani ejus loci (1116). Jam vero quoniam polus gradibus 90 ab æquatore distat, & zenith quoque gradibus 90 ab horizonte (1117); patet quantum zenith Z ad visibilem polum P accedit, tantundem horizontem TH infra hunc polum visibilem P deprimi; & poli altitudinem PH æqualem esse distantiæ ZA zenith ab æquatore. HPZ=90 gradibus: PZA=90 gradibus aufer partem communem PZ: remanet utrinque, HP=ZA. (*fig.* 1)

Hinc sequitur, *distantiam zenith ab æquatore esse altitudini poli æqualem*; & *distantiam zenith a polo esse complemento altitudinis poli æqualem*. Exempli gratia, si in meridiano polus P

3°

30 gradus supra horizontem H attollitur; zenith Z distat ab æquatore A gradus 30, & a polo P 60.

Ecliptica.

1122. DEFINITIO. *Ecliptica propriè curva est, quam in annua sua revolutione centrum terræ circa solem describit, a centro solis immobilis visa, & ad firmamentum relata*: aut, si apparentiæ stemus, *ecliptica* circulus est, quem centrum solis in annua sua revolutione in firmamento describere videtur ab austro in boream, & a borea in austrum. Curva hæc telluris, hic solis circulus idem sunt: linea scilicet R *a* N *n* R in firmamento. (*fig.* 2)

Posita terra immobili, si toto anno observaremus cuinam firmamenti puncto centrum solis singulis diebus respondeat eadem hora, puta meridie; appareret centrum solis non jam quotidie eidem puncto *a* firmamenti respondere, sed quotidie meridie in puncto esse gradum unum orientem versus magis vergente: hodie in *a*, cras in *r*, post cras in *b*, deinde in *c*, in N, in *d*, in *e*, in *n*, in *f*, in *g*, in R, in *h*, in K, in *a*; horum vero punctorum meridie observatorum summam anni unius decursu peripheriam circuli RTN in firmamento describere, cujus planum per terræ centrum transiret, & ad planum æquatoris ATB gradibus 23, & minutis ferme 28 inclinatum esset. Circulus hic RTN est *ecliptica*, in cujus plano solis, & telluris centra semper sunt. Eclipticæ nomen illi est a solis, & lunæ eclipsibus, quæ omnes in ejus plano contingunt.

I. Eclipticæ RTN planum (1110) æquatoris ATB plano nec parallelum est, nec perpendiculare, sed obliquum. Hanc eclipticæ obliquitatem ad æquatorem metitur angulus RTB, vel NTA, qui anno 1770 erat ferme graduum 23, 28′, 7″, 7‴. Alibi num hæc clipticæ

cæ obliquitas variabilis fit investigabimus; num angulus NTA augeatur, aut minuatur, an idem semper maneat. (1381)

II. Eclipticæ axis DTE, & æquatoris axis PTM eum inter se angulum faciunt, quem eorum plana se in centris ad terræ centrum secantia: axes hi ergo eam inter se, quam plana inclinationem habent. Puncta duo cæli, ad quæ eclipticæ axis pertingit sunt *poli ecliptica*; puncta hæc ergo D, E a polis mundi P, M anno 1770 distabant ferme gradibus 23, 28', 7'', 7'''.

III. Quum ecliptica, & æquator se in centris ad terræ centrum secent, patet, *eclipticam dimidiam TN ad æquatoris partem borealem esse, alteram dimidiam ad australem.*

Sol qui anno uno eclipticæ peripheriam percurrit quotidie gradum ferme unum ab occidente in orientem progrediens, erit ergo æquatori modo ad boream, modo ad austrum, quum bis in anno per æquatoris ATB planum transeat.

Circuli æquatori paralleli.

1123. OBSERVATIO. I. Quum sol est in *a* in æquatoris, & eclipticæ intersectione initio veris; ea die *diurnam revolutionem* facit in æquatore cum puncto *a*, quod in ecliptica cælesti occupat. (*fig.* 2)

II. Quum sol singulis diebus gradum unum ferme in ecliptica progrediens, & successive in singulos dies pergens ab *a* in *r*, ab *r* in *b*, a *b* in *c* pervenit in N ad solstitium æstivum, & ad æstatis initium; eo die *revolutionem diurnam* circa terram peragit ad borealem æquatoris partem in circulo NKN cum puncto N, quod in firmamento, & in ecliptica occupat, aut occupare videtur.

III. Quum sol quotidie gradum unum ab occidente in orientem in ecliptica progrediens post eclipticæ puncta omnia *denfg* percursa pervenerit

sit in R initio hyemis; eo die *revolutionem diurnam* circa terram peraget ad partes æquatoris australes in circulo R S R cum puncto R, quod in cælo occupare videtur, & quod cum sole circa terram ab oriente in occidentem converti videtur, in circulo R S R æquatori A B parallelo.

IV. Si sol in revolutione sua circa eclipticam ab occidente in orientem a gradu ad gradum saltu transiret integram diem in eodem puncto persistens, & sequenti die ad aliud punctum gradum unum distans saltu transiens; in diurnis suis circa terram revolutionibus tot circulos R S, A B, N K *æquatori parallelos* describeret, quot dies annus habet. At vero quum annuus solis motus in ecliptica successivus, & perpetuus sit; patet, solem in motu annuo cum diurno composito non jam peripherias invicem sejunctas 365 describere, & æquatori parallelas, sed *spirales duas continuas*, quarum una in R incipit, in N desinit, altera in N incipit, in R desinit.

Quamobrem solis motu apparente ut vero considerato, quælibet hujus astri diurna circa terram revolutio spiralis est paululum æquatori inclinata, quæ tamen tanquam circulus æquatori parallelus ad sensum censeri potest, quum insensilis sit ejus inclinatio. Sol ergo diurnis suis seu veris, sive apparentibus revolutionibus unius anni curriculo spiras describit ferme 365 $\frac{1}{2}$, quæ tanquam totidem circuli æquatori paralleli haberi possunt: hinc totidem in sphæra astronomica *circuli æquatori ad sensum paralleli*.

Poli ecliptica.

1124. PROBLEMA. *Poli borealis eclipticæ positionem nullo instrumento astronomico proxime invenire.* (*fig.* 2)

SOLUTIO. Ex dictis de ecliptica sequitur, fiin

ſi in cælo circa mundi polum P deſcribatur DGD, cujus radius *v*,G ab axe mundi procedens ad gradus 23, 28, 7″, 7‴ protendatur in cælesti peripheria circa polum P, polum eclipticæ futurum in peripheria circuli hujus DGD. At quodnam in hac peripheria punctum eclipticæ polus eſt? hoc inveniendum eſt. (*fig.* 3)

Omnibus in cælo notum eſt ſignum perpetuo apparens, quod *urſa major* nuncupatur, ſeu *currus David*: re ipſa aliquatenus currus figuram præſefert: ſtellæ quatuor A B C D rotas referunt, aliæ tres F G T temonem.

I. Si per ſtellas A, B ducatur mente recta indefinita BAX ad boream, linea hæc ſtellæ polari P proxima tranſibit, quæ tantum a ſtella A diſtat, quantum A a ſtella T. Polaris hæc eſt in cauda alterius ſigni æque ſtellis ſeptem, minus tamen lucidis, compoſiti, quod dicitur *urſa minor*, græce *αρκτο*, unde propinquus polus arcticus dictus fuit. Stellæ duæ *a*, & *b* urſæ minoris magis a polare remotæ, quæ caudæ *c* P poſtrema eſt, dicuntur *urſa minoris cuſtodes*.

II. Si altera linea ducatur indefinita CDZ, hæc *polo boreali ecliptica* proxima tranſibit, qui eſt in linea DZ, & in linea per ſtelles *a*, & *b* ducta. Erit ergo polus hic in Z.

III. Recta ab hoc eclipticæ polo ad terræ centrum ducta, & ad oppoſitam firmamenti partem indefinite producta pertingit *ad auſtralem ecliptica polum* nobis inviſibilem.

Poli hi eclipticæ D, & E (*fig.* 2), qui ſunt duo puncta in firmamento definita, & quorum auxilio aſtrorum latitudinem metimur, quotidie aut re, aut apparenter circa æquatoris, & mundi polos ab oriente in occidentem convertuntur. Sella polaris P (*fig.* 1) non eſt in ipſo polo, ſed proxima eſt, & ex ipſa invenitur. (1355)

Zo-

Zodiacus, & duodecim signa.

1125. DEFINITIO. *Zodiacus* est zona circularis DTED in firmamento sexdecim ferme gradus lata, & in toto suo ambitu ab ecliptica bisecta (*fig.* 58). Zona hæc præter eclipticam, sive annuam solis orbitam, seu mavis terræ, annuam orbitam continet planetarum omnium primariorum, quæ singulæ eclipticam sub diversis angulis bifariam secant, & quæ modo paulum accedentes, modo recedentes in cælo vestigia signare videntur iis similia, quæ in ampla via currus prætereuntes relinquunt. Zodiacus duodecim illustria signa complectitur, quæ *duodecim zodiaci signa* nuncupantur. Nomina, quibus insigniuntur, & notæ, quibus indicantur sunt hujusmodi. Aries ♈, Taurus ♉, Gemini ♊, Cancer ♋, Leo ♌, Virgo ♍, Libra ♎, Scorpius ♏, Sagittarius ♐, Capricornus ♑, Aquarius ♒, Pisces ♓. Duobus sequentibus versibus eorum nomina, & ordo continentur.

Sunt aries, taurus, gemini, cancer, leo, virgo,
Libraque, scorpius, arcitenens, caper, amphora, pisces.

I. Etsi duodecim signa hæc totum Zodiaci ambitum complectantur, non tamen æquale spatium in cælis occupant. Veteres astronomi singulis æquale spatium assignarunt, gradus scilicet 30 eclipticæ, incipiendo a signo arietis, cujus primum punctum tunc temporis æquinoctio verno satis accurate respondebat. Hoc itaque primum arietis punctum tanquam primum eclipticæ punctum assumptum fuit, sive illud, a quo signa ab occidente in orientem numerari inciperent directione *a* N *n* R *a*. Quamobrem ordo signorum est ab occidente in orientem: aries *ab* est tauro *bc* magis occidentalis, hic vero

ro magis geminis *c* N atque ita porro. (*fig.* 2)

II. At duodecim signa, quæ antiquis astronomis puncta fixa erant, modo non amplius in cælo sunt respectu æquatoris, & æquinoctiorum, ut tunc (bis mille jam annis) erant. Signum enim arietis, quod tunc totum erat in *a b*, modo totum est in *b c*; & signum piscium, quod tunc erat in K *a*, modo totum est in *a b*. Signa hæc respectu æquatoris A *a* B *n* A mobilia, ad quem lentissimo motu semper accedunt, aut a quo recedunt, nequeunt ergo esse amplius punctum fixum respectu æquatoris. Quare recentiores astronomi, neglectis his signis respectu æquatoris mobilibus, pro primo signo assumunt primos triginta gradus *a b* eclipticæ ad boream æquatoris a puncto æquinoctiali verno numerando; pro secundo signo sequentes 30 gradus *b c* ab occidente in orientem procedendo; atque ita porro.

Duodecim hisce eclipticæ divisionibus vetera nomina astronomica remanserunt. Exempli causa, adhuc *signum arietis* vocatur prima divisio *a b*, etsi totum arietis signum modo sit in secunda divisione *b c*. Adhuc *signum tauri* nuncupatur divisio *b c*, etsi totum hoc signum in tertia divisione *c* N sit; atque ita porro. Quare nomen signi arietis, aut libræ, exempli causa, non amplius respicit signa, quæ exprimit; sed tantum primam, & septimam zodiaci divisionem, singulas graduum 30, exprimit.

III. Quum ecliptica, & zodiacus ab æquatore bifariam secentur: patet, dimidum zodiacum esse æquatori borealem, dimidium australem Sex prima signa primo versu inclusa vocantur *signa borealia*, quum semper sint in boreali zodiaci parte *a* N *n*; sex alia altero versu inclusa semper in australi zodiaci parte sunt, & *signa australia* dicuntur.

IV. Quum centrum solis semper in eclipticæ plano situm illam anno uno percurrat, sol suc-

ces-

cessive mensem singula signa tenet, seu singulas 30 graduum divisiones. Quum dicimus, *sol est in hoc signo*, puta, in data stella arietis, significat hoc, solem e terra visum videri in eodem cæli puncto, in quo stella illa; sive solem medium inter tellurem, & stellam illam esse in recta, quæ per centra telluris, solis, & stellæ illius transiret.

V. Quum sol in annua sua revolutione successive in ecliptica signa omnia zodiaci percurrat, hæc vero alia magis, alia minus supra horizontem nostrum elevata sint, *signa ascendentia* dicuntur, quæ sol percurrit supra horizontem nostrum in dies magis assurgendo, *signa* vero *descendentia* quæ sol percurrit in dies minus supra horizontem assurgendo. Signa ascendentia R *a* N sunt capricornus, aquarius, pisces, aries, taurus, gemini; descendentia N *n* R sunt cancer, leo, virgo, libra, scorpius, sagittarius (*Fig.* 1).

1126. NOTA. Si annus dies haberet tantum 360, sicuti ecliptica, & circulus quivis 360 tantum gradus habet, sol in annua circa zodiacum revolutione signi gradum singulis diebus percurreret. At quum annus habeat dies 365, horas 5, minuta 48, & secunda ferme 45, plures sunt in anno dies, quam in ecliptica gradus. Non ergo quotidie gradum integrum eclipticæ percurret, sed aliquanto minus.

Parum admodum astronomiæ interest scire quare veteres astronomi Græci, & Ægyptii iis nominibus signa zodiaci insigniverint. Hic itaque tantum monebimus, quum plæraque signa animalium nomine vocentur, ideo eorum zonam zodiacus (ζωδιακὸν) dictam fuisse a græca voce ζῶον, *animal*, quasi *animalium zonam*.]

Omn-

Puncta cardinalia, æquinoctialia, solstitialia.

1127. DEFINITIO I. *Quatuor puncta cardinalia* sunt: septentrio, meridies, oriens, & occidens æquinoctiorum (*Fig.* 2).

Sit PtM/P planum meridiani: $AnBaA$ planum æquatoris: horum circulorum axes (1110) dant quatuor puncta cardinalia. Axis PTM æquatoris dat in cælo septentrionem P, & meridiem M. Axis A/TtB meridiani dat in cælo verum orientem A, & verum occidentem B: est hic oriens, & occidens æquinoctiorum ab illo solstitiorum diversus. In solstitio hyemali sol oritur, & occidit magis meridiem versus in S R.

1128. DEFINITIO II. *Puncta æquinoctialia* sunt puncta duo *a*, & *n*, ubi ecliptica, & æquatur se in cælo secant; alterum *a* est *punctum æquinoctiale vernum*; alterum *n punctum æquinoctiale autumnale*.

Quum solis centrum in alterutro horum punctorum est, dies toto orbe nocti æqualis est: hinc eorum nomen. Puncta æquinoctialia variabilia sunt, ut quamprimum explicabimus; neque enim semper eidem cæli puncto respondent (*Fig.* 2).

1129. DEFINITIO III. *Puncta solstitialia* sunt in ecliptica puncta N, & R omnium proxima polis mundi P, & M. Punctum N eclipticæ omnium polo arctico P proximum est *punctum solstitiale æstivum*; punctum R eclipticæ omnium polo antarctico M proximum est *punctum solstitiale hyemale*.

Puncta solstitialia semper ab æquinoctialibus distant gradus 90. Quare, ut hæc, mobilia, & variabilia sunt.

1130. DEFINITIO IV. Æquinoctia, & solstitia peculiarem definitionem postulant, qua probe intelligantur (*Fig.* 3). I,

Theoria phænomenorum cælestium.

I. *Æquinoctium* dicitur momentum temporis, quo sol est in plano æquatoris A B: contingit hoc bis in anno. Sol a meridie ad boream æquatoris transiens efficit in *a* æquinoctium vernum, quod contingit ad diem 20 martii: dies, & momentum, quo fit hic transitus, dies est, & momentum æquinoctii. Sol deinde a borea ad austrum æquatoris transiens efficit in *n* æquinoctium autumnale, quod ad diem 23 septembris contingit: dies & momentum hujus transitus dies est, & momentum hujus æquinoctii.

II. *Solstitium* dicitur momentum, quo centrum solis est in duobus punctis solstitialibus N, & R. Quum centrum solis est in puncto solstitiali N ad primum punctum cancri, seu quarti signi, habetur solstitium æstivum, quod ad diem 21 junii contingit. Quum sol est in puncto solstitiali R ad primum punctum capricorni, seu decimi signi, habetur solstitium hyemale, quod ad diem 21 decembris contingit (*Fig.* 2.).

Eclipticam R *a* N *n* R sol revolutione annua percurrendo successive ad æquatorem A B accedit, & ab eo recedit. Verum duo sunt tempora, quibus per aliquot dies veluti *stationarius* videtur, seu nec ad æquatorem accedere, nec ab illo recedere: contingit hoc duobus, aut tribus diebus solstitia tum præcedentibus, tum sequentibus. *Solstitium*, quasi *solis statio*.

Precessio æquinoctiorum.

2131. OBSERVATIO. Supponamus primo in ecliptica *a* N *n* R *a* stellas esse 25740 omnes invicem æque distantes, secundis scilicet 50, & tertiis 20. Supponamus deinde in telluris diaphanæ centro T oculum quovis anno æquinoctium vernum observantem, seu momentum, quo sol ab austro ad boream æquatoris A T B transit. Oculus hic videbit quæ sequuntur (*Fig.* 2).

I. Si hoc anno in ipso æquinoctio verno cen-

trum solis in firmamento respondet stellæ *a*; anno proximo in ipso æquinoctio verno respondebit centrum solis stellæ sequenti, magisque occidentali *x*, quæ in ipso æquinoctio erit in plano æquatoris. Inde sequitur, *puncta æquinoctialia, & solstitialia quotannis regredi in antecedentia signorum ferme secundis quinquaginta cum 20 tertiis*; adeoque puncta æquinoctialia, & solstitialia præsentia *præcedere* in diurna revolutione sive oriundo, sive occidendo, sive meridianum attingendo antiquiora puncta æquinoctialia, & solstitialia: est hæc *præcessio æquinoctiorum*, a qua æque solstitia afficiuntur, quæ semper ab æquinoctialibus punctis anni decurrentis 90 gradibus distant.

Juxta celebrem Abbatem Cailleum præcessio media æquinoctiorum est secundorum 50, & tertiorum 20: importat hæc regressum gradus unius annis 71, & mensibus sex; gradus duos annis 143; gradus 360 annis 25740 (*Fig.* 2).

II. Stella *a*, quæ anno proxime superiore erat in plano æquatoris in ipso æquinoctio verno, hoc anno in ipso æquinoctio erit paulo æquatori borealis; hoc enim æquinoctii verni momento stella *x* est in plano æquatoris, & stella *a* quinquaginta ferme secundis in orientem processit in boreali parte eclipticæ. Hinc sequitur, eclipticam, adeoque firmamentum totum *præter revolutionem diurnam ab oriente in occidentem* circa mundi axem PTM, *aliam lentissimam revolutionem subire ab occidente in orientem* circa eclipticæ axem DTE. Alibi ostendemus, binos hos motus tantum apparentes esse; & totum cælum stellatum esse perpetuo immobile.

III. Quum ex eclipticæ revolutione circa suum axem ab occidente in orientem, puncta omnia *hkyx* eclipticæ successive fiant puncta æquinoctialia verna; sequitur, *stellas quasdam meridionales hkyx perpetuo ad æquatorem accedere; alias quasdam septentrionales arbc perpetuo ab*

æqua-

æquatore recedere. Quare post aliquot sæcula totum firmamentum positionem mutasse videri debet: sicuti re ipsa est. Signum enim piscium, quod erat in *kyxa* ad austrum æquatoris ante annos 2000, modo est in *arb* ad boream æquatoris. Ipsum annis 71 $\frac{1}{2}$ ab occidente in orientem gradum unum progreditur.

Itaque si stella *a* modo est in æquatore ad punctum æquinoctiale vernum; eadem ipsa erit in N post annos 6435; in *n* post annos 12870; in R post annos 19305; iterum in *a* ad punctum æquinoctiale vernum post annos 25740.

Quum stella *a* est in eclipticæ, & æquatoris intersectione *a*, aut *n*; suas diurnas revolutiones peragit in plano æquatoris. Quum hæc eadem stella *a* est in N ad punctum solstitiale æstivum, suas diurnas revolutionesperagit in tropico cancri NKN ad boream æquatoris. Quum hæc eadem stella *a* est in R ad punctum solstitiale hyemale, suas diurnas revolutiones peragit in tropico capricorni RSR ad austrum æquatoris; atque ita porro.

IV. Quum puncta æquinoctialia, & solstitialia cujusque anni temporis initium, & finem definiant, ipsaque retrograda sint, & solem veluti præcedant in sua annua revolutione, sequitur, *solem totam eclipticam non percurrere a puncto æquinoctiali verno ad punctum æquinoctiale vernum anni sequentis transeundo*: tantum eclipticæ gradus percurrit 359, minuta 59, secunda 9, tertia 40.

Exempli causa, sit hoc anno æquinoctium vernum in puncto *a*. Sol ut adveniat ad sequens æquinoctium vernum, eclipticæ partem tantum *aNnRx* percurret; punctum enim *x* erit anno proximo in plano æquatoris quum centrum solis ab australi in borealem eclipticæ partem transibit. Hac itaque annua revolutione sol totam eclipticam percurret, dempto arcu *xa* secundorum 50, & tertiorum 20. Hac observa-

tione quam primum ostendemus quare annus tropicus anno sidereo brevior sit.

1132. DEFINITIO. Ex hac observatione sequitur, *præcessionem æquinoctiorum* esse tantum motum realem, sive apparentem in firmamento circa eclipticæ axem D T E ab occidente in orientem; ex quo motu puncta æquinoctialia, & solstitialia per hos dies semper sunt quotannis in puncto magis occidentali eclipticæ in antecedentia signorum; & puncta æquinoctialia, & solstitialia anteriora tantundem posteriora antecedere in consequentia signorum ab occidente in orientem. Semper punctum postremi æquinoctii verni sumitur pro primo eclipticæ puncto. Ab Hyparcho ad nos usque puncta æquinoctialia, & solstitialia retrocesserunt gradibus ferme 27.

Coluri.

1133. DEFINITIO I. *Colurus æquinoctiorum* dicitur circulus, cujus planum transit & per mundi polos P, M, & per puncta æquinoctialia *a*, *n* (*Fig.* 2).

Planum hujus circuli perpetuo regreditur ab oriente in occidentem in antecedentia signorum, non secus ac puncta æquinoctialia, quibus semper affixum est. Arcus sui regressus est secundorum 50, & tertiorum 20 quotannis (1131).

II. *Colurus solstitiorum* dicitur circulus, cujus planum per mundi polos P, M transit, & per duo puncta solstitialia N, & R: circulus hic quotannis regreditur in antecedentia signorum, ut præcedens.

Circuli hi duo se ad angulos rectos secant a suis centris ad terræ centrum; & quotannis eclipticam secant in punctis *a x y k* in occidentem progredientibus in antecedentia signorum. Dicuntur *coluri*, seu mutili, quia toti non videntur supra horizontem ab iis, qui regiones citra, aut ultra æquatorem incolunt: itaque in pa-

parte ab observatore magis remota veluti truncati apparent κόλοι τὴν οὐρὰν : *mutili caudæ*.

Circuli minores sphæræ.

1134. DEFINITIONES. I. *Tropicus cancri* dicitur circulus NKN æquatori ABA parallelus, cujus axis est ipse axis mundi, & cujus planum transit per primum punctum cancri, seu per æstivi solstitii punctum N (*Fig.* 2).

II. *Tropicus capricorni* dicitur circulus RSR æquatori parallelus, cujus axis est ipse mundi axis ATM, & cujus planum transit per primum punctum capricorni, seu per solstitii hyberni punctum R (494).

Circuli hi duo æquatori, & inter se paralleli distant singuli ab æquatore gradibus 23, 28′, 7″, 7‴. Arcus NAS, sive RBK motum annuum verum, sive apparentem solis metitur ab austro in boream, & a borea in austrum. Arcus hic dimidius maximam hodiernam eclipticæ obliquitatem æquatori metitur.

III. *Circuli polares* dicuntur circuli duo DGD, FEF æquatori, & inter se paralleli, quorum axis est axis mundi, radius recta a polis eclipticæ ad axem mundi perpendicularis, & cujus peripheria ubique a polis mundi P, & M tantundem distat, quantum puncta solstitialia N, R ab æquatore AB, scilicet 23°, 28′, 7″, 7‴.

Quatuor hi minores circuli æquatori, & inter se paralleli cælum, & terram dividunt in sex zonas, de quibus jam alibi (494): hic iterum earum genesim, & principia astronomica proferam.

Zonæ terrestres, & cælestes.

1135. HYPOTHESIS (*Fig.* 1). Si diameter GTF sphæræ cælestis revolutionem complet circa axem mundi PTM semper eandem incli-

nationem C T P servans ad hunc axem, patet, diametrum C T F descripturam conos duos CTDC, FTEF vertice ad centrum terræ oppositos. Jam vero conos hos in cælesti, & in terrestri superficie perpendamus.

I. Dum punctum C in cælo peripheriam CDC describit, ejusdem radii T C punctum *c* in superficie terrestri peripheriam *cdc* describit. Peripheriæ hæ duæ C D C, *cdc* inter se, & æquatori parallelæ sunt angulus C T P, vel *cTp*, qui eas a polis separat, utrique idem est; sicuti & angulus C T A, vel *cTa*, a quo ab æquatore sejunguntur.

II. Dum punctum F in firmamento describit peripheriam F E F, punctum *f* in superficie terrestri peripheriam *fef* describit. Duæ hæ peripheriæ F E F, *fef* inter se, & æquatori parallelæ sunt: peripheria cælestis distat a polis mundi, & ab æquatore cælesti quantum minor peripheria distat a terræ polis, & æquatore.

III. Quum duæ majores peripheriæ C D C, F E F ubique ab æquatore, A T B æque distant, etiam a polis cælestibus P, M æque distant. Ita quoque minores peripheriæ terrestres *cdc*, *fef* ab æquatore terrestri *aba*, & a terrestribus polis *p*, & *m* æque distant.

Hinc sequitur, *revolutionem diametri, aut radii sphæra cælestis circa axem mundi easdem facere divisiones in cælesti, ac in terrestri superficie*. Corollarium hoc memoria retineri meretur; astronomiæ siquidem, & geographiæ lucem sæpius affert.

1136. PROBLEMA. *Zonarum cælestium, & terrestrium genesim explicare, & magnitudinem determinare* (*Fig. 2*).

SOLUTIO. Tellure hic quoque immobili supposita in centro firmamenti, ut esse videtur, plures radios concipiamus a terræ centro ad cælum ductos, & sub angulis quibusdam constantibus sese circa mundi axem P T M convertentes:

tes: cælum, & terram videbimus in proportionales circulares zonas dividi ab occidente in orientem (494).

I. Radius TB axi mundi perpendicularis circa hunc axem conversus cælestem æquatorem BAB, & terrestrem *t s t* efficiet: cælum, & terram in duo hæmisphæria æqualia boreale unum, australe alterum dividet.

II. Radius TN a centro terræ ad punctum solstitiale æstivum ductus circa axem mundi conversus describet in cælo, & in tellure peripheriam tropici cancri ubique ab æquatore distantem 23°, 28′, 7″, 7‴. Spatium inter æquatorem, & tropicum cancri in cælo æque, ac in tellure est *zona torrida borealis*.

III. Alter radius T R a terræ centro ad punctum solstitiale hybernum ductus circa axem mundi conversus in cælo, & in tellure peripheriam tropici capricorni describet ab æquatore æque cum præcedente distantem. Spatium inter æquatorem, & tropicum capricorni in cælo æque, ac in tellure est *zona torrida australis*.

IV. Axis eclipticæ DTE circa axem mundi conversus in cælo, & in tellure duas circulorum polarium peripherias describet ubique in cælo, & in tellure ab æquatore distantes gradus ferme 66, 32′, a polis vero 23°, 28″.

Spatium inter tropicum cancri, & circulum polarem borealem in cælo, & tellure est *zona temperata borealis* lata ferme 43°, 4″.

Spatium inter tropicum capricorni, & circulum polarem australem in cælo, ac in tellure est *zona temperata australis* æque lata ac præcedens.

V. Spatium inter polos, & circulos polares æque in cælo, ac in tellure duas zonas efficit, quæ *frigidæ* nuncupantur a diro frigore, quo in orbe nostro corripiuntur. Singulæ hinc inde a polis protenduntur per gradus 23, 28′, 7″, 7‴,

altera circa polum arcticum, altera circa antarcticum. Harum zonarum latitudo a circulis polaribus ad polos eadem ipsa est, quæ zonarum torridarum. His nomen est ab immani calore, quo ferme toto anno torrentur.

Annus astronomicus, & civilis

1137. DEFINITIO. Annus astronomicus est revolutio seu vera, seu apparens solis circa R *a* N *n* R: dividitur præcipue in annum sydereum, & in annum tropicum. (*fig.* 2)

I. *Annus astronomicus sydereus* est integra solis revolutio circa eclipticam ab occidente in orientem in consequentia signorum, enumerandi initium faciendo a transitu centri solis per stellam quamvis *a* usque ad solaris centri reditum ad hanc eandem stellam *a*. Annus hic juxta Caillium est dierum 365, horarum 6, minutorum 8, secundorum 58: aliquanto sequenti longior est, a quo anni tempora dividuntur.

II. *Annus astronomicus tropicus* est vera, aut apparens solis revolutio circa eclipticam numerando a centri solis transitu per unum ex punctis æquinoctialibus, aut solstitialibus usque ad reditum centri solis ad idem punctum æquinoctiale, aut solstitiale. Annus hic, ut alibi indicavimus (527) habet dies 365, horas 5, minuta 48, secunda 43, vel 45. Brevior est præcedente minutis ferme 20, ratione regressus punctorum æquinoctialium, & solstitialium.

Exempli causa, ut habeatur annus sydereus, sol totam omnino eclipticam percurrere debet: ut vero habeatur annus tropicus sol eclipticam percurrere debet, dempto arcu *x a* regressus. Ut arcum hunc *x a* percurrat, seu ut totam eclipticam perlustret, illi adhuc desunt viginti ferme minuta temporis. (1131, IV.)

Quum revolutio tropica anni tempora successive reducat, aptior est, quam syderea ad tempus in usus civiles, & politicos dividendum,

Hac

Hac ratione astronomicæ supputationes tropicæ revolutioni potius, quam sydereæ accommodantur: & revolutio hæc tropica pro anni astronomici mensura sumitur.

III. *Annus civilis* est tempus periodicum a nationis cujusque consuetudine, & legibus definitum. Omnium optimus est, qui anno astronomico tropico magis congruit. Nobis annus civilis incipit, & completur diebus aliquot postquam sol per punctum solstitiale hybernum transiit. (528)

Dies naturalis, dies civilis.

1138. DEFINITIO. *Dies naturalis* est vera, aut apparens solis revolutio circa terram ab oriente in occidentem, numerare incipiendo a transitu centri solis per meridianum quemvis, usque ad reditum ejusdem centri ad eundem meridianum. Hæc revolutio horas 24 continet, modo æqualiter, modo inæqualiter in diem, & noctem divisa, quæ duo simul diem naturalem efficiunt.

Dies civilis nobis, & plærisque populis idem est, ac dies naturalis. Diem civilem nos incipimus a media nocte, quum centrum solis est in inferiori parte nostri meridiani, procedentes usque ad reditum centri solis ad eandem inferiorem meridiani partem. Plærique astronomi diem sumunt a meridie ad meridiem, quum transitum solis per superiorem meridiani partem observant.

Arcus diurnus, & nocturnus.

1139. OBSERVATIO. Sol eclipticam ab austro in boream, & vicissim percurrens, re, aut apparenter quotidie circa mundi axem PM convertitur: bis in anno in plano æquatoris; reliquo tempore in plano circuli GDC, vel FEF ad sensum æquatori AB paralleli. (*fig.* 1)

Ponamus observatorem in *n* : ejus horizon erit circulus H T R oblique secans & æquatorem A B, & omnes æquatori parallelos, nempe F E F, & C D C. Pars æquatoris, & circulorum æquatori parallelorum est supra horizontem H T R : altera earundem circulorum pars infra ipsum horizontem est. Pars *t* C *x*, vel *v* E *f* horum circulorum supra horizontem est *arcus diurnus*, & diem metitur: pars eorum altera *x* D *t*, vel *f* F *v* infra horizontem est *arcus nocturnus*, & noctis mensura.

I. Ratio diei ad noctem semper rationi arcus diurni ad nocturnum æqualis est circuli, exempli gratia, C D C, quem sol in diurna revolutione circa axem mundi P M percurrit. Quum arcus diurnus *c* A *f* *æqualis* est arcui nocturno *f* B C, dies nocti æqualis est. Quum arcus diurnus *t* C *x* *major* est arcu nocturno *x* D *r*, dies nocte longior est. Quum arcus diurnus *v* E *f* *minor* est arcu nocturno *f* F *v*, dies nocte brevior est.

II. Quum circulus a sole percursus totus supra horizontem est, neque arcus nocturnus, neque nox habetur; quum hic circulus totus infra horizontem est, neque arcus diurnus, nec dies habetur.

In duobus hisce casibus, qui tantum zonarum frigidarum incolis contingunt, ut mox explicabimus, dies naturalis est dies sine nocte, & nox sine die, horarum 24.

Hyems, æstas, ver, autumnus.

1140. OBSERVATIO. Annus astronomicus, & civilis in quatuor tempestates dividitur inter se & ob annuam solis per eclipticam revolutionem, & ob ea, quæ hinc consequuntur, diversas. (*fig.* 1)

A puncto solstitiali hyberno F ad punctum solstitiale æstivum C sol quotidie magis supra hori-

horizontem nostrum H T R attollitur, & dies nobis affert semper crescentes. A puncto solstitiali æstivo C ad hybernum F sol in dies minus supra horizontem attollitur, & dies affert semper decrescentes. Hinc tempestatum diversitas, seu temperiei in tellure modo magis modo minus a sole calefacta, & ab ipso modo ab inertia ad fœcunditatem, modo a fœcunditate ad inertiam traducta.

I. *Hyemem* dicimus tempus, quo sol a puncto solstitiali hyberno R ad punctum æquinoctiale vernum *a* transit. Hoc anni tempus nos a brevissimis diebus ad æquinoctium traducit. (*fig.*2)

II. *Ver* dicimus tempus, quo sol a puncto æquinoctiali verno *a* ad punctum solstitiale æstivum N transit; sive a primo puncto arietis ad primum punctum cancri. Hoc anni tempus nos ab æquinoctio ad longissimos dies traducit.

III. *Æstatem* dicimus tempus, quo sol a puncto solstitiali æstivo N ad punctum æquinoctiale autumnale *n* transit; sive a primo puncto cancri ad primum punctum libræ. Hoc anni tempus a longissimis diebus nos ad æquinoctium traducit. Quare duo hæc anni tempora, ver, & æstas, ceteris duobus diebus ferme octo longiora sint alibi explicabimus. (1321)

IV. *Autumnum* dicimus tempus, quo sol a puncto æquinoctiali autumnali *n* ad punctum solstitiale hybernum transit R; sive a primo puncto libræ ad primum punctum capricorni. Hoc anni tempus nos ab æquinoctio ad brevissimos dies deducit, quibus sol paucis horis supra horizontem apparens, & radios ad nos admodum obliquos vibrans minimum calorem parit.

Ex sequentibus apparebit, anni tempora esse relativa, atque illud, quod alicui regioni est hyems, alteri æstatem esse posse. Idem anni tempus, quod nos æstatem nuncupamus, antipodibus nostris hyems est; modo in antipodibus incolæ sint.

Tres sphæræ positiones.

1141. OBSERVATIO. Æquator horizonti aut perpendicularis, aut obliquus, aut parallelus esse potest pro diversis regionibus, in quibus zenith, & horizon assumetur. Hinc tres diversæ sphæræ positiones diversas terræ regiones, earumque incolas respicientes. (*fig.* 1)

I. *Sphæra recta* est, quum æquator, ejusque paralleli sunt horizonti perpendiculares. Ita sphæra est incolis *a* æquatoris, cujus horizon PMP perpendiculariter ab æquatore, ejusque parallelis FEF, CDC secatur.

II. *Sphæra parallela* est quum æquator, & horizon sunt in eodem plano, aut simul concurrunt. Ita est sphæra polorum *p*, & *m* incolis, si incolæ sub polis sunt; eorum quippe horizon astronomicus est ipse æquator, & horizon sensibilis est circulus æquatori parallelus: poli mundi sunt eorum zenith, & nadir.

III. *Sphæra obliqua* est, quum æquator, ejusque paralleli ab horizonte oblique secantur. Ita sphæra est omnibus populis *n* inter polos, & æquatorem sitis; eorum enim horizon HTR, cujus planum infra unum polum est, & supra alterum, necessario æquatori AB, ejusque parallelis CDC, EFE obliquus est.

Sphæra recta.

1142. OBSERVATIO. Populi, qui sub ipso æquatore sunt, sphæram habent: æquator ATB est horizonti PTM perpendicularis, cujus planum per terræ, & mundi polos transit. In sphæra recta, exempli gratia, in *a*, (*fig.* 1)

I. Perpetuum est æquinoctium, noctesque toto anno diebus æquales sunt; circuli enim omnes EFE, CDC, quos toto anno sol circa mundi usum describit, sunt, ut æquator, horizon-

zonti PMP perpendiculares, a quo bifariam ſecantur: & harum æqualium partium una eſt arcus diurnus, & diem metitur, & altera arcus nocturnus noctis menſura. (1139)

II. Omnia anni tempora duplicia ſunt. Æquatoris incola hyemem habet quum ſol minime elevatus eſt ſupra ſuum horizontem PMP: quod bis in anno contingit, quum ſcilicet ſol eſt in tropico cancri CDC, & quum ſex menſibus poſt eſt in tropico capricorni FEF. Idem æſtatem habet quum ſol maxime ſupra ſuum horizontem PMP elevatus eſt; quod adhuc bis in anno contingit, quum ſcilicet ſol a tropicis ad æquatorem revertitur. Eadem ratione duplex habebit ver, & duplicem autumnum.

Illi *prima hyems* eſt quum ſol ab E in K tranſit: *primum ver* quum ſol magis ſupra horizotem aſcendens tranſit a K in A: *prima æſtas* quum ſol ab A tranſit in L: *primus autumnus* quum ſol a zenith recedens tranſit ab L in C. Solis reditus *a* C in E illi adhuc affert quatuor anni tempora: alteram hyemem in CL, alterum ver in LA, alteram æſtatem in AK, alterum autumnum in KE. At hæ tempeſtates, quæ nobis trium menſium ſunt ſingulæ, æquatoris incolæ ſunt tantum menſis unius & dimidii.

III. Poli mundi P, & M conſpiciuntur radere horizontem PMP, & ſtellæ omnes firmamenti ſucceſſive ſupra horizontem tranſire: hoc nobis non accidit, qui in *n* ſiti citra æquatorem nec polum auſtralem M nec ſtellas RMN unquam videmus, quæ circa polum M convertuntur.

Sphæra parallela.

1143. OBSERVATIO. Sub utroque polo in *p* aut in *m* ſphæra eſt parallela: horizon AB confunditur cum æquatore AB. In ſphæra parallela, exempli gratia ſub polo arctico P, (*fig.* 1)

I. Za-

I. Zenith est polus P, nadir alter polus M, uterque 90 gradibus ab æquatore A B distans, qui est polorum horizon. Toto anno conspiciuntur eædem stellæ circa axem mundi converti, quæ scilicet in boreali hemisphærio BPA sunt: quæ in australi hemisphærio B M A sunt toto anno sub horizonte A B latent. Omnia hæc opposita ratione sub altero polo M contingunt.

II. Quum sol eclipticam percurrens sex mensibus citra, sex aliis ultra æquatorem sit, qui polorum *p*, & *m* horizon est; jam sol sex continenter mensibus supra, sex aliis infra polorum horizontem erit: quare ibi annus constat unico die, & unica nocte singulis sex mensium. (*fig.*1)

III. Solem in sex signis borealibus sequamur supponentes nos esse in *p* sub polo arctico P. Quo die sol est in eclipticæ, & æquatoris intersectione ad punctum æquinoctiale vernum, diurna solis revolutio fit in plano æquatoris A B, qui est horizon astronomicus poli *p*. Toto hoc die incola poli *p* videt centrum solis converti in toto suo horizonte A B A. Sequenti die videt centrum solis describere circa horizontem circulum hesterno parallelum, aliquanto tamen ad polum accedentem, & supra horizontem elevatum. Tribus continenter mensibus videt solem circa se revolutiones facere in circulis semper horizonti A B A parallelis, in dies tamen supra horizontem magis elevatis usque ad solstitium æstivum, in quo sol describit parallelum C D C gradibus ferme 23, 28″ supra horizontem A B A.

Quum sol ad punctum solstitiale æstivum C advenit, non ultra ad polum P accedit, sed ad æquatorem A B accedere incipit, quotidie tribus continenter mensibus circulos parallelos describens, qui tamen ad eum magis, magisque accedentes tandem in æquinoctio autumnali cum ipso æquatore confunduntur. Toto hoc tempore poli *p* incola solem perpetuo videt circa se con-

converti per circulos horizonti suo, qui est æquator ABA, parallelos.

Post æquinoctium autumnale sol tribus mensibus circulos diurnos describit æquatori parallelos magis magisque ab æquatore recedens ad partes tropici capricorni FEF; deinde aliis tribus mensibus suos diurnos parallelos describit in dies ad æquatorem accedens donec æquator fiat iterum circulus ejus diurnus. Toto hoc tempore sol perpetuo infra horizontem poli *p* latet, qui sex continenter mensibus in densis tenebris versaretur, nisi lucida crepuscula astri hujus absentiam compensarent.

IV. Idem opposita ratione incolæ poli *m* contingit: nunquam videt nisi polum M, qui ejus zenith est, & stellas AMB, quæ perpetuo supra suum horizontem ABA in circulis horizonti parallelis convertuntur. Polus *m* sex mensibus noctem habet, quum polo opposito dies sex mensibus lucet.

1144. NOTA. Alibi diximus, crepusculum mane incipere, vespere desinere, quum sol gradus ferme 18 infra orizontem est, & quo magis ad polos accedimus, eo crepuscula esse longiora. (1036)

Quare quum sol gradus tantum 23°, 28′ infra polorum horizontem descendant, qui æquator est, quivis polus *p*, aut *m* in sua nocte sex mensium *crepusculum diversæ lucis per menses quatuor aut quinque quotannis habere debet*.

Sphæra obliqua.

1145. OBSERVATIO. In regionibus omnibus inter æquatorem, & polos sphæra est obliqua; horizon quippe HTR diversa obliquitate secatur a 365 parallelis CD, AB, EF, quos sol quotannis in diurna circa axem mundi revolutione describit. Quum hæc sphæræ positio universam tellurem afficiat, dempta linea una, quæ

quæ æquator eſt, & punctis duobus, quæ poli ſunt, peculiarem explicationem poſtulat. Illam itaque in ſuis phænomenis expendemus, (*fig.* 1)

I. *In univerſa zona torrida c d f e*, ſpatio ſcilicet tropicis incluſo (1136): bis in anno ſol verticalis eſt: hinc in hiſce regionibus, ut ſub æquatore, duplicia quotannis anni tempora; hoc tamen diſcrimine, quod in regionibus zonæ torridæ hinc inde ab æquatore hæc anni tempora diuturnitate inæqualia ſunt: ad tropicos ab una ad alteram æſtatem dies aliquot tantum intercedunt.

II. *In zonis temperatis*, *& frigidis* (1136) nunquam ſol eſt verticalis, zenith enim Z, vel P, vel H ubique magis diſtat ab æquatore, quam ſol eclipticam percurrens ab illo recedat. (1122)

III. *In univerſo orbe* æquinoctium eſt iis duobus diebus, quibus ſol in æquatoris, & eclipticæ interſectione verſatur in plano æquatoris revolutionem diurnam peragens. Æquator enim A T B ab horizontibus quibuſque HTR, PTM, CTF, DTE, ZTN bifariam ſecatur, & pars ſupra horizontem ſita infra jacentem æquat; quarum prima diei, altera eſt noctis menſura (1139): quum itaque duo hi æquatoris arcus ſint æquales, ubique nox diei æqualis eſt, quum ſol in æquatoris plano verſatur.

Hinc quoque ſequitur, *ſi toto anno ſol in plano æquatoris verſaretur*, *æquinoctium perpetuum futurum*, ver quoque perpetuum, & eandem in univerſo orbe perpetuam tempeſtatem. Sol vero permanenter in æquatore verſaretur (*Fig.* 2), ſi planum eclipticæ R T N non amplius æquatori A T B inclinatum, ſed parallelum eſſet, & cum illo confunderetur. *Si ergo ecliptica cum æquatore confunderetur*, *ubique terrarum perpetuum ver eſſet*.

I. *Ubique* æquinoctium ceſſat ſimul ac ſol extra æquatoris planum verſatur (*Fig.* 1). Horizon

zon enim HTR, exempli gratia, tunc non amplius a solis diurna revolutione CDC, vel FEF extra æquatorem bifariam secatur. Partes inæquales tCx, xDt, quarum altera est arcus diurnus, altera nocturnus, dies noctibus inæquales faciunt (1139) regionibus omnibus, quæ sub ipso æquatore non sint. Circulus diurnus CDC, exempli gratia, pari modo inæqualiter secabit horizontes ceteros quoscumque Z T N punctorum R & H, dempto PTM horizonte æquatoris, ubi æquinoctium perpetuum est. (*Fig.* 1)

V. *In zona torrida, & temperata boreali* die, quo sol est in tropico capricorni F E F, ad diem, quo est in æquatore A B A, dies rE noctibus fFv breviores sunt (1139). Deinde a die, quo sol est in æquatore A B A, ad diem quo est in tropico cancri C D C, dies tCx noctibus xDt longiores sunt. Dies, qui a solstitio hyberno ad æstivum progressione quadam creverunt, eadem deinde progressione a solstitio æstivo ad hybernum decrescunt.

VI. *In zona torrida, & temperata meridionali* oppositum contingit. Exempli gratia; in g a die, quo sol est in tropico capricorni F E F, ad diem, quo est in æquatore A B A, dies fFv noctibus vEf longiores sunt. Deinde a die, quo sol est in æquatore, & æquinoctium efficit, ad diem, quo est in tropico cancri C D C, dies xDt noctibus tCx breviores sunt. Redeunte sole ad æquatorem, & ad tropicum capricorni dies crescunt, ut decreverunt pro puncto g, cujus zenith est in N.

VII. *Sub circulis polaribus* (*fig.* 2) omnia zenith D G F E, ut poli eclipticæ D, E (1136) distant a polis mundi P, M gradibus ferme 23, 28″. Horizontes omnes R T N, vel K T S secabunt ergo æquatorem A B A sub angulo æquali ipsi N T A inter æquatorem, & eclipticam comprehenso: omnes ergo hi horizontes attingent hinc tropicum cancri N K N, illinc tropicum capri-

cor-

corni R S R; quandoquidem hi duo circuli tantum ab æquatore distant, quantum circuli polares a polis mundi. (*fig.* 2)

Circulorum polarium incola horizontem habebit RTN si ejus zenith sit punctum D & horizontem KTS, si zenith sit G. Patet, ambos hos horizontes esse infra tropicum cancri N K N, & supra tropicum capricorni R S R. Ergo sub circulo polari boreali dies habebitur horarum 24 quum sol erit in tropico cancri; & nox horarum 24 quum sol erit in tropico capricorni. Incolæ circuli polaris australis oppositum continget.

VIII. *Ultra circilus polares*, puta ad gradus 80 ab æquatore horizon ab æquatore distat gradus 10 dumtaxat. Quamdiu ergo sol supra 10 gradus citra æquatorem est polum arcticum versus, perseverat supra horizontem incolarum zonæ frigidæ ad gradus 80 ab æquatore; quamdiu ergo supra 10 gradus sol ultra æquatorem est polum antarcticum versus, perpetuo infra illorum incolarum horizontem est: quare hi per aliquot continenter menses noctem habent, & per totidem menses perpetuum diem.

Idem opposita ratione contingit incolis in telluris parte australi gradus 80 ab æquatore distantibus: dies perpetuus his incipit, quum illis incipit perpetua nox; & vicissim. (*Fig.* 2)

Facile intelligimus, hanc diei, & noctis perpetuitatem eo citius incipere, & eo diutius perdurare, quo loca polis propinquiora sunt, ubi hæc vicissitudo est mensium sex (1143). Exempli causa, quo locus polo arctico propinquior est eo minus horizon ab æquatore distat; adeoque citius, & diutius hic horizon totus est infra parallelos, quos sol citra æquatorem describit, & supra parallelos, quos sol ultra æquatorem describit.

Lon-

Longitudo, & latitudo terrestris.

1146. OBSERVATIO. In sphæra, cujusmodi esse concipitur tellus, vel cælum quævis dimensio æque longa, & lata est. Nihilominus *longitudo* dicitur dimensio ab occidente in orientem capta: *latitudo* dimensio ab austro in boream sumpta.

Primorum geographorum temporibus tellus nota, & habitata magis ab oriente in occidentem protendebatur, ab Indis ad extremam Hispaniam, quam ab austro in boream a notis regionibus Scytharum, sive a Lybia ad extremam Germaniam. Hac profecto ratione geographi illi primam dimensionem longitudinem nuncuparunt, alteram latitudinem.

I. Æquator punctum fuit, a quo *terrestrem latitudinem in meridiano* metiri, & numerare inciperent, hinc ad boream, aut ad austrum procedendo.

II. *Primus quidam meridianus* assumptus punctum fixum fuit, a quo *terrestrem longitudinem in æquatore* metiri, & numerare inciperent ab occidente in orientem procedendo. At vero quum in æquatoris peripheria nihil primum sit, nihil ultimum; punctum in æquatore statuendum fuit, quod communi consensu pro primo meridiano haberetur, a quo gradus ab occidente in orientem numerari inciperent.

Punctum hoc æquatoris non idem est omnibus nationibus. Angli primum meridianum eum faciunt, qui Londini meridianus est: Belgæ eum, qui per montem Teneriffe transit: Galli eum, qui per mediam insulam Ferri Hesperidum magis occidentalem transit.

Punctum æquatoris, per quod meridianus insulæ Ferri transit, erit ergo nobis primum punctum æquatoris; atque ab hoc ab occidente in orientem procedentes gradus longitudinis a 0 ad

360

360 numerabimus. Quas divisiones in tellure pariant longitudo, & latitudo sequentibus definitionibus ostendemus.

1147. DEFINITIO I. Si æquatore in 360 gradus diviso, transeat per quodvis divisionis punctum meridianus (1116); erit terrestris superficies ab occidente in orientem, & a polo ad polum in 360 partes æquales divisa. Hæ divisiones ab austro ad boream, & a polo ad polum ductæ erunt aliæ aliis orientales, sicuti & regiones quavis divisione interceptæ. Hinc longitudinis differentia.

Quare *loci terrestris longitudo*, puta Parisiorum, est arcus æquatoris inter insulæ Ferri, & Parisiorum meridianos interceptus. Si arcus hic est 20 graduum dumtaxat, Parisii, & puncta telluris omnia a polo ad polum, quæ sint sub eodem semicirculo meridiani Parisiorum, longitudinem habent graduum 20, sive sunt gradibus 20 magis orientalia, quam puncta superficiei terrestris posita sub semicirculo meridiani insulæ Ferri.

1148. DEFINITIO II. Si diviso meridiani cujusque semicirculo a polo ad polum in gradus 180, traducatur per quodvis divisionis punctum circulus æquatori parallelus: habebimus superficiem terrestrem a polo ad polum in partes 180 divisam, quarum 90 æquatori boreales erunt, aliæ 90 australes. Quum divisiones hæ parallelæ ab occidente in orientem vergant, puncta omnia telluris, quæ sub eadem divisione erunt, æque ab æquatore distabunt, seu eandem latitudinem habebunt. Loca terrestria, quæ sub eadem divisione ad polum arcticum vergent, eandem *latitudinem borealem*, quæ sub eadem divisione erunt alterum polum versus, eandem habebunt *latitudinem australem* (*Fig.* 1).

Quare *loci terrestris latitudo*, puta urbis *n*, est arcus *an*, vel AZ meridiani hujus loci, æquatore, & loco hoc interceptus, sive inter

æqua-

æquatorem cæleſtem, & zenith hujus loci. Si arcus *an*, vel AZ eſt graduum 40, locus habebit gradus 40 latitudinis. Latitudo ad 90 gradus protenditur, ad polum uſque. Loci latitudo, & longitudo ejus poſitionem in terreſtri ſuperficie definiunt.

1149. PROBLEMA. *Loci terreſtris latitudinem, ſive ejus ab æquatore diſtantiam in gradibus, & minutis invenire* (*Fig.* 1).

SOLUTIO. Sit locus quivis *n* ſub meridiano PAM, & ſub zenith Z: invenienda eſt amplitudo arcus *an*, quo ab æquatore ſeparatur.

I. Angulus PTA polo cæleſti P, & æquatore cæleſti ABA interceptus eſt graduum 90: angulus *p*T*a* polo terreſtri *p*, & æquatoris terreſtris puncto *a* interceptus eſt quoque graduum 90, hi enim duo anguli recti ſunt, quum æquator gignatur a revolutione radii TB, vel TA axi mundi PTM perpendicularis (1136).

II. Patet, rectam T*n*Z a terræ centro ad zenith loci *n* ductam eandem diviſionem efficere in arcu meridiani cæleſtis PZA, & meridiani terreſtris *pna*. Nota arcus ZA quantitate, innoteſcet quoque arcus *na* quantitas, qui illi graduum, minutorum, & ſecundorum numero æqualis eſt; ſunt enim arcus *na*, ZA ſimiles in peripheriis concentricis (*Math.* 340).

III. Arcus ZA quantitatem, ſeu graduum, minutorum, & ſecundorum numerum noſcere facile eſt: arcus hic eſt inter zenith Z, & æquatorem A concluſus. Statis ad hoc eſt quadrante in meridiano collocato (*Math.* 737) poli P viſibilis altitudinem, ſive arcum PH meridiani polo P, & horizonte H interceptum metiri: arcus hic PH arcui ZA æqualis eſt. Siquidem,

Arcus HPZ inter zenith, & horizontem eſt graduum 90: arcus PZA inter polum, & æquatorem eſt graduum 90: ab his æqualibus au-

fer

fer communem partem PZ; residua HP, ZA erunt æqualia. Si ergo altitudo poli, sive arcus PH sit, exempli gratia, graduum 30, 20′; arcus ZA, illi æqualis erit quoque graduum 30, 20′.

IV. Arcus inter zenith alicujus loci, & æquatorem cælestem similis est arcui inter eundem locum, & æquatorem terrestrem: ergo arcus *na* similis est arcui ZA; si ergo arcus ZA est 30°, 20′; arcus quoque *na* erit 30°, 20′.

Hinc apparet, latitudinem facile inveniri, seu loci cujusque *n*, aut *c* positionem respectu ad æquatorem *ab*, & polos *p*, *m*; locus enim quivis *n*, aut *c* semper in meridiano terrestri *anp* eandem positionem obtinet, quam suum zenith in cælesti meridiano AZP.

V. Hinc sequitur, latitudinem loci terrestris cujusque semper poli altitudini æqualem esse, sive arcui PH sumpto ex meridiano, & polo visibili, atque horizonte concluso. Alibi ostendemus qua ratione poli altitudo (1355) accurate inveniatur. Loci *n* latitudo est borealis, si locus ad polum arcticum vergat: loci *c* latitudo est australis, si locus ad polum antarcticum vergat.

Longitudo, & latitudo cælestis.

1150. OBSERVATIO. Puncta omnia *ab*, *cd*, *ef*, *mp*, *ng* terrestris superficiei (*Fig.* 1), eandem semper positionem servant respectu æquatoris *aba*, vel ABA, qui semper gignitur a revolutione radii TA axi telluris, & mundi perpendicularis ad centrum terræ.

Non eadem est respectu æquatoris stellarum immobilitas. Hæ ob lentam circa polos eclipticæ conversionem post datum annorum numerum, aut sæculorum modo magis, modo minus sunt æquatori ABA boreales, aut australes (1131). Æquator ergo, qui punctum fixum est ad capien-

piendam *terrestrem latitudinem*, nequit *latitudini stellarum* capiendæ inservire.

Hac ratione ducti astronomi stellarum, planetarum, cometarum latitudinem, imo insignis cujusque puncti cælestis capiunt in ecliptica; sicuti sequentibus binis definitionibus explicabimus (*Fig.* 2).

1151. DEFINITIO I. Si ecliptica R N T dividatur in gradus 360; & sumpto quotannis pro primo divisionis puncto initio arietis, seu puncto æquinoctiali verno *a*, ducatur per quodvis divisionis punctum semicirculus, cujus planum D T E transeat per eclipticæ polos D, E; erit cælum divisum in partes æquales 360 singulas singulis verticales: hinc habebimus earum differentiam in longitudine procedendo in consequentia signorum ab occidente in orientem, & incipiendo a primo puncto *a* arietis graduum enumerationem usque ad 360. Puncta omnia cælestia, quæ erunt in eadem divisione, seu in plano ejusdem semicirculi a polo ad polum eclipticæ, eandem longitudinem habebunt.

Quamobrem *longitudo astri*, seu puncti cujusque cælestis est arcus eclipticæ inter primum punctum arietis, & semicirculum ab astro ad polos eclipticæ ductum. Hæc signis, gradibus, minutis, secundis numeratur, a primo puncto arietis, seu æquinoctiali postremi veris procedendo ab occidente in orientem in consequentia signorum. Dicemus, exempli causa, astrum est ad quartum signum, & gradus 13 35′, 40″ longitudinis: indicat hoc, illud esse in plano semicirculi eclipticæ perpendicularis tota hac quantitate distantis a semicirculo per primum arietis punctum seu per postremum æquinoctium vernum transeunte, & eclipticæ perpendiculari.

1152. DEFINITIO II. Si in 180 gradus dividatur semicirculus per eclipticæ polos transiens, & per quodvis divisionis punctum ducatur circulus eclipticæ parallelus, erit cælum divi-

visum in partes 180, alias eclipticæ RTN boreales, alias australes: hinc habebitur earum diversa latitudo.

Quamobrem *latitudo astri*, seu puncti cujusque cælestis, est arcus circuli eclipticæ perpendicularis inter astrum, & eclipticam. Latitudo aut *borealis* est, aut *australis* pro astri positione aut polum versus borealem D, aut australem E. Hæc gradibus, minutis, & secundis numeratur: exempli causa, dicemus: astrum habet gradus 26, 13′, 45″ latitudinis borealis: indicat hoc, illud esse in plano circuli per polos eclipticæ transeuntis; & circuli hujus arcum inter astrum, & eclipticam boream versus esse graduum 26, 13′, 45″. Astra, quæ sunt in ipso eclipticæ plano, nullam habent latitudinem, sive in N, sive in R; ubi declinationem habent, de qua infra (*Fig.* 2).

Astrorum declinatio, & ascensio recta.

1153. OBSERVATIO. Stellæ in diversa revolutione quotidie (saltem diuturno tempore) eundem circulum NKN, vel RSR æquatori ABA parallelum percurrunt, neque ad sensum in dies aut ad boream, aut ad austrum deflectunt. Integra sæcula transeant oportet, ut eæ præserrim, quæ longitudinem habent graduum ferme 90, vel 270 æquatori accessisse aut ab illo recessisse dignoscantur (1172).

Non ita soli, & planetis evenit, qui perpetuo æquatori accedunt, aut ab eo recedunt tanta quantitate, ut paucis diebus astra hæc appareant converti in parallelis a præcedentibus diversis. Exempli causa, si sol modo diurnas revolutiones facit in RSR, post tres menses illas faciet in ABA; post tres alios in NKN; ac stella, quæ modo diurna revolutione convertitur in RSR, in ABA non convertetur, nisi post annos 6435; in NKN non convertetur

tetur nisi post annos 12870 (1131). Quare sol percurrit arcum graduum ferme 47 mensibus sex; stella vero non nisi annis 12870 hinc inde ab æquatore (*Fig.* 2).

Est hæc astrorum declinatio *in stellis diutius constans, in sole, & planetis ad sensum in dies varia*. Declinatio hæc aut in meridiano observatoris, aut in alio quovis sumi potest.

1154. DEFINITIO I. *Præsens astri declinatio* est in meridiano, in quo astrum est, arcus inter astri centrum, & æquatorem.

Est hæc aut *borealis*, aut *australis* pro astri positione respectu æquatoris. Si astrum, exempli gratia, sit in N, ejus declinatio borealis est arcus N A meridiani P A M. Si astrum sit in S, ejus declinatio australis est arcus A S inter astri centrum, & æquatorem.

1155. DEFINITIO II. Ad astri positionem in cælo determinandam observatur quoque ejus *ascensio recta*, quæ est astri distantia a primo puncto arietis numerata in gradibus, & minutis æquatoris.

Quare *ascensio recta alicujus astri* est arcus æquatoris inter meridianum per primum arietis *a* punctum transeuntem, & meridianum per centrum illius astri transeuntem. Exempli causa, si astrum sit in S in meridiano P A M, ejus ascensio recta est arcus *a* A æquatoris; & si astrum sit in K in meridiano P B M, ejus ascensio recta est arcus *a* A *n* B æquatoris.

Azimut, & amplitudo astrorum.

1156. DEFINITIO I. A zenith loci cujusque ad ejus horizontem ubique distantia est graduum 90. Arcus circuli a zenith ad punctum quodvis horizontis perpendiculariter ductus vocatur *verticalis*.

Patet, infinitos dari posse *verticales*. *Primus verticalis* ille dicitur, qui a zenith pergit ad

æquatoris, & horizontis interſectionem: hic meridianum ad zenith ad angulos rectos ſecat. Primus verticalis eſt promiſcue meridiano orientalis, aut occidentalis.

1157. DEFINITIO II. *Azimut aſtri* dicitur arcus horizontis inter loci, in quo, exempli gratia, obſervatur, meridianum, & verticalem per aſtri centrum tranſeuntem.

1158. DEFINITIO III. *Amplitudo aſtri* dicitur arcus horizontis inter primum verticalem, & punctum in quo aſtri parallelus horizonti occurrit. Amplitudo aſtri eſt aut *ortiva*, aut *occidua*, juxta aſtri aut in ejus ortu, aut in occaſu obſervationem.

Definitiones hæ neceſſariæ ſunt ad intelligenda quæ de aſtri alicujus motu diurno, aut annuo quæri poſſunt. Idearum perſpicuitas hanc nominum varietatem in circulis, ſemicirculis, & arcubus aſtri poſitionem definientibus poſtulavit.

ARTICULUS SECUNDUS.

THEORIA CORPORUM CÆLESTIUM.

ARticulo hoc in quinque paragraphos diviſo de ſtellis, de planetis generatim, & ſpeciatim, de ſolis, & lunæ eclipſibus, de aſtronomica parallaxi, & refractione agemus.

PA-

PARAGRAPHUS PRIMUS.

STELLÆ FIXÆ.

1159. OBSERVATIO. Magnæ inter corpora cælestia varietates sunt: magis genericas hic indicabimus, quibus stellas a ceteris cælestibus corporibus distinguemus.

I. Corporum cælestium alia opaca sunt, alia lucida. *Lucida* sunt sol, & stellæ: *opaca* planetæ primarii, & secundarii, & cometæ.

Stellæ, quæ totidem soles sunt immensum a nobis dissiti, a planetis, & cometis distinguuntur *scintillatione*, qua coruscant. Planetæ, & cometæ, qui sunt opaci, ut tellus, luce tantum a sole mutuata lucent, quæ non scintillat, uniformis, & placida est: hanc ad nos inæquali copia reflectunt pro diversa partis eorum illuminatæ respectu nostrum positione.

II. Corpora cælestia alia fixa sunt, alia errantia. *Fixa* ea sunt, quæ eandem inter se distantiam servant: hæc sunt stellæ. Arcus inter stellas duas quascumque idem modo est, qui ante annos bis mille erat Hiparchi temporibus. *Errantia* sunt, quæ perpetuo positionem mutant, quæ ad stellas perpetuo accedunt, aut ab iis recedunt. Hæc sunt planetæ, & cometæ.

A fulgida, & frequenti scintillatione, & ab eadem immutabili respectiva distantia semper stella a planeta distinguetur.

Jucundum sane spectaculum philosopho nox serena: at magnum sane consuetudinis imperium dicendum est, qua mira hæc cæli species non amplius in nobis admirationem creat. Hic stellas tantum considerabimus.

Earum numerus.

1160. OBSERVATIO. I. In nocte serena stellas numero infinitas nos videre putamus. Verum nocte omnino innubi, & sub æquatore ipso, ubi integrum cæleste hemisphærium conspicitur (1142), oculus vel lynceus non nisi stellas ferme mille, & centum, vel ducentas numerare potest in visibili hemisphærio: quare in toto cælo stellæ visibiles erunt bis mille, & ferme ducentæ.

Illusio fortasse a frequenti, & multiplici stellarum scintillatione oritur, a quarum proximis, & frequentibus in oculo impressionibus ideæ enascuntur non satis distinctæ. In hoc vividarum, & frequentium sensationum tumultu anima distracta obiectorum numerum veluti auget in ratione numeri sensationum, quas simul habet; & quum sensationes has numerare nequeat, objecta earum quoque innumera arbitratur.

II. Quum arduum dignoscerent astronomi cujusvis stellæ seorsim positionem mente retinere, stellas in plures collectiones diviserunt, quas *constellationes*, seu *signa* nuncuparunt, & quas variis nominibus insigniverunt, quorum originem detegere nihil interest.

Ptolemæus astronomus cælum stellatum in 48 signa partitus est, quibus recentiores astronomi duodecim alia ad australem polum addiderunt ea in cæli parte, quæ Ptolemæo in Ægypto observanti immobilis erat. Inter signa hæc præcipua sunt duodecim in zodiaco distributa (112), & ursa major, & minor ad polum arcticum (1124).

III. Telescopiis catoptricis, & dioptricis inventis (1032) plures aliæ stellæ detectæ fuerunt, quæ inermem oculi aciem effugiebant. Flamstedius astronomus anglus eas initio hujus sæculi ad 3000 adduxit; celebris vero Abbas Caillius numerum adhuc auxit.

IV. Præter stellas, quæ inermi oculo, aut telescopiis deteguntur, maculæ quædam albicantes in cælo apparent, quæ *stellæ nebulosæ* nuncupantur, & ingens zona albicans, quæ *via lactea* dicta fuit.

Astronomi nonnulli censuerunt, maculas has albicantes, & viam lacteam esse tantum stellarum aut minimarum, aut remotissimarum præ ceteris congeriem. Hugenius maculam in Orione observavit: in ea nonnullæ parvæ stellæ apparuerunt, quæ tamen albedinem illam parere ineptæ videbantur. Sex similium macularum, quarum quinque telescopio catoptrico octo pedes longo observatæ fuerunt, una tantum inventa est, quæ stellarum exiguarum congeries dici possit. Quare de viæ lacteæ, & stellarum nebulosarum natura nihil adhuc certi statui potest.

Earum natura.

1161. OBSERVATIO. Verosimillimum est, stellas esse totidem soles nostro similes ad diversas distantias in immenso vacuo dispositos, quorum munus sit planetas, aut orbes opacos illustrare, & calefacere, qui circa illorum centrum convertantur; sicuti planetæ nostri circa solem suas periodicas revolutiones peragunt. Num rationi consonum dicamus, Creatorem, cujus est infinite magna, & infinite fœcunda mente complecti, immensos hos orbes unice creasse, ut punctum dumtaxat, cujusmodi est exiguus globus noster, noctu illustrarent? Cum sacris literis profecto sentit, qui rerum universitatem credat ad terræ pulcritudinem, & ad hominis bonum conferre; at qui rerum universitatem ad hominem unice, & ad tellurem referri velit, hic Dei sapientiam, & potentiam circumscribit, & sacras literas perperam interpretatur.

Quod vero ad viam lacteam, & ad stellas nebulo-

bulosas spectat, num suspicari liceret, in iis cælestibus plagis magnam esse lucis primigeniæ congeriem nondum in corpora lucida conformatam? Ita celebris Hallejus suspicabatur, qui ex hoc phænomeno ea geneseos verba apte explicari censet, quibus dicitur, lucem ante solem creatam fuisse (883). Immensi tractus materiæ, qua sol, & stellæ constant, per cælos diffusæ, nec ita densæ, aut fermentescentis, ut in lucidis corporibus, candorem parerent pro densitatis, & motus diversitate varium.

Earum magnitudo.

1162. OBSERVATIO. Stellæ inter se comparatæ nobis magnitudine diversæ apparent: quare passim in septem classes decrescentes distribuuntur. *Stellæ primæ magnitudinis* dicuntur quæ nobis plurimum lucent. Ceteræ inermi oculo visibiles dicuntur *primæ, secundæ, tertiæ, quartæ, quintæ, sextæ magnitudinis* pro diversa apparenti magnitudine, & luce. *Septimæ magnitudinis* dicuntur quæ telescopiis tantum videntur; quum vero in his aliæ aliis lucidiores sint, aliquando ulterius etiam dividuntur, & *septimæ, octavæ, nonæ magnitudinis* nuncupantur.

Hic, ut patet, apparentem dumtaxat stellarum magnitudinem consideramus: earum absoluta magnitudo prorsus ignota est. Fortasse quæ minores apparent, re ipsa majores sunt, sed ratione distantiæ apparens earum discus minuitur in duplicata ratione distantiarum. Quare si stella quadruplo a nobis distet, quam sibi proxima, remotior sexdecies minor apparebit, quam si ad proximæ distantiam esset (919).

Nulla ratio probat æqualem, aut inæqualem stellarum magnitudinem. At figuræ, & magnitudinis diversitas, quæ in naturalibus corporibus observatur a planetis ad teredinem conjicere

re facit, inæquales esse stellas magnitudine, quæ totidem soles nostro majores, aut minores erunt.

Earum distantia.

1163. OBSERVATIO. Stellæ inter se comparatæ nobis ad sensum æque distare videntur: si nempe arcus duabus stellis interceptus hodie est graduum 10, semper eodem intervallo distare inter se videbuntur, demptis secundis aliquot: quæ levis differentia ab earum apparente aberrationis motu procedit, de quo infra. Arcus hic graduum 10 stellarum, quibus interjacet, distantiam absolutam non determinat; neque enim radii, quo a nobis distant, longitudinem novimus. Quod de *stellarum a tellure distantia* scimus est, illam immensam esse. Observatio, & suppositiones duæ aliquo pacto immensitatem hanc patefacient (*Fig.* 5).

I. Observatores duo ad duo terræ extrema alter in A, alter in B sub æquatore ad graduum 180 distantiam eodem instante eandem stellam observent, exempli causa, polarem P. Habebunt hi triangulum APB, cujus basis AB est major terræ diameter, leucarum scilicet ferme 3000, & cujus duo latera AP, CP illis ad sensum parallela videbuntur: quare angulus P erit veluti infinite parvus. Atqui ex trigonometria (*Math.* 701) constat, in hoc triangulo isoscele APB sinum anguli P esse ad basim AB, ut sinus anguli A, vel B est ad latus oppositum BP, vel AP, distantiam scilicet stellæ a tellure. Ergo basis AB leucarum ferme 3000 est veluti infinite parva, seu *punctum* lateribus AP, BP veluti infinite magnis comparata. Exempli causa, si angulus P esset duorum secundorum, esset latus AP, vel BP leucarum 535, 478, 197. At quum angulus P nulla comparatione minor sit angulo duorum

ſecundorum, jam latera A P, B P leucis 535 478, 197 immenſum majora ſunt (*Math.* 718).,

Quo remotior erit ſtella P a tellure, ſeu a baſi A B, eo minor fiet angulus P (916). At quum baſis diſtantia a trianguli vertice immenſa eſt, anguli P imminutio omnino inſenſilis evadet. Hinc ſtellæ inæqualiter a terra diſtantes exquiſitiſſimis inſtrumentis obſervatæ omnes æque diſtare videntur; nec ulla opticæ, aut geometriæ ope diſtantia hæc dignoſci poteſt; quin non niſi conjectura, aut hypotheſi aliqua mens humana quidpiam in hac re ſtatuere poteſt. Hujuſmodi ſunt ſequentes hypotheſes.

II. Notum eſt, lucis intenſitatem decreſcere in duplicata ratione diſtantiarum (898). Si ergo ſtellæ ſupponantur eſſe totidem ſoles magnitudine, & luce noſtro ferme æquales, hæc analogia inſtitui poterit: ſtellæ lucis intenſitas eſt ad ſolaris lucis intenſitatem, ut quadratum diſtantiæ ſolis a terra (122), ad quadratum diſtantiæ ſtellæ a terra. Tres primi termini aliquo pacto noti quartum dabunt, cujus radix quadrata immenſam ſtellæ a terra diſtantiam exprimet.

III. Notum eſt, duorum æqualium objectorum diſtantiam eſſe in ratione inverſa ſuarum apparentium diametrorum (918). Poſitis ergo ſtellis totidem ſolibus, altera analogia inſtitui poterit; apparens ſtellæ diameter (quæ non niſi punctum lucens vel optimis teleſcopiis apparet) eſt ad apparentem ſolis diametrum, ut diſtantia ſolis a terra ad diſtantiam ſtellæ a terra. Tres primi termini noti quartum dabunt, cujus immenſitas quæſitam diſtantiam exprimet.

IV. Hac theoria, ac præſertim theoria parallaxeos orbis annui (1340) celebris Abbas Caillius deprehendit, *ſtellas primæ magnitudinis*, quas terræ omnium proximas cenſere debemus, *diſtare ſaltem ſupra leucas* 2, 800, 000, 000, 000. Veroſimile eſt, ſtellas ſextæ, & ſepti-

ptimæ magnitudinis magis adhuc immensum a terra distare.

Præsumptio contra telluris immobilitatem.

1164. OBSERVATIO. Si tellus est immobilis, evidens est, stellas omnes quotidie circa tellurem converti describentes curvam B A B, N K N, G D G, S R S, E F E, cujus radius T A sub æquatore est saltem leucarum 2, 800, 000, 000, 000. (*Fig.* 2)

Si velocitas stellarum in revolutione diurna in æquatore A B A calculo expendatur, quisque tellurem mobilem, stellas immobiles sibi persuadebit. Si enim stellarum velocitas constans supponatur illa, qua globus bellicus ex majori tormento in mœnia fertur (391), invenies, stellas terræ proximas in revolutione diurna insumere debere supra annos 11349000, dies vero supra 4, 142, 385, 000. Stellæ ergo, quæ diurnam revolutionem faciunt in æquatore, & terræ proximæ, ac omnium lentissimæ velocitate moveri deberent vicibus 4, 142, 385, 000, majore, quam globus bellicus in mœnia a tormento projectus.

Quid de velocitate tanta, quam ratio ejurat, dicamus, quum evidens sit, simplicem telluris circa suum axem conversionem ab occidente in orientem phænomena omnia exhibere posse, quæ a diurna stellarum circa tellurem ab oriente in occidentem conversione repetuntur? Quænam vis centralis excogitari potest stellas determinans ad motum per curvam circa tellurem contra motus omnis naturam rectam affectantis? Qua ratione stellæ omnes quotidie circulos describentes aliæ majores B A B, aliæ minores N K N, G D G, S R S, E F E, arcus similes circulorum inæqualium eodem tempore percurrunt; & omnes diurnam revolutionem incipiunt, & complent horis omnino 23, 56', 4''? Qua præcipue

cipue ratione ſtellæ, quæ modo majorem circulum B A B deſcribunt, velocitatem imminuunt ad minorem circulum N K N tranſeuntes; & quæ modo minorem circulum NKN percurrunt, velocitatem augent ad majorem circulum B A B tranſeuntes? Profecto ſi vera ſit, non tantum apparens hæc diurna ſtellarum revolutio, nihil hactenus in motus theoria, ceteroqui tam evidenter demonſtrata, profecimus. Quare quum ita ſit, de illuſione jam ſuſpicari incipiamus in omnibus ſtellarum motibus; quum earum motus ſimpliciſſimus, magiſque conſpicuus verus eſſe nequeat, quin rationi adverſetur, & omnes motus, & phyſicæ leges evertat.

Earum motus.

1165. OBSERVATIO. Plures motus ſeu veri, ſive apparentes in ſtellis obſervantur, quos noſcere oportet, quoſque de ſyſtemate Copernicano agentes explicabimus. (*fig.* 2)

I. *Motus diurnus ab oriente in occidentem*, quo ſingulæ circulum æquatori parallelum circa axem mundi P T M deſcribere videntur horis ferme 24; ſeu accuratius horis 23, 56′, 4″ ferme: quo fit, ut ſtella *x*, quæ heri cum centro ſolis per meridianum tranſiit, hodie *minutis ferme* 4 *ante ſolem* ad meridianum adveniat, qui adhuc a meridiano diſtat ferme gradum unum; quo fit, ut hæc eadem ſtella ferme gradum unum quotidie præcurrens, poſt tres menſes occidat ſole ad meridianum adveniente; poſt novem menſes oriatur ſole in meridiano exiſtente; poſt annum per meridianum tranſierit vicibus 366, quum ſol tantum 365 per meridianum tranſierit.

Idem ſtellis omnibus evenit, ſive æquatorem percurrant, ſive tropicos, ſive circulos polares, ſive alios circulos quoſvis æquatori parallelos. Omnes earum diurnæ revolutiones fiunt tempo-

ri-

ribus æqualibus tum in magnis parallelis ABA, tum in parvis GDG; & omnes hæ revolutiones solari revolutione citius complentur minutis 3, & secundis ferme 56.

II. *Motus eclipticæ parallelus ab occidente in orientem* lentissimus, quo eclipticæ, seu circuli eclipticæ paralleli gradum percurrere videntur annis 71, & mensibus sex; totam vero eclipticam, aut circulum illi parallelum annis 25740. Est hæc *præcessio æquinoctiorum* (1131) appellata; sive quod puncta æquinoctialia nostrorum temporum antiqua præcedant; sive quod puncta æquinoctialia antiqua recentiora præcedant in consequentia signorum. (*fig.* 7)

Hoc motu firmamenti circa axem eclipticæ DTE, stella R magnam suam revolutionem peragit in ecliptica R *a* S *n* R: stella G magnam suam revolutionem peragit in circulo GHG eclipticæ parallelo: polus ipse mundi P magnam suam revolutionem peragit in circulo P *q r s* P adhuc eclipticæ parallelo. Idem dicas de aliaquavis stella K, aut M. Singulæ annis 25740 circa axem eclipticæ convertuntur in circulo eclipticæ parallelo, cujus planum a terræ centro inæqualiter distat.

III. *Motus aberrationis*, quo stellæ aliquo gradus secundo a vero loco, quem in cælis occupant, removentur. Motus hujus periodus anno ipso completur. Hoc motu, qui, ut præcedentes, tantum apparens est:

Primum stellæ C *in plano eclipticæ* positæ quotannis lineam, aut arcum describere videntur *g h* secundorum ferme 40, procedentes a *g* in *h* in consequentia signorum mensibus sex, & ab *h* in *g* redeuntes sex aliis mensibus in antecedentia signorum; nec nisi bis in anno in vero loco C apparentes.

Stellæ deinde, quæ sunt *in ipsis eclipticæ polis* D, E, quotannis circa verum ipsarum locum describere videntur circellum D, cujus diameter

ter eſt ferme ſecundorum 40 ; procedentes & ipſæ menſibus ſex in conſequentia ſignorum, & ſex aliis in antecedentia. Hæ nunquam in vero loco videntur : ab eo ſemper diſtant ſecundis ferme 20. (*fig.* 7)

Tandem quæ ſunt *inter eclipticam*, *& polos*, puta, in *v*, videntur quotannis deſcribere circa verum earum locum ellipſim 1, 2, 3, 1, cujus primus axis plano eclipticæ parallelus eſt ferme ſecundorum 40, & axis ſecundus eo minor eſt, quo ſtella eſt eclipticæ plano propinquior, & ab ejus polis remotior. Hæ nunquam in vero loco videntur, a quo modo magis, modo minus recedunt procedentes & ipſæ ſex menſibus in conſequentia ſignorum 1, 2, aliis ſex in antecedentia 3, 2.

Alibi oſtendemus, motum hunc aberrationis annuæ, qui ſane ſingularis eſſet, ſi verus eſſet, quique vix a ſæculo innotuit, eſſe tantum conſectarium motus annui telluris circa ſolem in plano eclipticæ. (1331)

IV. Quum ſol noſter circa proprium axem rotetur in centro mundi noſtri planetarii diebus $25\frac{1}{2}$ (1181) : probabile admodum eſt, ſtellas quoque *motu rotationis* agi circa proprium axem alias majori, alias minori celeritate ; unde illis figura eveniat a ſphærica magis, minuſque diverſa. Hæc hypotheſis ſequenti phænomeno explicando aliquatenus inſervit.

Stellæ quædam evaneſcentes.

1166. OBSERVATIO. Phænomenon, quod ſemper phyſicis mirabile viſum fuit, eſt quarundam novarum ſtellarum *apparitio*, & quarumdam veterum *evaneſcentia*.

I. In ſigno tauri ſex ſtellæ ſunt *plejades* nuncupatæ. Notum eſt, plejadas olim ſeptem fuiſſe, quarum una prorſus evanuit.

II. Anno 1572 in Caſſiopea nova ſtella apparuit,

fuit, quæ quatuor mensibus stellas primæ magnitudinis luce superabat, & subinde decrescens tandem post annos duos prorsus evanuit. Par phænomenon in eadem cæli regione apparuerat annis 945, & 1264: fortasse tres hæ stellæ una, eademque sunt, quæ fortasse iterum apparebit post annos 120. (*)

III. Apparent quoque in aliis signis stellæ, quum lux certa periodo augeri, & minui videtur. Phænomena hæc omnia ab eadem probabiliter causa sunt, quæ per plures jam annos observatores investigantes eludit, fortasse semper eludet. Interea en tibi de hac re conjecturas.

1167. EXPLICATIO. I. Num cum Neutono suspicari licet, stellas has alternis apparentes, & evanescentes, crescentes, & decrescentes, non esse soles undequaque lucidos, sed corpora mixta *in uno hemisphærio lucida, in altero opaca*? Quarenam natura, quæ nihil passim per saltum operatur, & ubique continuitatem affectare videtur a specie ad speciem transiens, ab animali ad vegetabile, ab hoc ad fossile (547, VIII.) eundem tenorem non serveverit in corporibus cælestibus, & a corporibus lucidis ad opaca per alia partim lucida, partim opaca non transierit?

In hac hypothesi, quæ nihil rectæ philosophandi rationi habet oppositum, *soles hi mixti* partim opaci, partim lucidi circa suum axem revoluti, ut sol, & planetæ nostri (1181) periodo varia, nobis visibiles erunt, quum nobis lucidum hemisphærium obvertent, deinde eo tempore nobis evanescent, quo hemisphærium opacum in revolutione telluri obversum fuerit.

Iidem hi soles mixti modo majores, modo minores nobis apparebunt pro majori, aut minori parte hemisphærii lucidi ad nos conversa: sicuti pla-

(*) *De hac stella vide, si lubet, Bajerum Uranometr, Tab.* 10. Interpres.

planetæ nostri in quadraturis minus lucidi, & minores apparent, quam quum totus eorum discus illuminatus terræ obversus est.

1168. EXPLICATIO II. Si hæc hypothesis non adridet, supponamus cum illustri Maupertuisio, stellas has alternatim apparentes, & evanescentes esse soles fixos, uti noster est, celeriter circa proprium axem rotatos, & planetas circa eorum centrum revolutos illuminantes.

I. Celerrimus rotationis motus circa proprium axem (1182) soles hos plurimum ad polos comprimere debet, quæ depressio magis magisque augeri potest; illisque figuram inducere circulo potius, quam sphæræ similem: lentis dioptricæ instar; quum enim partium motus nulla comparatione major sit ad æquatorem, quam ad polos; patet, partes omnes niti a centro recedere, sed multo, ac multo magis ad æquatorem, quam ad polos.

II. Evidens est quum hic sol ita in cælo locatus fuerit, ut axis sui æquatoris terram versus dirigatur, ingentem superficiem terræ obversurum, discumque lucidissimum, maximeque visibilem; quum vero sui æquatoris planum terræ obvertetur, non nisi multo, ac multo minorem superficiem oculo objecturum lineæ instar, quæ insensilis esse poterit ratione minimi anguli, quem subtendit. (921)

III. Planetæ, & cometæ, qui circa hunc solem convertuntur, nam converti possunt, quin ejus in cælum locum, & positionem identidem mutent? Non sane: sicuti enim sol hic astra illa errantia attrahit, & in suis curvis continet, ipse quoque ab illis attrahitur, & eorum modo majoribus, modo minoribus viribus attrahentibus obsequi debet.

Ut res quanta fieri potest simplicitate exhibeamus, fingamus solis hujus lenticularis æquatorem directum ad ingentem aliquem planetam, seu cometam, qui lente sæculi unius decursu

cir-

circa ipsum convertatur. Patet, partem hujus æquatoris planetæ, aut cometæ proximam magis, quam partes ad centrum, aut ultra centrum, attractum iri (1420); atque æquatorem hunc magis hinc, quam inde attractum niti debere ad conversionem circa suum axem faciendam quo tempore circa ipsum planeta, aut cometa in sua orbita convertetur. Hinc sol iste & celerrime circa proprium æquatorem & lentissime circa suos polos conversus modo magis, modo minus æquatorem suum, seu majorem discum nobis obvertet; ut explicavimus.

Stationes solis, & stellarum.

1169. OBSERVATIO. Sol, & stellæ nullam sensibilem latitudinis mutationem subeunt 1152) at perpetuas subeunt declinationis mutationes (1153); hoc tamen discrimine, quod stellæ longissimum tempus postulant præ sole, ut data graduum, aut minutorum quantitate ad æquatorem accedant, aut ab eo recedant. Ut enim sol *a* puncto æquinoctii verni, ubi nihil declinat, ad solstitium æstivum transeat, ubi declinat ferme gradibus 23, 28′ tribus tantum mensibus indiget: stellæ, ut hanc habeant declinationem annos postulant 6435. (1131)

At vero quamvis sol a solstitio ad proximum æquinoctium pergens magis in dies declinet, nonnulli tamen dies sunt, quibus declinationis augmentum, aut decrementum est insensile, & veluti respectu æquatoris *stationarius* est. Idem quoque in stellis contingit: nonnullis sæculis *stationariæ* sunt in circumstantiis iisdem, in quibus sol diebus aliquot stationarius est; ut modo explicabimus.

1170. LEMMA. Quum circuli duo, ut æquator A T B, & ecliptica R T S se in centris T secant (*fig.* 7)

I. Patet, eorum arcus A *a* *f* a communi inter-

tersectione *n* T *a* usque ad gradus 90 magis invicem divaricari: in gradu nonagesimo non amplius divaricari, sed subinde magis invicem accedere.

II. Patet, prope puncta intersectionis arcus analogos *a d*, *a c* esse lineas duas divergentes: corpus ergo, quod percurrat arcum *a d* gradus unius, aut alterius, recedet ab alio circulo quantitate *d c*.

III. Patet quoque, ad gradus 90 ab eorum intersectione arcus analogos *m* A *m*, *m* S *m* singulos unius, aut alterius gradus esse lineas ad sensum parallelas. Si chartæ duæ circulares invicem decussentur in centro sub angulo graduum 20, aut 25, sensibilis hic parallelismus ad gradus 88, 30′, ad 90 apparebit.

Solis stationes.

1171. EXPLICATIO I. Annuam solis revolutionem in ecliptica primum observemus: ab ejus motu stellarum motus, ab ejus notis stationibus, quid stellarum stationes sint aptius intelligemus. (*fig.* 7)

Sol in æquinoctio verno *a* non declinat; ejus enim centrum est in plano æquatoris, ubi nullam declinationem subit. At ab hoc æquinoctio ad solstitium æstivum S magis magisque ab æquatore A B A recedit; & in dies declinat magis in boream usque in S, ubi gradibus ferme 23, 28′ declinat. At declinatio hæc non æquali quantitate in dies crescit. In primis gradibus *a d* declinatio magna est; in intermediis *d m* minori in ratione crescit: in postremis *m* S *m* intensilis est, ac veluti nulla. Exempli causa.

I. Quum sol duobus ferme diebus primos duos eclipticæ gradus *a d* percurrit, ab æquatore recedit quantitate *d c*; analogi enim horum circulorum arcus *d a c* divergunt tota quantitate *d c*.

II. Quum sol tribus mensibus post percurrit ecli-

eclipticæ *m S m* gradum nonagesimum, & nonagesimum primum, ab æquatore ad sensum non recedit: duo enim arcus analogi *m S m*, *m A m* non divergunt, sed sunt ad sensum paralleli. Idem parallelismus habetur sole existente in R inter eclipticæ gradum 269, & 271.

Hinc *solis stationes ad puncta solstitialia*, ad gradus scilicet longitudinis 90, & 270. Sunt hi dies solstitiorum. Uno, aut altero die ante, & post solstitia sol eandem ad sensum declinationem, seu ab æquatore distantiam habet. Arcus AS, vel BR hujus declinationis mensura idem ad sensum est, graduum scilicet 23, 28′ ferme, sive in puncto solstitiali, sive in gradu uno citra aut ultra hoc punctum observetur.

Stellarum stationes.

1172. EXPLICATIO II. Age vero magnam modo stellarum revolutionem circa eclipticæ axem DTB ab occidente in orientem consideremus, quæ annis tantum 25740 completur (1137) & quæ solari revolutione cui tamen similis est, vicibus 25740 lentior est. Stellæ, ut sol, & diurnam in circulo æquatori parallelo, & magnam illam revolutionem in circulo peragunt eclipticæ parallelo.

I. Sit primo stella quævis in plano eclipticæ. Stella *a*, quæ modo in eclipticæ plano est ad punctum æquinoctii verni, nullam habet declinationem, quum sit in plano æquatoris; nec longitudinem habet, quum in primo arietis puncto sit.

Stella hæc ab *a* in S tendens ratione magnæ suæ revolutionis circa eclipticæ axem DTE arcum *a d* gradus unius percurrit annis $70\frac{1}{2}$, & a plano æquatoris recedit quantitate *d c*, quæ est ejus declinatio: arcus enim analogi *a d*, *a c* eclipticæ, & æquatoris divergunt. Stella hæc annis 70 eam tantum obtinet declinationem, quam sol unico die. Quum

Quum ſtella *a* erit in *m S m* inter gradus longitudinis 89, & 91, annis 143 percurret gradus duos eclipticæ ab æquatore A B toto hoc tempore ad ſenſum non declinans; arcus enim analogi *m S m*, *m A m* eclipticæ, & æquatoris ſunt ad ſenſum paralleli (1170). Idem ſtellæ huic contingit in R. Hinc *diuturna ſtella hujus ſtatio*, quæ *ſtelliſtitium* dici poſſet, ad gradus 90, & 270 longitudinis: ſtelliſtitium ſolſtitio vicibus 25740 diuturnius.

II. Sit modo alia quævis ſtella K extra planum eclipticæ in circulo latitudinis per primum arietis punctum tranſeunte: longitudinem nullam habebit; & diurnas revolutiones peraget in parallelo T S T, a quo ejus ab æquatore declinatio habetur. Porro hæc declinatio magis magiſque augebitur a puncto K, ubi nullam habet longitudinem, uſque ad H, ubi habebit longitudinis gradus 90.

Quum ſtella hæc primos ſui eclipticæ paralleli gradus K *d* percurrit, declinationem non parum auget; arcus enim analogi paralleli eclipticæ, & paralleli æquatori K *d*, K *c* ſunt divergentes. At vero quum arcum *m* H *m* percurrit graduum duorum, vel trium, declinationem ad ſenſum non immutat; arcus enim analogi *m* H *m*, *m* A *m* ſunt ad ſenſum paralleli. Idem huic ſtellæ in G continget.

Eadem theoria ſtellæ cuivis accommodari poteſt ejus eclipticæ parallelum cum ejus æquatori parallelo comparando. Omnes eodem modo ſtationariæ ſunt ad gradus 91, & 270 longitudinis. Hinc apparet, ſtellas has eſſe puncta in cælo fixa, quibus utamur ad obſervationes longum tempus complectentes comparandas.

Lux Zodiacalis.

1173. DEFINITIO. *Lux zodiacalis* eſt ſplendor, ſive albor ſæpius viæ lacteæ albori ſimilis,

lis, qui statis anni temporibus ante solis ortum aut post occasum apparet lanceæ, aut fusi forma secus zodiacum, in quo semper cuspide, & axe continetur, basi vero horizonti oblique insistens.

Phænomenon hoc a celebri Cassino detectum, atque descriptum ingenioso Mairano speculandi argumentum dedit, qui magna verisimilitudine arbitratur, esse ipsam solis athmosphæram valde ad astri hujus polos compressam, ad æquatorem vero admodum elongatam. Huic auctori est illa materia maxime fluida per se lucens, aut fortasse a solis radiis tantum illustrata, quem anuli lenticularis figura complectitur. Anulus hic fusi forma apparet, cujus apices angulum comprehendunt graduum modo 26, modo 45, modo 100, pro magis directa, aut obliqua respectu nostrum positione. (919)



§. II.

PLANETÆ IN GENERE.

1174. OBSERVATIO. Circa solem in centro mundi nostri planetarii immobilem *sex primarii planetæ* ad varias ab illo distantias convertuntur. (*Fig.* 4)

Eorum nomina, ordo, & notæ sunt hujusmodi. *Mercurius* ☿, *Venus* ♀, *Tellus* ♁, *Mars* ♂ *Iupiter* ♃, *Saturnus* ♄. Curva a quovis planeta circa solem tamquam sui motus centrum descripta non est circulus, sed ellipsis. (1276)

Inter planetas primarios tres sunt, qui *planetas secundarios* habent, nempe Tellus, quæ lunam habet, Jupiter, qui quatuor satellites, seu lunas habet, & Saturnus, qui quinque satellites, aut lunas habet. Planetæ secundarii circa primarium tamquam sui motus centrum conver-

tun-

tuntur, dum primarius ipſe circa ſolem convertitur. Centrum motus ſecudariorum perpetuo locum mutat; primarius enim circa ſolem converſus ſecundarium ſecum trahit. Curva, quam ſecundarii circa primarium deſcribunt, ipſa quoque ellipſis eſt. Quum curva primariorum planetarum circa ſolem, & ſecundariorum circa primarios ſit ellipſis; operæ pretium eſt hujus curvæ hic notionem addere, quæ in parte mathematica amplius dignoſci poterit. (*Math.* 749, 765)

Eorum curva.

1176. DESCRIPTIO. Sit in plano indefinito (*fig.* 23) recta indefinita T E, in qua capiantur arbitrio puncta duo R, S: his alligentur extremitates fili quantumvis longi. Hæmatites filum ſemper æque tendat, & plano perpendicularis convertatur circa puncta R, S. Curva T C E G T ab hæmatite deſcripta eſt *ellipſis*. (*Math.* 756), atque hæc curva eſt, quam planetæ omnes circa ſolem S deſcribunt. (1276)

I. *Axis primus* dicitur maxima diameter TE, quæ in hac curva duci poſſit; *axis ſecundus* maxima diameter CG, quæ ad medium primum axem perpendicularis duci poſſit.

II. *Foci* dicuntur puncta duo R, S in axe primo: *centrum* punctum O in axe primo a focis æque diſtans: *excentricitas* diſtantia RO, vel SO inter alterutrum focum, & centrum.

III. Poſito ſole, ſeu centro motus in alterutro foco, puta S, *abſides* dicuntur puncta, alterum omnium proximum foco S, alterum ab hoc foco omnium remotiſſimum: *abſis ſuperior* punctum remotiſſimum T: *abſis inferior* punctum proximum E: *linea abſidum* axis primus ad abſides terminatus: *diſtantia media* punctum C, aut G æque a duobus focis, & abſidibus diſtans.

1176. COROLLARIUM. Ex ellipſis conſtru-

ſtructione patet, duarum linearum quarumcumque a focis ad punctum quodvis peripheriæ ductarum ſummam ſemper eſſe primo axi æqualem: eſt enim ſumma hæc ſemper filo axi æque tenſo æqualis. Ergo CR + CS = TE; item DR + DS = TE, vel RCS; item RIS = TE, vel RDS.

Patet quoque ex conſtructione, differentiam inter axem primum TE, & ſecundum CG eſſe poſſe infinite variam pro diverſa focorum R, S inter ſe diſtantia: quare & excentricitas infinitum variari poteſt. In ellipſi a planetis deſcripta excentricitas exigua eſt, in deſcripta a cometis circa ſolem multo maxima.

Eorum revolutio diurna.

1177. OBSERVATIO. Planetæ, ut & ſtellæ, quotidie circa tellurem converti videntur ab oriente in occidentem in circulo æquatori parallelo; hoc duplici diſcrimine.

I. Parallelus, in quo ſtella quævis diurnam revolutionem peragit, diutius idem ad ſenſum eſt: parallelus vero, in quo planeta quivis diurnam ſuam revolutionem peragit, mutari dignoſcitur paucis diebus; quum modo cum æquatore concurrat, modo citra, modo ultra æquatorem ſit.

II. Stellæ motu ad ſenſum uniformi ſemper diurnas revolutiones complent: planetæ modo eodem tempore, quo ſtellæ, modo longiore, modo breviore convertuntur.

Eorum revolutio annua.

1178. OBSERVATIO. Præter motum diurnum, qui tantum apparens eſt, planetæ primarii *motum* habent *verum*, *&* *permanentem* modo magis, modo minus acceleratum, quo perpetuo ab occidente in orientem feruntur in conſequentia ſignorum circa ſolem, & in plano zodiaci. Hoc

motu

motu cujusque primarii planetæ centrum circa solem intra zodiaci fines peculiarem curvam describit, quæ non nisi circulus, aut ellipsis esse potest, at circulus non est (*Fig.* 4, & 2).

I. *Revolutio annua* planetæ dicitur curva, quam ejus centrum ab immobili sole visum describit in plano zodiaci, numerando ab hujus curvæ puncto, in quo planeta e sole visus cum data stella quavis concurrit, donec planeta ad idem suæ curvæ punctum, sive ad eandem stellam redeat. Revolutio hæc quo ad tellurem revolutionem sideream refert, quæ facile ad tropicam adduci potest (1137).

III. *Tempus periodicum* planetæ illud dicitur, quod in annua circa solem revolutione insumit, a dato in curva puncto numerando ad reditum usque ad idem punctum. Curva hæc, in qua centrum planetæ convertitur, dicitur *trajectoria*. Tempora periodica cujusque planetæ solitarii eadem semper sunt, sed in diversis planetis diversa sunt, ut quamprimum dicemus.

III. *Sex curvæ* planetarum primariorum a terra, aut a sole visæ intra zodiaci fines omnes continentur: & ecliptica tantum, seu curva telluris est zodiano parallela, quem bifariam dividit. Ceteræ omnes, Mercurii, Veneris, Martis, Jovis, Saturni eclipticam bifariam, & oblique secant sub diversis angulis, quos quamprimum definiemus.

IV. *Nodi planetæ* dicuntur puncta duo, in quibus ejus curva eclipticam secat: *nodus ascendens* eclipticæ punctum, in quo planeta ab australi latitudine ad borealem transit: *nodus descendens* eclipticæ punctum, in quo planeta a boreali ad australem latitudinem transit. In nodis nulla est planetæ latitudo (1152).

Eorum tempora periodica, & velocitas media.

1179. OBSERVATIO I. *Tempus periodicum* pla-

planetarum longitudine diversum est pro diversa planetæ a sole sui veri motus centro distantia.

I. Juxta Caillium tempus periodicum cujusque planetæ, seu dies, horæ, minuta, secunda, quibus totam curvam, seu trajectoriam suam percurrit, est hujusmodi.

Planeta.	Dies.	Horæ.	Minuta.	Secunda.	Ferme
Merc.	87	23	15	30	= 3 mens
Venus	229	16	48	20	= $8+\frac{1}{3}$ mens.
Tellus	365	6	8	58	= 1 annus
Mars	686	23	30	30	= 2 anni
Jupiter	4332	12			= 12 anni
Satur.	10759	8			= 30 anni

Keplerus, Cassinus, Neutonus, Hirius, & alii plærique astronomi tempora hæc periodica æque definierunt, minima quidem varietate, adeoque negligenda.

II. *Vera*, & *absoluta* planetarum velocitas in orbita in dies varia fit exigua quantitate ordinatim crescente, & decrescente in quavis revolutione circa solem: alibi phænomeni causam indicabimus (1275). Vera hæc, & absoluta planetarum velocitas mediam obtinet magnitudinem inter aphelia, & perihelia: dicitur hæc *velocitas media planetarum*.

III. Media hæc planetarum velocitas vera, & absoluta, (seu spatium, quod planeta eodem tempore, puta die uno, percurrit), major est in planetis minus a sole distantibus. Observationibus, & astronomicis inductionibus constat, mediam planetarum velocitatem esse in subduplicata inversa ratione suarum distantiarum a sole; exempli gratia numerum leucarum, quas uno die Mercurius percurrit, esse ad eum, quem uno die percurrit Mars, ut radix quadrata e distantiæ mediæ Martis a sole ad radicem qua-

quadratam distantiæ mediæ mercurii a sole: (1301).

Porro singulari hac proportione Mercurius Venere, Venus Tellure, Tellus Marte, Mars Jove, Jupiter Saturno omnium lentissimo celerius vero motu procedunt.

Suarum orbitarum inclinatio.

1180. OBSERVATIO. Planetæ cujusvis *orbita*, seu *trajectoria* diverso modo est eclipticæ inclinata, sive sub diversis angulis eclipticam secat, quos hic Caillium sequentes indicabimus. Orbita Mercurii est omnium maxime inclinata: orbita Jovis omnium minime eclipticæ inclinata. Omnium orbitarum planum per centrum solis transit, quod omnium periodicarum revolutionum centrum commune est: alibi hanc orbitam non circularem, sed ellipticam esse ostendemus (1276).

Inclinatio.	*Gradus.*	*Minuta.*	*Secunda*
Saturni	2	30	36
Jovis	1	19	30
Martis	1	50	54
Telluris	0	0	0
Veneris	3	23	20
Mercurii	7	0	0

Eorum motus rotationis.

1181. OBSERVATIO. Planetæ primarii, ut & tellus, motus duos veros, & permanentes habent, alterum *revolutionis* circa solem, & alterum *rotationis* circa proprium centrum. Sol ipse, qui motum revolutionis non habet, motum habet rotationis, quo circa suum axem diebus 25 $\frac{1}{2}$ convertitur. Motus hic in sole, & planetis nobis innotescit ex maculis, quas in iis

iis deprehendimus, & quarum motus observatur. Exempli gratia (*Fig.* 4).

I. Si planetæ magis conspicui exquisitis telescopiis observentur, loca in iis apparebunt ceteris obscuriora, quæ *maculæ* dicuntur: hæ apparebunt locum mutare, ab uno ad alium planetæ limbum progredi, post planetam occultari, deinde iterum ad primum limbum regredi, & eandem semper in planetæ disco positionem servare. Hinc inferemus, maculas has ipsi planetæ adhærere, qui, ut tellus, eodem tempore duobus motibus veris, & permanentibus cietur, breviore altero, quo circa proprium axem convertitur, diuturniore altero, quo circa solem agitur. Primus *planetæ diem* efficit, seu tempus metitur, quo observatori planeticolæ videbitur firmamentum circa planetam suum converti. Alter *planetæ annum* efficit, seu tempus metitur, quo sol in centro mundi planetarii immobilis eidem observatori videtur per zodiacum converti in curva a planeta descripta. Est hoc hujus planetæ tempus periodicum (931, 932).

II. Si *macularum naturam* investigemus, patet, nihil eas esse, nisi partes superficiei planetæ minus aptas solis lucem reflectere. Exempli causa: facile concipies, tellurem a sole, aut a luna visam apparituram maculis distinctam ea ratione, qua orbis partes in globo artificiali descriptæ sunt: maria, quum omnem ferme lucem ebibant, visum iri ingentes tractus obscuros; insulas, & scopulos puncta lucida, ingentes terras spatia magna lucida obscuris commixta ubi lacus, aut silvæ sint, partibus magis splendentibus distincta ubi terræ albicantes sint, scopuli, montes nivales. Maculæ hæ a sole visæ nobis circa terram converti viderentur eo ipso tempore, quo terra circa suum axem convertitur.

III. Sol, ut planetæ, suas maculas habet,

quæ successive circa hoc astrum convertuntur diebus 25 $\frac{1}{2}$. Tempus est hoc, quo sol circa suum axem convertitur. Ex ejusdem Caillii observationibus motus rotationis hisce temporibus completur.

	diebus,	*horis,*	*minutis,*	*secundis.*
In Sole	25	12	0	0
In Jove		9	56	0
In Marte		24	40	0
In Tellure		23	56	4 (1324).
In Venere		23	20	0
In Luna	27	7	43	5

Saturni distantia, & exigua lux, Mercurii parvitas, & magna soli propinquitas in iis maculas detegere non siverunt, adeoque nec rotationis tempus definire. Analogia tamen, hi quoque planetæ circa axem suum rotari censeri possunt. Luna quoque motum rotationis circa suum axem habet, de quo alibi (1243).

1182. COROLLARIUM. *Sol, & planetæ ad polos compressi, ad æquatorem elati esse debent.*

EXPLICATIO. In sole, & in planetis poli sunt superficiei puncta duo, circa quos rotantur: *axis* est recta per polos, & centrum ducta: *æquator* est circulus axi perpendicularis per centrum transiens (494).

Quum sol, & planetæ motum rotationis habeant circa axem, ut tellus, patet, eos, non secus ac tellurem (1373) depressos esse debere ad polos, ad æquatorem elatos: in se enim, licet diverso gradu, eandem causam habent, unde oritur hæc depressio ad polos, & ad æquatorem intumescentia in tellure, nempe circa axem revolutionem.

In Jove planetarum maximo, & in quo rotationis motus celerrimus est hæc depressio ad polos, & intumescentia ad æquatorem maxime con-

conspicuæ sunt. Ex magis accuratis observationibus sui æquatoris diameter duodecima parte major est axe per polos transeunte. In aliis planetis depressio non descernitur: sicuti telluris depressio non descerneretur si a planetis conspiceretur.

Eorum directiones, stationes, regressus.

1183. OBSERVATIO. Planetæ omnes motum verum, & permanentem habent circa solem ab occidente in orientem, quo zodiacum percurrunt, Saturnus annis 30, Jupiter annis 12, Mars annis 2, Terra seu Sol anno uno, Venus mensibus 8 $\frac{1}{3}$, Mercurius mensibus 3 (1179). Si tellus in universi centro immobilis esset omnium harum revolutionum centrum; quo tempore sol quotidie unum ferme eclipticæ gradum percurrit, Saturnus trigesimam gradus partem in zodiaco percurrere deberet, Jupiter duodecimam, Mars dimidiam, Venus gradum cum dimidio, Mercurius gradus quatuor (*Fig.* 2).

At non ita se res habet: planetæ non videntur constanter in zodiaco progredi in consequentia signorum, ut eorum periodica revolutio postulat. Quodam tempore in zodiaco progredi videntur supra quam eorum motus postulet: alio tempore stare videntur: alio tandem tempore regredi videntur, seu in zodiaco moveri directione periodicæ eorum revolutioni opposita. Exempli causa, si duobus annis quotidie transitus Martis per meridianum observetur, a quo quotidie recedere deberet magis, magisque in orientem progrediens, inveniemus,

I. Aliquo tempore Martem, & datam stellam simul ad meridianum advenire. Tunc planeta *stationarius* est; neque enim progredi, aut regredi in zodiaco videtur. Ejus motus revolutionis annuæ in zodiaco in consequentia signo-

rum ab occidente in orientem aliquot diebus cessare videtur.

II. Alio aliquo tempore, diebus aliquot post stationes Martem quotidie ad meridianum pervenire citius, & breviori tempore, quam datam stellam. Tunc planeta est *retrogradus*; videtur enim motum habere motui suæ revolutionis annuæ oppositum, a quo quotidie magis in occidentem in antecedentia signorum per zodiacum abripiatur.

III. Alio tempore, sex, aut septem mensibus post stationes, Martem, & datam stellam, cui in cælo conjunctus videtur, non amplius simul ad meridianum appellere: Mars quotidie serius ad meridianum pervenit. Tunc planeta est *directus*: quotidie enim in zodiaco progreditur in consequentia signorum ab occidente in orientem tantundem, aut magis quoque, quam postulet ejus in zodiaco annua revolutio. Ejus motus annuæ revolutionis non jam ut antea suspensus, imo supra quam postulet auctus videtur.

Eædem stationes, progressus iidem, & regressus videbuntur in Saturno, Jove, Venere, & Mercurio, at aliquo discrimine, cujus ratio reddetur quum hoc phænomenon explicabitur adeo absurdum in hypothesi terræ immobilis, adeo simplex, & naturæ conforme in hypothesi copernicana (1316).

Eorum perihelium, & aphelium.

1184. OBSERVATIO. Si planetæ in annua revolutione circa solem circulum describerent, cujus sol centrum esset, semper ab ipso æque distarent: nec aphelium haberent, nec perihelium. Verum observationibus constat, ipsos in ellipsi converti, cujus focum unum occupat sol: debent ergo modo esse perihelii, seu soli propin-

pinquiores, modo aphelii, seu a sole remotiores. Sit ellipsis T C E G T ab annua planetæ alicujus T revolutione descripta circa solem S, qui unum ex focis ellipseos S immotus occupat In hac curva (*Fig.* 25).

I. *Perihelium* dicitur punctum E, in quo planeta est maxime soli propinquus. Quare planeta in E est perihelius.

II. *Aphelium* dicitur punctum T, in quo planeta est a sole remotissimus. Quare planeta in T est aphelius.

III. *Planetæ excentricitas* dicitur dimidia differentia inter maximam, & minimam a sole distantiam: hujus mensura est pars axis primi duobus focis R, S intercepta. Exempli causa: R O, vel S O est planetæ T excentricitas.

1185. COROLLARIUM. Apparet jam, *distantiam cujusque planetæ a sole perpetuo augeri, & minui in tota sua periodica revolutione circa solem*, qui semper in plano ellipseos est, sed extra centrum in alterutro focorum (*fig.* 23).

Distantia hæc minuitur ab aphelio T ad perihelium E: crescit a perihelio ad aphelium: media est in C, & G ad æqualem a perihelio, & aphelio distantiam. Quamobrem maxima distantia planetæ T est in T, minima in E, *media* in C, & G. In quavis periodica revolutione planeta bis est in sua distantia media, quæ dimidio axi primo æqualis est.

Quum de planetarum distantiis a sole sermo est, semper distantiæ mediæ intelliguntur, nisi maxima, aut minima aperte indicetur.

Eorum distantia media.

1186. OBSERVATIO. Sex ellipses, seu trajectoriæ planetarum primariorum etsi inter se non parallelæ (1180), omnes ab occidente in orientem in zodiaco circa solem convertuntur, qui immotus in plano est, & in communi foco omnium ellipsium (*Fig.* 23).

Curvæ hæ ellipticæ omnes ad diversas a sole distantias excentricitatem diversam habent: aliæ magis, aliæ minus a circulari figura distant. Exempli causa, curva Veneris minimum excentrica est: ejus axis primus TE parum ab axe secundo CG differt. Contra vero curva Mercurii multo magis, proportione habita, excentrica est: ejus axis primus TE a secundo CG admodum differt. Curva Veneris magis ad circulum accedit: curva Mercurii hinc compressa, illinc elongata multo magis a circulo distat.

Ex Caillio subiicio sex planetarum ellipsium dimensiones telluris ellipseos axi comparatas, quique in partes æquales 20000 divisus supponitur.

Dimensiones orbitæ	Axis primus	Axis secundus	Excentricitas	Distantia media
Mercurii	7742	7570	810	3872
Veneris	14466	14465	52	7233
Telluris	20000	19997	168	10000
Martis	30474	30342	1415	15203
Jovis	104020	103899	2505	51980
Saturni	190758	190448	5430	95302

1187. NOTA I. Ope parallaxeos solis inventa est ejus a tellure distantia, seu telluris a sole distantia (1221). Hinc ex secunda lege Kepleri ceterorum planetarum a sole distantia definita fuit (1263). Hinc ortæ cognitiones omnes distantiarum planetarum a sole omnium revolutionum centro (*Fig.* 4).

I. Orbitarum seu planetarum dimensiones passim partibus proportionalibus designantur; sive ad majorem calculi simplicitatem; sive quia non satis accurate constat telluris a sole distantia, cui ceteræ omnes comparandæ sunt.

II. Quum sex orbitarum dimensiones *in partibus proportionalibus* innotescunt supra indicatis,

tis, facile eſt eaſdem dimenſiones in partibus abſolutis, puta, in leucis habere. Ex parallaxi enim ſolis invenitur *diſtantia media telluris a ſole*, quæ tercenties centena leucarum millia ferme continet, quæque bis ſumpta axem primum orbitæ terreſtris æquat. Hic axis ergo omnium orbitarum communis menſura, ſeu terminus comparationis continet ſexcenties centena leucarum millia.

Quum axis hic ſupponatur partium 20000, ut cujuſque ex his partibus habeatur valor abſolutus leucæ 60000000 per 20000 dividendæ ſunt. Quotiens erit leucarum 3000. Quælibet enim ex his 20000 partibus valet leucas ferme 3000. Poterit ergo in leucis proxime haberi cujuſque planetæ *diſtantia media* a ſole, datam in partibus proportionalibus diſtantiam in leucas 3000 ducendo, ut infra.

Diſtantia Media	*In partibus proportionalibus*	*In leucis quæ ſingulæ*	*continent hexapedas*
Mercurii	3872	11616000	2287
Veneris	7133	22699000	*vel*
Telluris	10000	30000000	2140
Martis	25203	45609000	*vel*
Jovis	51980	155940000	2645
Saturni	95302	285906000	

III. Si *diſtantia media* telluris leucis 30000000 major, aut minor ſit (1221), majores, aut minores aſſumptæ leucæ aſſumendæ erunt. Exempli gratia, ſi diſtantia hæc media telluris a ſole ſit leucarum 28, 000, 000, quarum ſingulæ conſtant hexapedis 2287, leucæ a nobis indicatæ conſtabunt tantum ſingulæ hexapedis 2140. Si illa diſtantia media ſit leucarum 34, 500, 000, leucæ aſſumendæ hexapedas 2645 ſingulæ continebunt.

IV. Data planetæ *diſtantia media*, & excentri-

tricitate, facile maxima, & minima distantia invenitur (*fig.* 23).

Siquidem distantia media CS, vel GS dimidio axi primo TOE æqualis est. Est ergo distantia media ipsi EO, vel TO æqualis: ergo *minima distantia* æqualis est distantiæ mediæ dempta excentricitate SO: ergo *maxima distantia* æqualis est distantiæ mediæ addita excentricitate SO. Ut ergo habeatur maxima distantia excentricitas distantiæ mediæ addenda est; ut habeatur minima, excentricitas a distantia media est subducenda.

1188. NOTA II. Quum sæpius hæ *distantiæ mediæ* planetarum in supputationibus occurrant, operæ pretium est eas ad minimos terminos adducere, proportionaliter per 1000 dividendo. Tunc nova erit ipsarum ratio, sive eadem minimis terminis expressa: scilicet.

Mercurii	$= 3+\frac{4}{5}$, & paulo plus.
Veneris	$= 7+\frac{1}{5}$ & paulo plus.
Telluris	$= 10$
Martis	$= 15+\frac{1}{5}$ ferme
Jovis	$= 52$, & paulo minus
Saturni	$= 95+\frac{1}{3}$, & paulo plus.

Eorum apogeum, & perigeum,

1189. OBSERVATIO. Circa solem immotum in communi orbitarum omnium ellipticarum foco (*fig.* 4.) ab occidente in orientem convertuntur in plano zodiaci orbes sex opaci; primo scilicet *Mercurius* in ellipsi *mam*, dein a sole remotior *Venus* in ellipsi VXV; dein *Tellus* cum sua luna in ellipsi TBDA; tum *Mars* in ellipsi MNM; tum *Jupiter* cum quatuor suis satellitibus in ellipsi IKI; tandem omnium remotissimus *Saturnus* cum quinque suis satellitibus in ellipsi SZS.

Quum tellus citius remotioribus a sole planetis,

netis, ſerius ſoli propinquioribus revolutionem ſuam compleat (1179); debet ipſa modo his planetis accedere, modo ab illis recedere, qui proinde modo perigei ſunt, modo apogei (*).

I. *Planeta perigeus* eſt quum terræ maxime propinquus eſt. Exempli gratia, quum Saturnus eſt in S, & tellus in T, Saturnus eſt perigeus. Ita ſi tellus ſit in T, Mercurius in *a*, erit Mercurius perigeus. Pari modo quum tellus erit in A, & Venus in X, Venus erit perigea (*fig.* 4).

II. *Planeta apogeus* eſt, quum a terra maxime diſtat. Exempli cauſa, poſita tellure in D, & Saturno in S, Saturnus erit apogeus in S, dum Jupiter erit perigeus in I.

III. Poſitis punctis F, *f* focis ellipſium, & ſole in F extra omnium ellipſium centrum C, ſol erit *perigeus* quum tellus erit in T; erit *apogeus*, quum tellus erit in D. Solis perigea, & apogea eo ipſo tempore habentur, quo tellus perihelia eſt, & aphelia, quum ſcilicet in ſuperiore, & in inferiore abſide verſatur. (1175)

Eorum magnitudo abſoluta, & reſpectiva.

1190. OBSERVATIO. Planetæ magnitudine inter ſe differunt. Mercurius omnium minimus eſt, Jupiter omnium maximus primariorum: Terra, & Venus ferme æquales ſunt. Notum eſt, ad ſphæræ ſoliditatem cognoſcendam ſatis eſſe ejus diametrum noviſſe. (*Math.* 577, 605)

Alibi oſtendemus qua ratione planetarum diameter dignoſci poſſit (1226): interea harum dia-

(*) ETYMOLOGIA. *Perihelium, perigeum: a* περὶ, prope, circum, & ἥλιος ſol, & γῆ terra. *Aphelium, apogeum: ab* ἀπὸ longe, ab, & ἥλιος ſol, & γῆ, terra.

diametrorum menſuras, & proportiones exhibebimus, quales ex aſtronomicis obſervationibus eas tradit illuſtris Maupertuiſius, fractionibus neglectis. Solis diameter, quæ ut terminus comparationis aſſumitur, diviſus ſupponitur in 3000 partes æquales, quarum quælibet eſt tertia diametri terreſtris pars, ſeu leucas communes mille continet (1225). Lunæ diameter eſt quarta pars terreſtris diametri. His rationibus obſervatione inventis, habemus

		in partibus æqualibus.		*in leucis hexapedarum*	
Diametrum Solis	=	300	=	300000	
Mercurii	=	1	=	1000	2180,
Veneris	=	3	=	3000	*vel*
Telluris	=	3	=	3000	2287
Lunæ	=	$\frac{1}{4}$	=	750	
Martis	=	$1 + \frac{13}{17}$	=	1662	
Jovis	=	$33 + \frac{1}{3}$	=	33333	
Saturni	=	$27 + \frac{1}{4}$	=	27250	

II. Si modo horum orbium ſoliditates invicem comparentur ſumpta tellure tamquam termino comparationis, & ſuppoſita ejus ſoliditate = 1, ſequentes proportiones invenientur, quæ etſi fortaſſe non omnino accuratæ, eam tamen omnem obtinent certitudinem, quæ hac in re haberi poſſit: ſunt hæc cubi diametrorum (*Math.* 622); quæ non niſi ex datis diametris errori ſubeſſe poſſunt. Quare diametris ad cubos elevatis, hiſque per 27 diviſis, ut telluris cubus ad unitatem redigatur erit ſoliditas

Tel-

Telluris	=	1
Lunæ	=	$\frac{1}{64}$
Mercurii	=	$\frac{1}{27}$
Veneris	=	1
Martis ferme	=	$\frac{3}{9}$
Jovis	=	1331
Saturni	=	730
Solis	=	10000000

Vides hic, ſoliditatis nomine triplicem tantum orbium dimenſionem intelligi, non materiæ denſitatem, quæ probabiliter in omnibus diverſa eſt, nec dignoſci a nobis poteſt.

Eorum oppoſito, & conjunctio.

1191. OBSERVATIO. Planetæ duo, puta Mars, & Jupiter, e terra viſi dum circa ſolem convertuntur, ſucceſſive in diverſis zodiaci punctis apparent: modo in eodem circulo latitudinis per eclipticæ polos tranſeunte; & tunc ſunt *in conjunctione*; modo in circulis latitudinis invicem diſtantibus eclipticæ gradus 180: & tunc ſunt *in oppoſitione*; modo in circulis latitudinis invicem diſtantibus gradus 90; & tunc ſunt in *quadratura*; modo in circulis invicem diſtantibus citra, aut ultra gradus 90, vel 180, & tunc *oppoſiti ſunt illa quantitate*, puta ſignis 4, & gradibus 13, vel ſignis 10, gradibus 17, minutis 40. Quamobrem

I. *Conjunctio* dicitur duorum aſtrorum aſpectus, quæ e terra viſa in eodem apparent circulo latitudinis, & eandem habent longitudinem (1551): ſive ambo in eodem cæli puncto appareant, ſive in duobus diverſis, quorum alterum altero magis boreale ſit.

II. *Oppoſitio* dicitur duorum aſtrorum aſpectus viſorum in circulis latitudinis invicem diſtanti-

bus eclipticæ gradibus 180. Generatim conjunctio, & oppositio dicuntur quoque *syzygiæ* : & astrum dicitur esse in syzygiis quum est in conjunctione, aut in oppositione.

III. *Quadratura* dicitur aspectus duorum astrorum visorum in duobus circulis latitudinis quartam eclipticæ partem, seu gradus 90 distantibus.

In oppositione tellus astris interjacet: in conjunctione astrum telluri, & astro remotiori interjacet: in quadraturis lineæ duæ a tellure ad astra ductæ angulum rectum efficiunt gradus 90 in cælo complectentem. (*fig.* 4)

1192. NOTA. Inter planetas primarios tres sunt, Mars, Jupiter, Saturnus, qui semper magis tellure a sole distant; seu quorum orbita telluris orbitam complectitur: hi *planetæ superiores* dicuntur. Duo sunt Venus, & Mercurius, qui tellure soli propinquiores semper sunt; seu quorum orbitam telluris orbita complectitur: hi *planetæ inferiores* dicuntur. Sex hæ orbitæ adeo inter se distant, ut nunquam concurrere possint: quæ enim invicem proximæ sunt, octuagies, aut centies centenis leucarum millibus semper distant. (1178)

I. *Tres planetæ superiores* cum sole in conjunctione, in oppositione, in quadratura esse possunt: circa enim terræ orbitam convertuntur, unde videntur modo in eodem circulo latitudinis cum sole; modo in circulis latitudinis, qui ab eo, in quo sol est, distare possunt usque ad 360 gradus, ubi iterum in conjunctione erunt.

II. *Planetæ duo inferiores*, Venus, & Mercurius, duas conjunctiones habent; oppositionem, & quadraturam nullam. Sunt *in conjunctione superiori* cum sole, quando sol illis, & telluri interjacet: sunt in conjunctione inferiori cum sole, quando ipsi telluri, & soli interjacent. (*fig.* 4)

Posita tellure in T Mercurius erit in conjunctio-

ctione superiori in *m*, & in conjunctione inferiori in *a*. Planetæ duo inferiores neque oppositionem habent cum sole, neque quadraturam; in maxima enim eorum digressione a loco, ubi sol videtur in zodiaco, Mercurius a sole distare non apparet ultra gradus 28, Venus ultra 47.

Eorum phases.

1193. OBSERVATIO. Luna diversis aspectibus nobis apparet: modo pleno disco ad tellurem converso illuminato, modo omni luce destituta, modo varia sui disci parte collucens. Diversi hi aspectus *lunæ phases* dicti fuerunt. Hæ quoque phases, hæ lucis, & obscuritatis vicissitudines in planetis quoque a tellure visibilibus contingunt: hinc dictæ *phases planetarum*.

I. Luna, tellus, planetæ e sole visi phasibus carerent: eorum enim pars illustrata, ferme dimidia scilicet eorum superficies, semper observatori in sole posito obversa esset. (*fig.* 16)

II. At observator in tellure T situs phases in planetis videre debet; lunæ siquidem A B C D, aut Mercurii M N P R, aut aliorum pars illuminata modo tota observatori T obversa est, modo ita directa, ut tota, aut partim saltem illi aversa sit. Phases hæ in Venere maxime conspicuæ sunt, in Marte, ac in Mercurio, si quando exquisitis telescopiis observentur.



§. III.

PLANETÆ SINGILLATIM.

Planetis generatim consideratis, eos quoque singillatim, eorumque peculiares proprietates considerare operæ pretium est. Planetarum theoriæ *cometarum* theoriam adiiciemus nobis notorum,

rum, qui a planetis non nisi ellipticæ suæ orbitæ, in qua perpetuo circa solem centrum aguntur, excentricitate, & diversa positione differunt.

Sol.

1194. OBSERVATIO. *Sol* est globus lucidus decies centenis millibus vicibus ferme tellure major. Etsi in mundi planetarii centro sit immotus, illum tamen ut planetam, & circa tellurem in ecliptica revolutum, ut apparet, considerabimus. Facile a phænomenorum astri hujus apparentia ad veritatem deinde transitus fiet. Astrum hoc invisibilis Dei aliqua imago est: nos siquidem illustrat, ac vivificat: totum lux est, & beneficentia. (*fig.* 10)

I. Sol S in centro mundi planetarii immobilis quotidie horis 24 circa tellurem P ab oriente in occidentem converti videtur; propterea quia eodem tempore tellus ipsa ab occidente in orientem circa suum axem D P F convertitur. (932)

II. Sol immobilis in centro mundi planetarii T (*fig* 2) anno uno circa eclipticam R *a* N *n* R converti videtur ab occidente in orientem in consequentia signorum, propterea quia eodem tempore tellus ipsa eadem directione circa solem convertitur in ecliptica. Quum tellus est in R sol videtur in N: quum tellus ab R in *a* tribus mensibus transiit, sol videtur in *n*: quum tellus pervenit in N, sol pervenisse videtur in R: quum tellus ab N in *n* transit, sol ab R in *a* transire videtur: quum tellus revolutionem suam complet in R, sol revolutionem suam complere videtur in N. Quare sol immobilis converti videtur in ecliptica, propterea quia tellus ipsa circa solem in ecliptica convertitur. (931) (*fig.* 2)

III. Sol zodiacum percurrens non semper æqua-

quali velocitate procedit: dies enim ferme octo impendit in percurrendis sex signis borealibus *a* N *n*, supra tempus, quod in sex australibus *n* R *a* percurrendis insumit. Ratio hujus est, quia sol non in ipso est centro ellipsis; & telluris velocitas in ecliptica circa solem non semper eadem est, sed quum modo accelerata sit, modo retardata, efficit ut apparens solis T motus alternis accelerari, & retardari videatur eadem proportione.

Hæc, & alia solis phænomena alibi fusius explicabuntur: quæ hic tradimus, unice tradimus, ut lector in theoria cæli a motu apparente ad verum transitum facere assuescat.

Mercurius, & Venus.

1195. OBSERVATIO. Planetarum minimus, & soli proximus est *Mercurius*, cujus globus vicies septies tellure, & ducenties septuagies centies millies sole minor est. (*fig.* 4)

I. Mercurius *m* raro visibilis est; fere semper enim solis luce immersus est, a quo non nisi gradibus 27, aut 28 unquam recedit. Ejus revolutio periodica tribus mensibus completur; & in quavis revolutione duas habet conjunctiones; alteram superiorem, quum sol illi, & telluri interjacet: alteram inferiorem, quum ipse telluri, & soli interjacet.

II. Mercurii orbita *m a m* est ellipsis, cujus planum per centrum solis transit in uno ex focis F immobilis: orbita hæc eclipticam secat sub angulo graduum 7. Mercurius ergo in sua revolutione periodica trium mensium modo ad eclipticæ boream est, modo ad austrum, totam ferme zodiaci latitudinem sua revolutione complectens; & quum in inferioribus suis conjunctionibus latitudinem habet minorem minutis 16, apparet supra solis discum instar maculæ nigræ, & rotundæ: hoc evidenter ostendit, esse illum

cor-

corpus opacum. Idem in Venere contingit, quum in inferioribus suis conjunctionibus minutis 16 distat a centro solis, cujus semidiametri mensura sunt ipsa minuta 16.

III. In quavis periodica revolutione Mercurius directus est, stationarius, & retrogradus (1183). *Retrogradus* est in inferiore sua conjunctione *a*, ubi est perigeus: *directus* est in superiore sua conjunctione *m*, in qua est apogeus: *stationarius* est aliquanto postquam retrogradus fuit. Idem in Venere contingit, quæ ipsa quoque directa est in apogeo, retrograda in perigeo, stationaria aliquanto postquam retrograda facta est. (1318)

IV. Mercurius minor apparet quum perigeus est: tunc enim quum pars ejus lucida soli obversa sit, exiguam lucis copiam ad nos reflectit, Major apparet quum apogeus est, & majorem latitudinem habet minutis 16; tunc enim pars ejus illuminata telluri tota obversa est. Falcatus apparet inter duas conjunctiones, ut luna in quadraturis. Idem quoque Veneri contingit. Quum Mercurius triplo ferme soli propinquior sit, quam tellus; jam lux solis in illo novies densior est ea, qua tellus illustratur. (898)

V. Inter Mercurium, & tellurem æquali ferme distantia sita est *Venus* (1177), alter planeta a sole ad stellas progrediendo. Ejus volumen tellurem ferme æquat: ejus revolutio VXV completur mensibus ferme $8\frac{1}{3}$: ejus rotatio horis ferme $23\frac{1}{4}$: ejus orbita omnium maxime ad circulum accedit. (*fig.* 4)

Tellus.

1196. OBSERVATIO. Tertius orbis a sole ad stellas *tellus* est, quæ omnino inter planetas est recensenda. Planeta hic Veneri ferme æqualis, decies centies millies ferme sole minor (1190), vicies septies mercurio major, satelli-

tem,

tem, qui luna est, secum vehit. Dum tellus circa solem immobilem semel convertitur, luna duodecies, aut terdecies circa telluris centrum convertitur.

Tellus planeta tres habet veros motus, qui opticis illusionibus & stellis immobilibus, & planetis mobilibus motus indere videntur plane singulares, & absurdos. (*fig.* 10)

I. *Motum habet revolutionis diurnæ ab occidente in orientem circa axem æquatoris, & mundi* DTF constantem, & uniformem, qui completur horis 23, 58′, 4″ (1181). Primus hic telluris motus, seu omnium suarum partium, & incolarum conversio circa axem DTF semper in dies sibi ad sensum parallelum efficit, ut totum cælum directione opposita ab oriente in occidentem circa tellurem immobilem putatam converti videatur (932): est hæc revolutio diurna, sive dies naturalis.

II. *Motum habet revolutionis annuæ ab occidente in orientem in plano eclipticæ circa solem* immobilem in centro mundi planetarii, PQRTP, qui completur diebus 365, horis 6, 8′, 58″. Curva hæc a tellure in plano eclipticæ percursa ad ferme tercenties centena leucarum millia a sole efficit, ut sol quotidie appareat in conjunctione cum puncto illi e diametro opposito, in quo tellus est; sive ut sol, etsi immobilis in S, appareat totam eclipticam percurrere eo ipso tempore, quo illam tellus immobilis putata percurrit (931): est hæc solis revolutio siderea, sive annus sidereus anno tropico minutis aliquot longior (1137).

III. *Motum habet revolutionis retrogradæ ab oriente in occidentem circa eclipticæ axem* DTE (*Fig.* 6), sive axem terrestrem *d*T*e* semper plano eclipticæ FTG perpendicularem. Motus hic lentissimus est, quo tota tellus circa duo puncta terrestria *d*, *e*, vel circa axem terrestrem *d*T*e* semper axi eclipticæ DTE parallelum non convertitur, nisi annis 25740. Hoc

Hoc motu retrogrado a diurno, & annuo diverso quodvis superficiei terrestris punctum percurrit circa axem *d* T *e* ab oriente in occidentem annis 25740 circulum eclipticæ plano parallelum. Exempli causa, punctum *a* quotidie ab occidente in orientem conversum circa axem terrestrem *p* T *m* semper æquatori perpendicularem; & quotannis conversum circa solem in ecliptica, annis 25740 percurrit circa axem *d* T*e* eclipticæ perpendicularem circulum *a c* A *g a* eclipticæ plano parallelum, quotannis in hoc circulo regrediens ab oriente in occidentem secundis ferme 50. Pari modo punctum *b* percurrit circulum *b f* B *h b* eclipticæ parallelum. Pari item modo poli terrestres *p*, *m*, seu puncta duo circa quæ revolutiones omnes diurnæ fiunt, percurrunt circulos duos *p q r f p*, *m n o k m*. Quare polus terrestris *p*, qui modo in cælo respicit punctum P, annis 12870 erit in *r*, & aliud punctum R in cælo respiciet, quod ferme gradibus 47 a puncto P præsenti polo cælesti distabit. (*fig.* 6)

Tertius hic telluris motus, sive hæc omnium suarum partium, & incolarum revolutio retrograda circa axem eclipticæ, seu circa axem unum terrestrem semper axi eclipticæ parallelum, efficit, ut totum firmamentum, etsi immobile omnino, videatur eodem tempore directione opposita converti ab occidente in orientem circa axem, & polos eclipticæ (932). Hinc phænomenon *præcessionis æquinoctiorum*, quo totum cælum loco moveri videtur, quodque illusio optica tantum est effecta a revolutione conica axis terrestris *p* T *m* circa eclipticæ polos D, E. Alibi tres hos telluris motus, tertium præcipue intellectu difficiliorem fusius explicabimus, (1327)

Ma-

Mars, Jupiter, Saturnus.

1197. OBSERVATIO. Supra telluris orbitam a sole ad stellas procedendo ad diversas distantias sunt orbitæ Martis M, Jovis I, Saturni S, qui sunt tres *planetæ superiores* magnitudine inæquales (1190). Orbitæ hæ, ut illæ telluris, & duorum *inferiorum planetarum* sunt tantum puncta illa spatii infiniti, per quæ planetarum centra in periodica circa solem revolutione transeunt. (*fig.* 4)

Tres planetæ superiores, ut & inferiores, *directi* sunt, *stationarii*, & *retrogradi* (1183). Quare in eorum revolutione circa solem (1178) ab occidente in orientem, & in consequentia signorum apparent modo celerius ferri, quam eorum verus motus postulet, modo omnino sisti; modo ab oriente in occidentem in antecedentia signorum, & contra verum eorum motum ferri: res plane singularis, nisi optica illusio esset.

Tres planetæ superiores sunt *stationarii* circa tempus eorum perigei, & oppositionis cum sole (1191); *retrogradi* diverso temporis intervallo post stationes; *directi* præcipue circa apogeum, & conjunctionem cum sole.

Quum Mars, Jupiter, & Saturnus simul sunt perigei, omnes simul fiunt retrogradi; verum *arcus regressus* major est in Marte, quam in Jove, major in Jove, quam in Saturno. At Mars citius Jove, Jupiter citius Saturno retrogradus esse desinit.

Planetæ secundarii.

1198. OBSERVATIO. Inter planetas primarios tres solitarii circa solem convertuntur, tres alii alios planetas secum vehunt, qui *secundarii* nuncupantur. Luna semper nota fuit, quæ telluris

luris planeta secundarius est: at post inventa dumtaxat telescopia Jovis, & Saturni *satellites* innotuerunt: horum Jupiter quatuor habet, Saturnus quinque. Hi omnes circa proprium planetam, qui ipsis centrum motus est, convertuntur; dum planeta ipse, qui illos secum vehit, periodicam suam revolutionem peragit circa solem. Ita luna circa tellurem sui motus centrum duodecim, aut tredecim suas revolutiones peragit, dum tellus, quæ illam secum vehit, in ecliptica annuam circa solem revolutionem perficit. (*fig.* 4)

In magnis æque, ac in parvis, in peculiari unius planetæ systemate, ac in universo mundi planetarii systemate natura sibi concors est. Quivis planeta primarius suis satellitibus id ferme est, quod sol planetis primariis.

I. Sicuti sex planetæ primarii circa solem convertuntur temporibus inæqualibus, & ad distantias inæquales; ita Jovis, & Saturni satellites circa primarios planetas suos convertuntur temporibus inæqualibus, & ad distantias inæquales. Propinquiores primario breviori tempore revolutiones suas perficiunt.

II. Sicuti planetarum primariorum orbitæ sunt ellipses, quarum planum per centrum solis transit, & quarum focus unum omnibus communem occupat centrum solis, ita orbitæ satellitum Jovis, aut Saturni sunt ellipses, quarum peripheriæ aliæ alias amplitudine excedunt, quarum planum per planetæ centrum transit, & quarum focum unum omnibus communem occupat centrum planetæ primarii.

III. Sicuti planetæ omnes eadem directione circa solem feruntur in orbitis eclipticæ (quæ est orbita apparens solis) inæqualiter inclinatis; ita satellites eadem directione feruntur circa planetam primarium in orbitis orbitæ primarii inæqualiter inclinatis.

IV. Sicuti inter distantias medias, & tempora

ra

ra periodica planetarum datur ratio quædam generalis (1267); ita inter distantias medias, & tempora periodica satellitum cujusque planetæ ratio quædam datur. Exempli causa: quadratum temporis periodici primi satellitis Jovis est ad quadratum temporis periodici secundi; ut cubus distantiæ mediæ primi a centro Jovis ad cubum distantiæ mediæ secundi ab eodem centro.

1199. NOTA. *Primus* planetæ *satelles* dicitur, qui centro planetæ proximus: *secundus*, qui a primo minus distat; atque ita porro. Satellites hi dum circa planetam suum convertuntur, quem aliquando occultant, & a quo sæpius occultantur, a planetæ centro inæqualiter recedunt.

Ex Caillio subiicio & eorum maximæ occidentalis, & orientalis digressionis mensuram in planetæ primarii diametris, & tempus, quo ad easdem partes, puta ad O, digressionem redeunt, in hypotesi, qua a centro solis observarentur. (*Fig.* 4)

Satellites Jovis.	*Tempora revolutionum* *Dies.*	*Hora.*	*Min.*	*Sec.*	*Maxima eorum digressio occident; & orient. in semidiamet.*
I.	1.	18.	28.	36.	$5 + \frac{2}{3}$ Jov.
II.	3.	13.	18.	52.	9.
III.	7.	3.	59.	40.	$14 + \frac{1}{3}$
IV.	16.	18.	5.	6.	$25 + \frac{1}{3}$
Saturni.					Saturni.
I.	1.	27.	18.	27.	$8 + \frac{7}{8}$
II.	2.	17.	41.	22.	$11 + \frac{1}{4}$
III.	4.	12.	25.	12.	15
IV.	15.	22.	41.	14.	36
V.	79.	7.	48.	0.	108

Annu-

Anulus Saturni.

1200. OBSERVATIO. Quod in Saturno mirabile est, latus anulus est A S, quo ambitur: unicus est hic in cælo; planeta, aut cometa nullus quid tale exhibet.

Anuli hujus natura nobis prorsus ignota est: suspicari possemus, esse hanc athmosphæram anularem, zonam ingentem materiæ nubibus nostris similis, quæ perpetuo ad maximam elevationem circa Saturnum difusa nubium instar non dissiparetur.

Anuli hujus figura elliptica est: ejus axis primus Saturni orbitæ inclinatus est gradibus ferme 30. Anuli hujus axis primus est ad Saturni diametrum (1190) ferme ut 9 ad 4: ejus axi secundus semper varius est, modo amplior, modo contractior. Quum Saturnus modo tellurs propinquior sit, modo ab illa remotior, modo hac modo illa positione respectu telluris, patet, ejus anulum diverso aspectu nobis se objici debere.

Cometa.

1201 OBSERVATIO. Præter sex planetas primarios, quorum modo circa solem revolutiones explicavimus, plærique alii inter solem, & stellas globi opaci sunt, qui circa solem commune suorum motuum centrum periodicas revolutiones faciunt in ellipsibus maxime excentricis, alii ab occidente in orientem, alii ab oriente in occidentem, hi ab austro ad boream, alii a borea ad austrum. Exempli gratia (*fig.9*).

Dum tellus, & planetæ primarii convertuntur ab occidente in orientem circa solem S in zodiaco A B C D A; alii globi opaci circa ipsum solem convertuntur ab occidente in orientem, & in consequentia signorum in ellipsi MNOPM,

alii

alii ab oriente in occidentem in antecedentia signorum in ellipsi *mnopm*; hi ab austro in boream in ellipsi *ghklg*; atque ita de ceteris. Sol S ad sensum immobilis in spatio infinito spatii partem occupat, quæ omnium harum ellipsium cometarum, & planetarum primariorum focus communis est; attamen inter astra hæc opaca omnia, & errantia discrimina magna sunt.

I. Planetæ omnes circa solem convertuntur ab occidente in orientem intra zodiaci fines, quos nunquam excedunt. Contra cometæ periodicas suas revolutiones circa eundem solem peragunt, alii hac, alii opposita directione, in zodiaco, extra zodiacum, alii in consequentia, alii in antecedentia signorum. Cujusque planetæ orbita definita, & constans est, eandemque semper in cæli spatio infinito positionem ad sensum servat: cometarum orbitæ diversas respectu æquatoris positiones obtinent.

Inter cometas 43, quorum satis exactas observationes habemus, & quorum tabulam protulit Caillius anno 1755, 21 sunt, qui in consequentia signorum procedunt, 22, qui in antecedentia, in orbitis æquatori inæqualiter inclinatis, a gradibus 2 usque ad 88; quare totum ferme cælum complectuntur. Post illos alii plures visi sunt partim directi, partim retrogradi.

II. Planetæ perpetuo apparent quum suprà horizontem sunt, nec solis radiis immersi: sive enim perihelii, sive aphelii (1184) satis terræ propinqui sunt, ut sub angulo sensibili nobis appareant (921), & sufficientem ad visionem lucis copiam reflectant. Cometæ contra nobis visibiles non fiunt, nisi quum prope perihelium, sive absidem inferiorem sunt, ad curvæ suæ puncta M, *m*, G, *g*. A perihelio distantes, & ad aphelium O, *o*, K, *k* vergentes a sole plurimum distans exigua nimis luce nitent (898), & sub nimis exiguo angulo optico (918) obiiciun-

ciuntur, ut a tellure A B C D A videantur (921).

III. Planetæ in suis circa solem revolutionibus orbitam parum excentricam describunt (1186): sive perihelii sint, sive aphelii eundem fere caloris gradum ab hoc astro obtinent. Contra vero cometæ circa solem orbitas M N O P M, *m n o p m* maxime excentricas describunt: in perihelio *g*, aut *m* alii centies, alii millies, alii fortasse millies millies soli propinquiores sunt, quam in aphelio K, aut *o*.

IV. Curvæ planetarum omnes aliæ supra alias sunt ordine dispositæ, & planetæ eas describentes nunquam sibi occurrere, & confligere possunt. Contra cometæ curvas describunt, quarum pleræque in planetarum regionem descendunt abscidem inferiorem habentes in *g*, aut *m* inter solem, & planetas A B C D A. Auctore enim Maupertuisio, „ cometæ fere omnes „ accuratius observati quum ad has cæli re„ giones advenerunt, multo magis tellure ad „ solem accesserunt. Fere omnes Saturni orbi„ tam prætergressi sunt, imo Jovis, Mar„ tis, & Ttelluris ". *Maupertuisius*, *Tomo* III *pag.* 232.

Eorum actio, calor, frigus.

1202. OBSERVATIO. Ex Halleij supputationibus cometa anni 1680 ita soli proxima transiit, ut in suo perihelio sexta tantum solaris diametri parte ab ipso distaret, leucis scilicet ferme 50000; post perihelium vero die 11 novembris ita terrestri orbitæ proxima transiit, ut ab ea semidiametrum solis, leucas scilicet ferme 150000 tantum distaret. Hinc duo de cometis animadvertenda sunt (*Fig.*9).

I. Si cometa, & planeta velocitate globi bellici centies saltem velociores colliderentur,

quod

quod omnino ἀπλαζῶς non est, immanium harum massarum ictus juxta leges motus in utroque maximas perturbationes efficeret.

Verum verosimillimum est, naturæ auctorem, qui in ordine a se statuto stabilitatem decrevit, planetarum, & cometarum motus ita disposuisse (quod evidenter fieri potest), ut in periodica eorum circa solem revolutione, nec se concursu disjicerent, nec nimia proximitate eorum motus perturbaretur. Exempli causa, quum cometa anni 1680 ita proximus transiit puncto B terrestris orbitæ, tellus a puncto hoc longe distabat, adeoque a cometa nullam passa est sensibilem attractionem, unde aut ejus motus annuus, aut æquatoris positio in ecliptica, aut pars ejus ulla immutaretur.

II. Quum multo, ac multo soli propinquiores cometæ sint in perihelio, quam in aphelio; jam immane frigus *in aphelio*, & immensum calorem *in perihelio* perpeti debere videntur; quo calore eorum superficies succendi etiam poterit summa solarium radiorum intensitate: ex Neutoni supputatione, quam ex lucis theoria quisque facile instituet (898); cometa anni 1680 in perihelio calorem passus est vicies octies millies illo majorem, quem tellus æstate subit.

Inde immanis vaporum copia inter cometam, & solem elevata *ingentem tractum materiæ fluidæ* efficiet aptæ solis lucem reflecte e. Est hæc verosimillima lucis illius causa, quæ varia intensitate sæpius cometas in suo perihelio comitatur; & eos modo *barbæ* instar præcedit, modo *comæ* instar ambit, modo *caudæ* instar sequitur pro diversa cometæ respectu telluris, & solis positione. Non omnes cometæ talem caudam, aut æque lucidam secum vehunt; sive quod non omnes æque ad solem accedunt, sive quod non omnes materia constant æque in vapores attollenda.

Cometarum natura. Astrologia judiciaria.

1203. OBSERVATIO. Semper philosophi fuerunt, qui *cometas esse orbes opacos planetis nostris similes* censuerunt. Ita veteres Chaldæi senserunt, ita Pytagorici, aliique plures, ut Apollonius Myndius, Hypocrates Chius, Eschilus, Diogenes, Democritus, Seneca. Hoc prætereà Senecæ laudi tribuendum est, quod nemo veterum tanta sublimitate, ac philosophica doctrina, quanta ipse, de cometis disseruerit. Quæstionum naturalium libro sexto ita de cometis loquitur, ut Caillius, Lalandius, Maupertuisius, Buffonins loquerentur.

At vero hæc apud homines est veritatis conditio, ut priusquam admittatur diutius reijciatur, & impugnetur. Aristoteles, cometas esse censuit *meteora fortuita, & evanescentia*. Vicit Aristotelis sententia, quæ a Ptolemæo, a Baccone, a Galilæo, a Tychone Brahe, a Keplero, a Ricciolio, ab Hirio recepta ad postrema hæc usque tempora invaluit.

Vix sæculum est, quum vetus opinio iterum admitti cœpit; nec nisi ineunte anno 1759 opinio hæc demonstratione vera probata fuit. Antea cometæ cum Aristotele credebantur *meteora malefica* ignea, aut lucida tenuissimis vaporibus, & exhalationibus in summa athmosphæra coalescentia: quæ postquam ibi aliquandiu fermentescentia splenduerint, dissiparentur, & in orbem nostrum venefica eorum principia depluerent. Inde, juxta illorum temporum præjudicia, bella, pestes, intemperies, urbium, & agrorum vastationes, fames, aliaque flagella, quibus orbis ante, & post funesta ea phænomena vexabatur.

Inde fortasse orta quoque *astrologia judiciaria*, ineptum humanæ mentis delirium, quæ virtutes, vitia, vitam, mortem, hominum feilici-

licitatem, & infortunia corporum cælestium influxui tribuebat; qui influxus beneficus, aut maleficus esset pro diversa astrorum positione, quo momento quis nasceretur. At præjudicia, & fatuitas tandem cessant, veritas æterna est. Modo non philosophi tantum, sed vulgus ipsum nullo metu astra, & cometas ipsos aspicit; neque jam quidpiam beneficum, aut maleficum in terram influunt: exiguam tantum partem solaris lucis reflectunt æque puræ, ac illa sit, quam rupes, & specula ad nos remittunt.

1204. ASSERTIO. *Cometæ, ut tellus, & planetæ primarii, sunt globi opaci mundo coævi, qui periodicas suas circa solem sui motus centrum revolutiones peragunt innocui: a tellure visibiles quum illi proximi sunt, invisibiles quum ab illa immensum recedunt: iisdem virium centralium legibus quibus planetæ ceteri, obsequentes, & in spatiis cælestibus procedentes in curvis inæqualiter excentricis, quarum planum per centrum solis transit in uno earum foco siti.* (*Fig.* 9).

DEMONSTRATIO. Cometæ non meteora fortuita, & evanescentia sunt, sed corpora permanentia natura, & origine planetis similia, si ita in cælo apparent, ut eorum loco planetæ apparerent; si motus habent æque, ac planetæ periodicos, & regulares. Atqui astronomicis observationibus rem ita esse constat.

I. Planetarum motus circa solem in tota revolutione non est uniformis: in perihelio citissimus est, inde ad aphelium decrescit; hinc usque ad perihelium augetur.

Cometæ quoque quum ad perihelium diriguntur, longe adhuc distantes admodum exigui apparent, obscuri, figura irregulari, motu lento. Inde magnitudine, luce, velocitate crescunt usque ad perihelium. Inde abeuntes successive magnitudine, luce, velocitate decrescunt ferme, ut antea creverant; tandem in curvæ par-

te magis a nobis remota evanescunt; ut supra explicavimus (1201).

II. Planetæ primarii singuli certo, ac definito tempore revolutionem periodicam complent circa solem, a dato puncto ad idem punctum redeuntes, puta perihelii, ad idem perihelii punctum. At ad hoc tempus rite definiendum pluribus accuratis observationibus opus fuit (1178).

Idem in cometis contingit. Certo, ac constanti temporis intervallo a perihelio ad perihelium redeunt: non eodem tamen omnes. At hoc tempus in duobus, aut tribus accurate observatis definitum, nondum in aliis observatione definiri potuit.

Tempora periodica Cometarum.

1205. OBSERVATIO. Parum in cometis astronomia profecit propterea quia annis bis mille meteora reputati fuerunt, quæ in summa athmosphæra exaltata irregulari, nec observatione digno motu cierentur. Quum jam a sæculo planetis similes haberi cœperint, summo studio eorum motus observati fuerunt; unde demonstratum fuit, esse illos orbes opacos circa solem motu regulari revolutos.

Duorum tantum cometarum tempus periodicum hactenus satis accurate innotuit, quorum alter anno 1759, alter anno 1680 postrema vice apparuit (*fig.* 9).

I. Cometa anni 1759 observatus fuerat annis 1531, 1607, 1682. Celebris Hallejus, qui summo studio cometam hunc observaverat anno 1682 Neutoni theoriam virium centralium corporum in curvis ellipticis sequutus, ausus est annos ultra 70 ante eventum cometæ hujus reditum prædicere anno 1757, vel 1758.

Clairautius magis accurata methodo, & supputatione cometæ hujus reditum prædixit pro

anno

anno 1758, vel 1759 ineunte. Prædictionem eventus probavit: cometa hic Parisiis visus fuit die 21 Januarii anno 1759 in ea cæli regione, in qua expectabatur: ejus periodus est annorum ferme 76. Hoc reditu, qui in astronomia epocha erit, Aristotelis de cometis sententia penitus eversa fuit, & opposita demonstrata.

II. Alter cometa observatus fuit exeunte anno 1680. Ingenti magnitudine visus fuit; sive quod talis esset, sive quod terræ, & soli proximus transierit (1202). Varia ab historia colligendo magna verisimilitudine illatum fuit, eundem esse, qui annis 1106, 531, & in morte Cæsaris apparuit. Quare ejus tempus periodicum hisce quatuor apparitionibus indicatum erit annorum ferme 575.

III. Venturis ætatibus tempus quoque periodicum cæterorum cometarum visibilium innotescet, accurate eorum apparitiones, semitam, & perihelium adnotando. Intervallum inter perihelia eorum *tempora periodica* definit; transitus vero per perihelium a maxima eorum vera velocitate indicatur.

IV. Suspicatus quoque est Hallejus, cometas annorum 1661, & 1532 unicum esse, cujus periodus esse annorum 129. Ita suspicandi ratio est, quia cometæ annorum 1661, & 1532 eandem ferme semitam sequuti sunt, & motus symptomata fere eadem habuerunt. Hinc sane cometarum identitas statui posset, si rudibus illorum temporum observationibus fides haberi posset; neque enim verosimile est, cometas duos eandem ipsam in cælo viam tenere, eademque lucis, magnitudinis, motus phænomena exhibere.

Hoc anno 1772 cometæ jam 52 directi, aut retrogradi aliquatenus observati fuerunt: de his adhuc alibi (1339).

V. Mirabuntur fortasse aliquando posteri, post Halleii prædictiones eventu comprobatas philo-

sophos adhuc esse, qui Aristotelis de cometis sententiam tueantur. Injuria posteri mirabuntur. Sciant illi, semper esse, qui perperam sentiant, & qui in prava sententia pertinaces in apertissimas veritates conjurent.

Cometarum velocitas.

1206. OBSERVATIO. In cometis vera velocitas ab apparente distinguenda est (*fig.* 9).

I. *Vera cometæ velocitas* est spatium curvæ percursum, per tempus in eo percurrendo insumptum divisum. Percurrat, exempli gratia, cometa M die uno spatium M *v*, vel M *x* in curva MNOPM: arcus hic erit mensura velocitatis multo, ac multo majoris in perihelio, quam in aphelio.

II. *Apparens cometæ velocitas* est arcus firmamenti, quem dato tempore e terra visus percurrere videtur. Sit, exempli causa, terra A, cometa M: videbitur in cælo cometa in F.

Moveantur eadem directione terra, & cometa, & percurrat hic die uno arcum M *x*, illa arcum A *a*: cometa videbitur in I, & apparebit in cælo percurrisse arcum F I. At si cometa directione telluri opposita uno die pergit ab M in *v*, dum tellus eodem tempore pergit ab A in *a*; cometa expleto die apparebit in E, & immensum arcum F E percurrisse videbitur, etsi tantum re ipsa arcum M *v*, vel M *x* percurrerit.

Hinc apparet, cometas, more planetarum, esse posse directos, stationarios, retrogrados (1183): etsi inæquali motu semper eadem directione circa solem procedant.

De planetis, & cometis conjectura.

1207. OBSERVATIO. „ Tellus planetarum „ nobis notissimus, inquit celebris Maupertui-

„ sius,

„ sius, facile nobis suadere potest, ceteros, qui
„ ejusdem naturæ esse videntur, non esse glo-
„ bos desertos in cælo suspensos, sed, ut ipsam,
„ viventes incolas habere. Auctores aliqui con-
„ jecturas *de planetarum incolis* protulerunt,
„ quas nec probare licet, nec refellere. Nihil
„ tamen præterea probabilitate aliqua fretum
„ dici potest, quoties dictum sit, immania hæc
„ planetarum corpora (1190), quum tot ha-
„ beant telluri communia, etiam incolas, ut
„ ipsam, habere posse. De horum incolarum
„ natura nihil, nisi temere, proferri potest. Si
„ tot varietates in telluris incolis apparent
„ (537); quid de planetarum adeo a nobis re-
„ motorum incolis dicemus? Fortasse eorum va-
„ rietates ne cogitatione quidem assequi pos-
„ sumus".

I. Frustra philosophicæ huic conjecturæ religio objicietur: nihil de his incolis, neque contra ipsos religio docet. Si cometæ, aut planetæ incolas habent *entia intelligentia* aliqua ratione nobis similia; Deus providus, sapiens, & semper sibi concors rerum ordinem illi decreverit ad suum finem consequendum opportunum, sive nostro similem, sive diversum. Quod ad divinum Messiam omnis gratiæ, & meriti fontem spectat; vel illi incolæ redemptore non indiguerunt, vel ea ratione, qua divinæ Sapientiæ placuit, ejus merita illi quoque applicata fuerunt.

II. At neque ratio contra planeticolas quidpiam habet: imo hinc Dei creatoris opera magis analoga apparent; atque ita natura universa viventibus frequens ea inutilitatis specie exuitur, a qua prorsus abhorrere videtur. Si planetæ, & cometæ incolas habent, ut tellus, alios ratione donatos, alios destitutos, natura illis corporis habitum domicilio analogum impertita est: mercurii incolæ majori calore indigebunt: Saturni incolæ majori frigore: co-

metarum incolæ ita comparati erunt, ut a torrido perihelii calore, ad asperrimum aphelii frigus sensim sine sensu transire possint, ea ferme ratione, qua nos sine detrimento a summis æstatis caloribus ad maximum hyemis frigus transimus; ita tamen, ut eorum membra violentioribus caloris, & frigoris gradibus resistant, quam quos ferre nos possimus.

III. Mens obstupescit *torridos calores* considerans, quos mercurii incolæ perferrent, & quorundam præsertim cometarum, qui in perihelio mercurio soli multo propinquiores sunt. Neutono auctore, cometa anni 1680 in perihelio calorem pertulit ferri candentis calore fere bis millies majorem.

At Neutonus supponit, solem nullo obstaculo in nudum cometam agere: fortasse non ita erit. Nam præter probabilitatem est, immensam vaporum copiam nubium instar densissimarum supra cometam exaltatam, a quibus verosimiliter id est, quod nos cometæ caudam dicimus, illum a torrido solis ardore protegere? Si nubes, quæ æstate terras aliquando obtegunt, frigus in aere efficiunt aptum aquam in gelu constringere (794) citius asperrimis hyemis frigoribus; quare immensæ hæ nubes cometarum in perihelio simile phænomenon in illis non pariant?

Ceterum quum ad quandam telluris profunditatem eadem semper temperies sit (301); quare in intimis cometarum visceribus idem non contingat? In hac hypothesi cometarum incolæ in abditis cavernis delitescerent, ut superficiei ardorem effugerent paucis iis diebus, aut mensibus, quibus celerrimus eorum globus nimium soli propinquus est.

§. IV.

§. IV.

PARALLAXIS, ET REFRACTIO ASTRONOMICA.

1208. OBSERVATIO. Qum tellus motuum omnium cæleſtium centrum eſſe videatur, hos motus ut a tellure immobili viſos conſiderabimus. Duas oppoſitas *opticas illuſionss* parallaxis, & refractio pariunt in cæleſtibus motibus, quos noſſe oportet, ut in obſervationibus ſupputentur.

CAPUT PRIMUM.

ASTRORUM PARALLAXIS.

1209. EXPLICATIO. Sit A tellus immota, & diaphana in ſenſibili centro firmamenti: AK radius terreſtris: A, & K obſervatores duo eodem tempore aſtrum aliquod, puta lunam, aut Solem, aut Martem, ant Saturnum conſpicientes: H A G horizon rationalis obſervatoris K: P K O horizon ejuſdem ſenſibilis. (*Fig.* 12).

I. Sit L M L orbita lunæ circa tellurem. Luna in L in duobus diverſis cæli locis ab obſervatoribus A, & K videbitur. Viſa a telluris centro A, congruet in cælo ſtellæ T: viſa a puncto K, congruet in cælo ſtellæ R. Angulus R L T, ſive illi æqualis K L A eſt *lunæ parallaxis*.

II. Sit S P F ecliptica, ſive orbita apparens ſolis. Sol in S poſitus ipſe quoque in duobus

 di-

diversis locis videbitur ab observatoribus A, & K: Visus a terræ centro A, congruet in cælo puncto *a*: visus a puncto K, congruet in cælo puncto *k*. Angulus *a S k*, aut illi æqualis A S K est *solis parallaxis*.

III. Sit F P S orbita planetæ, puta Veneris, aut Jovis. Jupiter in F situs in duobus diversis cæli locis adhuc videbitur ab observatoribus A, K; a centro terræ visus referetur ad punctum T: a puncto K visus refertur ad V. Angulus V F T, sive æqualis A F K est *planeta parallaxis*.

Parallaxis ex etymologia est mutatio loci; ab ἀλλάττειν, *mutatio*, & παρὰ præpositione diminuente. Parallaxis astri: *aspectus astri in loco non vero*.

Diversa astri loca.

1210. DEFINITIO. In astro, puta in luna, in sole, in planeta quovis, in cometa perigeo, tria diversa loca distinguenda sunt (*Fig.* 121).

I. Ejus *locus verus*. Est hic spatii punctum, ubi re ipsa astrum est quum observatur. Exempli gratia, L est locus verus lunæ, S solis, F cometæ, aut planetæ F.

II. Ejus *locus opticus verus*. Est hic punctum firmamenti, in quo astrum a terræ centro videretur in recta ab hoc centro per astri centrum ad firmamentum ducta. Punctum T est locus verus opticus lunæ L: punctum *a* locus verus opticus solis S.

III. Ejus *locus opticus apparens*: est hic punctum firmamenti, in quo astrum a terræ superficie videtur. Punctum R est locus opticus apparens lunæ L a puncto K visæ: punctum *k* est locus opticus apparens solis a puncto K visi: punctum V est locus apparens planetæ, aut cometæ F a puncto K visi.

Ar-

Arcus loco optico vero, & apparente interceptus anguli parallactici, sive parallaxeos astri quantitatem metitur.

COROLLARIA.

1211. COROLLARIUM I. Ex dictis sequitur, *astri parallaxim esse angulum ad astrum effectum a rectis duabus, altera a centro astri ad centrum terræ, altera a centro astri ad oculum spectatoris ducta*; sive *angulum huic ad verticem oppositum, effectum a lineis hisce ad firmamentum productis*. Anguli hujus mensura est arcus circuli maximi cælestis duobus locis opticis inclusus, in quibus astrum a terræ centro, & a spectatore in terræ superficie videretur.

1212. COROLLARIUM II. *Quo magis astrum a terra distat, eo ceteris paribus, minor est ejus parallaxis.* In triangulo enim KLA, vel KFA, latere AK eodem permanente, angulus huic lateri oppositus eo minor fit, quo reliqua duo latera majora fiunt. (*Fig.* 12)

1213. COROLLARIUM III. *Stellæ nullam sensibilem parallaxim habebunt.* Quum enim terræ radius AK lateribus a stella ad terræ centrum, & superficiem ductis comparatus veluti nullus sit, angulus lateri huic AK oppositus, ad distantiam veluti infinitam (1163, IV.) ad sensum nullus erit. Quare si stella F ita a terra distet, in triangulo parallactico AFK angulus KFA, vel VFT erit veluti infinitesimus, adeoque ad sensum nullus (921); latera vero AF, KF hujus trianguli erunt ad sensum parallela.

1214. NOTA. I. Planum trianguli parallactici LKA, SKA, FAK semper spectatoris horizonti est perpendiculare; latus enim AK cum zenith, & nadir observatoris concurrit. Planum ergo trianguli parallactici semper est in plano circuli verticalis. (*Fig.* 12)

II. Paralaxis effectus est astrum a zenith removere, & horizonti propinquiorem facere. Exempli causa, verus locus opticus lunæ L est punctum T verticalis ZTH: parallaxis illam exhibet in R magis a zenith Z distantem, & horizonti HAG propinquiorem. Pari modo verus locus opticus solis est punctum *a*: parallaxis illum exhibet in K.

III. Astrum in zenith spectatoris nullam habet parallaxim: visum enim a punctis K, & A, semper puncto Z ejus vero loco optico congruit.

Variatio parallaxeos.

1215. ASSERTIO. *Posita eadem astri a terra centro distantia, ejus parallaxis maxima est in horizonte: imminuitur vero ab horizonte ad zenith in ratione sinuum angulorum complementi altitudinum.* (*Fig.* 13)

EXPLICATIO. Sit AC terræ radius: CV horizon rationalis: AH horizon sensibilis cum rationali in cælo congruens: A observator: Z ejus zenith: ZV verticalis a zenith ad punctum ortus astri in horizonte ductus, & cum astro terram ambiens; HIK orbita astri observandi, qui veram, aut apparentem circa terram revolutionem suam diurnam facere supponitur ab oriente in occidentem in plano hujus verticalis ZV. Observationibus astronomicis, & ex geometria constat,

I. Astri parallaxim maximam esse quum astrum est in horizonte in H: eam vero magis, magisque imminui, quo magis astrum attollitur ab H in I, K, L, Z, zenith, ubi nulla est.

II. Parallaxim hanc decrescentem esse in H, ut XC, vel HC sinum anguli recti HAC; in I, ut IM sinum anguli ICZ; in K, ut KN sinum anguli KCZ. Quare si anguli AHC, vel *a*H*c*, qui parallaxim horizontalem metitur,

quan-

quantitas supponatur partium 100000, ut sinus totus (*Math.* 646); invenietur parallaxis astri ab horizonte ad zenith ascendentis, comparando sinui toti sinum conplementi altitudinis.

Exempli causa: inveniemus, astrum ad gradus 60 supra horizontem elevatum in K parallaxim habere dimidiam horizontalis in H; ejus enim parallaxis in H est ut sinus totus XC = 100000; in K vero est ut sinus KN anguli KCZ graduum 30 = 50000.

Quum assertio hæc unum sit ex astronomiæ, & physicæ fundamentis, operæ pretium est illam geometrice demonstrare. Hæc omittat, qui nimis ardua sibi esse noverit; quamvis simplicissimam sinuum, & proportionum theoriam in nostris matheseos elementis traditam tantum supponant.

DEMONSTRATIO. Notum jam est, triangulorum latera esse inter se ut sinus angulorum illis oppositorum (*Math.* 701). Age vero tria triangula HCA, ICA, KCA invicem comparemus, quæ omnia duo habent latera æqualia, & diversas exhibent astri positiones respectu zenith & horizontis spectatoris in A positi.

In triangulo HCA ad astrum in horizonte terminato sinus anguli recti HAC est ad sinum anguli AHC horizontalis parallaxeos mensuram; ut latus CH distantiæ astri a terra mensura, ad latus CA terræ radium.

In triangulo quoque ICA ad astrum supra horizontem terminato sinus anguli obtusi IAC est ad sinum anguli AIC parallaxeos astri supra horizontem mensuram; ut latus IC = HC ad latus CA. Duas jam habemus proportiones invicem comparandas.

Sin. HAC: Sin. AHC :: lat. CH: lat. CA

Sin. IAC: Sin. AIC :: lat. CI = CH: lat. CA

Quum in ambobus postrema ratio eadem sit, primæ duæ rationes erunt æquales. Hinc altera proportio (*Math.* 166):

Sin.

Sin. HAC : Sin. AHC :: Sin. IAC : Sin. AIC

Et alternando,

Sin. AHC : Sin. AIC :: Sin. HAC : Sin. IAC

Ex hac analogia finus anguli AHC parallaxeos horizontalis mensura, est ad sinum anguli AIC, parallaxeos supra horizontem mensuram; ut sinus anguli recti HAC ad sinum anguli obtusi IAC. At sinus anguli recti est omnium maximus (*Math.* 643): ergo parallaxis horizontalis per sinum totum CX = CH expressa major est parallaxi supra horizontem a sinu IM sinu toto CX minore expressa.

II. Modo triangulum ICA ad astrum supra horizontem terminatum cum triangulo KCA ad astrum adhuc altius terminatum comparemus, eadem permanente astri a terræ centro distantia. Eodem modo duas habebimus analogias, unde duabus aliis deductis demonstratio consequetur.

Sin. IAC : Sin. AIC :: lat. IC : lat. CA

Sin. KAC : Sin. AKC :: lat. KC = IC : lat. CA

Sin. IAC : Sin. AIC :: Sin. KAC : Sin. AKC

Et alternando.

Sin. AIC : Sin. AKC :: Sin. IAC : Sin. KAC

Ex hac analogia Sinus anguli AIC mensura parallaxeos in I est ad sinum anguli AKC mensuram parallaxeos in K; ut sinus anguli IAC ad sinum anguli KAC. At sinus anguli obtusi KAC idem est cum sinu anguli acuti ICZ complementi primæ altitudinis I; & sinus anguli obtusi KAC idem est cum sinu anguli acuti KCZ complementi alterius altitudinis K. Ergo astri parallaxes ad varias altitudines æque semper a terra distantis sunt ut sinus IM, KN angulorum ICZ, KCZ, qui complementa sunt altitudinis astri ad zenith. Q. E. D.

1216. COROLLARIUM. *Data astri parallaxi ad quamvis altitudinem facile parallaxis horizontis habebitur.* (*Fig.* 13)

Parallaxis enim data ad quamvis altitudinem IK est ad parallaxim in horizonte H, ut sinus

KN

KN ad sinum totum. Supponamus, exempli causa, astrum ad gradum 53 elevatum dum ejus parallaxis observatur; sitque haec secundorum 17: quaenam erit parallaxis horizontalis? invenietur hac analogia: parallaxis ad gradus $53 = 17''$ ad parallaxim horizontalem; ut sinus anguli complementi graduum 37 ad sinum totum. In numeris

$$17 : x :: 60182 : 100000.$$

Diviso extremorum producto 1700000 per medium 60182, erit quotiens $28 + \frac{1}{4}$: adeoque astri parallaxis horizontalis erit $28''$, & ferme $15'''$.

1217. NOTA. Quum astri parallaxis accurate quaeritur, ea ad magnam altitudinem quaerenda est ad refractionis incommoda vitanda, quae prope horizontem nimia est; ut mox dicemus.

Astri ad quamvis altitudinem parallaxi inventa, ubi horizonti minor est, calculo horizontalis accurate invenitur; quae quum major sit, aptior est ad accuratam exhibendam astri a tellure distantiam, ut mox explicabimus.

Parallaxis lunae, & solis.

1218. PROBLEMA. *Astri parallaxim, puta lunae, & solis, invenire.* (*Fig.* 13)

SOLUTIO. Ad faciliorem opportuni hujus problematis solutionem supponamus observatorem A in plano aequatoris; & astrum diurnam revolutionem veram, aut apparentem facere in orbita XHIKL posita in plano aequatoris, cujus portio sit ZVXC: astri hujus parallaxim in I observabimus.

I. Accuratissime scire oportet quot horis, minutis, secundis, tertiis astrum bis ad meridianum ZLC appellit, sive resolutionem diurnam complet a momento, quo ejus centrum in meridiano est, usque ad reditum. Sit tempus hoc omnino horarum 24.

Quum

Quum motus astri diurnus sit ad sensum uniformis, jam sex horis astrum ad horizontem descendet, sex aliis ab horizonte ad nadir, sive ad meridianum inferiorem, sex aliis ab hoc ad horizontem, & sex aliis tandem ad superiorem meridianum redibit in L. Si in revolutione horas impendat supra 24; adhuc revolutio hæc complet cælestis circuli, quem astrum a terræ centro visum percurrit, gradus 360. Semper itaque inveniemus quo ipso momento temporis esse debeat in puncto illo, in quo observatur.

II. Supponamus, calculo nos invenisse, quo momento astrum observatur in I, ejus centrum esse debere in puncto *n* gradibus 50 a zenith Z distante; hoc vero astri centrum visum a puncto A apparere in puncto *m* secundis 10 magis a zenith Z distante: angulus *m* I *n*, sive illi ad verticem oppositus A I C erit astri parallaxis in I secundorum 10; ex hac vero major horizontalis H X invenietur. (1216)

Hac methodo, aut simili solis, lunæ, planetarum, cometarum periheliorum, & perigeorum parallaxis invenietur. Solis, & lunæ parallaxis horizontalis eadem fere semper est; neque enim sol, & luna plurimum terræ in perigeo propinquiores sunt, quam in apogeo. At non ita est, in planetarum parallaxi horizontali, qui in perigeo multo propinquiores telluri sunt, quam in apogeo: eorum ibi, quam hic multo major est. (1212)

III. Quum refractio astronomica parallaxis effectum imminuat, & minorem exhibeat, quam re ipsa fit, ut mox dicemus; imminutio hæc consideranda est, & inventæ parallaxi *m* I *n* id addendum, quod refractio demet in altitudine IM (1231). Exempli causa: si astrum in I observatur ad altitudinem graduum 43, vel 44: in tabula refractionum invenietur ejus parallaxis *m* I *n* imminuta ferme uno secundo: quare si parallaxis inventa sit secundorum 10, erit re ipsa secundorum 11.

1219.

1219. NOTA. Ad astri parallaxim inveniendam non est necesse, astrum, & observatorem esse in plano æquatoris, ut ad facilem problematis solutionem supposuimus. Ubique astri in quavis latitudine parallaxis obtineri potest methodis magis compositis, quas tradere omittemus. Satis sit ostendisse, parallaxim inveniri posse, qua astrorum a tellure, & a sole distantia definitur.

I Juxta ephemerides (*Connoissance des temps*) anni 1770, *parallaxis horizontalis lunæ* in distantiis mediis erat Parisiis minutorum 47, 3'.

II. Caillio *parallaxis horizontalis solis* in distantiis mediis est secundorum 10, aut 11; astronomi aliqui Caillio antiquiores alii paulo majorem, alii paulo minorem statuunt. In tam difficili, & complicata observatione rem accuratissime definire non licet.

Postremis hisce temporibus astronomi plures a regibus in omnes mundi partes missi sunt ad *Veneris supra solem transitum* observandum, & ad solis parallaxim quam fieri possit accurate definiendam. Ex his observationibus, auctore Landio, *parallaxis horizontalis solis* in ejus media a tellure distantia est ferme secundorum 8, 30''', ad summum 8'', 42'''.

Quare definitum censeri potest, horizontalem solis parallaxim in distantia media a tellure neque majorem esse secundis 10, neque minorem 8'', 30'''. In secundo sequenti problemate innotescit, quæ nam ex hac parallaxi sequatur solis a terra distantia. Ad duo sequentia problemata solvenda methodum a nobis inventam usurpabimus, cujus explicationem, & demonstrationem in nostris matheseos elementis invenies. (*Math.* 709, 718)

Usus parallaxeos.

1220. PROBLEMA I. *Dato terrestri radio, & ho-*

& horizontali lunæ parallaxi, ejus a centro terræ distantiam invenire. (*Fig.* 13)

SOLUTIO. Sit lunæ centrum H in ipso horizonte; & angulus *c*H*a*, vel AHC, cujus est arcus cælestis *ac* mensura, sit 57′, 3″. Sit quoque radius terrestris datus AC hexapedarum ferme 3269985, ut ferme in Gallia est, ut alibi ostendemus. (1377)

I. In triangulo parallactico HAC notus est angulus A rectus: centrum enim lunæ in horizonte supponitur: notus est quoque angulus H datæ parallaxeos: tandem notum est latus AC, radius terrestris hexapedarum 3269985. Innotescent ergo tria trianguli latera, adeoque latus CH, distantiæ lunæ a tellure mensura, hac analogia: sinus notus anguli H ad latus oppositum, & notum AC; ut sinus notus anguli recti A ad latus oppositum, & ignotum CH. (*Math.* 702)

II. Ut rem arithmetice exhibeamus, duo zero cuique sinui addenda sunt, ut in mathematicis docuimus (*Math.* 717). Quare sinus totus erit 1000000000: sinus unius minuti 290900: sinus unius secundi 4848.

Sinui minutorum 57 = 16579900 addo sinum trium secundorum = 14545: hi in summam collecti dant sinum anguli H; unde analogia:

16594445 : 3269985 :: 1000000000 : *x*.

Diviso producto mediorum per primum terminum, habetur quotiens 197,053,050 exprimens in hexapedis latus CH, seu distantiam mediam lunæ a centro terræ.

COROLLARIUM. *Distantia hac media lunæ* a centro terræ ex hoc calculo est hexapedarum 197053050, quæ sunt leucæ ferme 86162 æquales *mediis terræ radiis ferme* 60 + $\frac{1}{4}$.

Brevior, & facilior erit calculus si terrestris radius non in hexapedis, sed in leucis sumatur, quarum continet 1430. Tunc erit analogia:

16594445 : 1430 :: 1000000000 : *x*.

Di-

Diviso mediorum producto per primum terminum, quotiens in communibus leucis exprimet mediam centrorum telluris, & lunae distantiam: in data parallaxi siquidem supponitur luna in media a tellure distantia.

Sumpto radio in hexapedis res est tantum aliquantulum accuratior, quod sane minimi momenti est.

NOTA. Linea AH horizontem sensibilem refert, ut CV rationalem. Hi horizontes in caelo V congruunt, & promiscue sumi possunt.

Si tamen velis lunam, aut solem in X in horizonte rationali, tunc anglus VX*r* erit angulus parallaxeos datae; & in triangulo parallactico XAC innotescet angulus datus X, angulus C rectus, & latus AC, radius terrestris: His tribus notis invenietur latus AX, distantia observatoris A ab astro X in horizonte rationali ad sensum aequalis distantiae CX ita, ut alterutra sine sensibilis erroris metu promiscue sumi possit. Haec, ut patet, & praecedens, & sequens problema respiciunt.

1221. PROBLEMA II. *Dato radio terrestri, & horizontali parallaxi solis, ejus a tellure distantiam invenire.* (*Fig.* 13)

SOLUTIO. Sit solis centrum H in ipso horizonte, ubi semel est quotidie, & modo esse supponitur. Sit angulus parallacticus *c*H*a*, vel CHA secundorum 10 (1219). Problematis solutio eadem est, quae praecedentis: tantum sinus parallaxeos solis sinui parallaxeos lunae est substituendus.

I. Ponamus primo solis parallaxin $= 10''$. Ad habendum sinum hujus anguli parallactici cape sinum $10''$ (*Math.* 717). Habebis ergo in triangulo AHC analogiam (*Math.* 702); sinus notus anguli H ad latus oppositum, & notum AC; ut sinus notus anguli recti A ad latus oppositum, & ignotum CH. Arithmetice, 48483 : 3279985 :: 1000000000 : x.

Di-

Diviso mediorum producto per primum terminum, dabit quotiens in hexapedis latus CH, seu mediam solis a tellure distantiam: supponitur enim sol in hac media distantia.

Est *media hæc solis a tellure distantia* ex calculo hexapedarum ferme 67, 464, 573, 355; seu leucarum communium ferme 29, 499, 157.

II. Posita solis parallaxi 10″, 30‴, erit angulus H = 10″, 30‴; cujus sinus erit 48483 + 2424 = 50907 (*Math.* 717). Ex sequenti analogia; 50907 : 3269985 :: 1000000000 : *x*, habebis latus C H hexapedarum 64, 234, 486, 416, quæ dant leucas communes ferme 28, 086, 789.

Hinc apparet quanti sit accuratam solis parallaxim habere: nam dimidium secundum additum, aut demptum in hac parallaxi diversitatem infert leucarum quindecies centies millium, & ultra in telluris a sole distantia.

III. Ponamus modo, parallaxin horizontalem = 8″, 30‴, habebimus angulum H = 8″, 30‴, cujus sinus est 38787 + 2424 = 41211 (*Math.* 717). In triangulo parallactico A C H habebitur analogia; sinus notus anguli H est ad latus oppositum notum A C; ut sinus notus anguli recti A est ad latus oppositum, & ignotum C H (*Math.* 702); & arithmetice,

41211 : 3269985 :: 1000000000 : *x*. Mediorum producto per primum terminum diviso emerget quotiens exprimens in hexapedis latus C H, seu mediam telluris a sole distantiam: in data enim parallaxi sol ad hanc mediam distantiam supponitur. Hoc calculo *media solis a tellure distantia* est hexapedarum 79, 347, 382, 903, sive leucarum communium 34, 694, 964.

COROLLARIUM. Distantia media telluris a sole est saltem leucarum 28, 186, 789; ad summum leucarum 34, 694, 903; & sumpta parallaxi 10″, erit leucarum 29, 499, 157. Possunt tres hæ mensuræ ad eundem leucarum numerum redigi, quæ singulæ inæquali hexapeda-

rum

rum numero constare supponentur. Ponamus mediam hanc solis a tellure distantiam leucarum 30000000.

Posita parallaxi 10″, 30‴, quæ nimia est, distantia media leucas continebit 30000000, quarum singulæ constabunt hexapedis 2140.

Posita parallaxi 10′, distantia hæc leucarum 30000000, leucas habebit constantes hexapedis 2250.

Posita parallaxi 8″, 30‴, leucis illa 30000000 constabit singulis hexapedarum 2645.

Sumpto inter postremas duas parallaxes medio quodam, fortasse accuratius distantia hæc obtineretur.

Distantia terræ a sole.

1222. OBSERVATIO. Distantia mediasolias a terra est ipsa terræ a sole distantia in ellipsi a tellure quotannis circa solem descripta.

Curva CEGT telluris orbitam referat circa solem S immobilem; cujus excentricitas OS est 168 diametrorum terrestrium (1186), leaucarum scilicet ferme 404000, (*Fig.* 23)

I. Tellus in C, aut in G in sua media a sole distantia ab eo distabit leucis ferme 3000000. Ibi tellus est initio veris, & autumni, quum scilicet libram, & arietem ingreditur.

II. Tellus E in minima a sole distantia ab eo minus, quam in C distabit leucis ferme 404000. Ibi tellus est hyeme ad boream æquatoris in signis borealibus; ut mox explicabimus. (1224)

III. Tellus in T in maxima a sole distantia ab eo distabit magis, quam in E leucis ferme 808000. Ibi tellus est æstate ad austrum æquatoris sub signis australibus, aliquanto magis, quam hyeme a sole distans.

IV. Distantia media CS, vel GS bis sumpta axi primo TOE terrestris orbitæ æqualis est (1176): æquat ergo axis primus 20000 telluris diametros, seu leucas ferme 6000000.

1223.

1223. NOTA I. Planetarum, & quorundam cometarum parallaxis eadem methodo, eodemque calculo eorum a terra distantiam prodet; non tamen eorum a sole distantiam, quæ alia ratione est investiganda.

Inventa media telluris a sole distantia ex ejus parallaxi, invenietur *media planetarum primariorum, & cometarum a sole distantia* ope secundæ legis Keplerianæ mox tradendæ. Semel accurate statuta media hæc telluris a sole distantia facile calculo exhibet planetarum, aut cometarum, quorum nota sit revolutio periodica circa solem, mediam ab ipso distantiam. (1263)

1224. NOTA II. Observationibus astronomicis constat, (*) apparentem solis, & lunæ diametrum, tum & planetarum modo majorem esse, modo minorem. Exempli causa, apparens solis diameter, ceteris paribus maxima est in capricorno, minima in cancro, media in ariete, & libra. Horum ratio est, quia apparens ejusdem objecti diameter & major est, quo objectum est spectatori propinquius (918); sol vero, luna, & planetæ modo perigei sunt, modo apogei.

Hinc apparet cur dixerimus, *solem a terra magis æstate distare, quam hyeme*. Qum enim ex observationibus solis diameter major appareat hyeme in capricorno, quam æstate in cancro; jam sol in capricorno telluri propinquior erit, quam in cancro. Ergo *axis primus orbitæ telluris a borea in austrum vergit*. Ergo *sol hujus orbitæ focum borealem occupat*; ut in figura quarta exhibetur.

Ex tabulis astronomicis Hirii apparens solis diameter in magnitudine media est minutorum 32,

(*) *Volfius tomo* III. numero 554.

32′, 10″: lunæ diameter variat a minutis 29′, 30″ ad 33′, 30″.

Apparentes planetarum inferiorum, & superiorum diametri ita variæ sunt pro diversa eorum ad tellurem positione, ut earum magnitudo generatim definiri nequeat.

Solis vera, & apparens diameter.

1225. PROBLEMA. *Data solis a tellure distantia, ejusque diametro apparente, veram invenire.* (*Fig.* 21).

SOLUTIO. Sit S A solis a tellure distantia leucarum 30000000; C A B angulus apparentis solis diametri mensura minutorum 32, 10″.

I. A puncto A, unde apparens solis diameter observatur, ducta sit linea A S ad centrum solis. Hæc solis diametro C S B perpendicularis & veram solis diametrum C B, & angulum C A B bifariam secat.

Ita habeo triangulum C S A in S rectangulum, in quo notum est latus S A, distantia data: notus quoque angulus C S A rectus: angulus C A S anguli dati dimidius; & angulus A C S supplementum ad duos rectos. Datur ergo ex theoria sinuum (*Math.* 702), hæc analogia: sinus notus anguli C A S est ad latus oppositum, & ignotum C; ut sinus notus anguli A C S ad latus oppositum, & notum A S. Latus C S est ipsa dimidia solis diameter.

II. Facile hæc analogia arithmetice exhibetur sinus duobus zero augendo (*Math.* 718). Sinus anguli C A S 16′, 5″ est = 4654200 + 24242 = 4678442. Sinus anguli ACS 89°, 43′, 55″ = 999989100: latus A C, distantia telluris a sole, est ferme laucarum 30000000. Ergo 4678442 : x :: 999989100 : 30000000.

Diviso extremorum producto per medium notum habes 140355 numerum leucarum lateris S C,

S C, quod bis sumptum totam dabit solis diametrum G S B. Hoc calculo solis semidiameter S C leucas continet 140355; tota vero diameter C S B leucas 280710.

Si ponatur telluris a sole distantia leucarum 30000000, quæ singulæ constant hexapedis 2340, ut ferme est (1221); leucæ 280710, diametri solaris mensura, constabunt, singulæ ipsæ quoque hexapedis 2340: quæ ferme 100 diametros medias telluris efficient; quum media telluris diameter sit ferme leucarum 2860, quæ singulæ haxapedis constant 2287. Est ergo solis diameter centies ferme diametro telluris major, ut alibi innuimus (1190).

1226. NOTA. I. Si supponatur angulus M D N esse angulus notus a solis, aut lunæ, aut Jovis aut cometæ diametro subtensus (*Fig.* 21).

Data planetæ, aut cometæ a tellure distantia L D, *eadem methodo, eodemque calculo invenietur vera planeta, aut cometa diameter*. Hac ratione ex apparente planetarum diametro M L N optimis instrumentis dimensa vera quoque diameter inventa fuit. Alibi harum diametrorum veram magnitudinem dedimus (1190), quales observationibus haberi possunt, quæ maximam diligentiam postulant, & in quibus error vel minimus magnas in supputationem inducit diversitates.

Nota vera cælestis alicujus orbis diametro, facile ejus peripheria, superficies, & soliditas quam proxime invenietur (*Math.* 480, 577, 608).

II. Eadem methodo *satellitis a planeta centro distantiam proxime invenies*. Exempli causa quum satelles *n* convertitur in curva *n m n* radio L T perpendiculari, angulus D L *n* rectus est. Capto angulo L D *n*, habebitur analogia: sinus notus anguli L D *n* est ad latus oppositum, & ignotum L *n*; ut sinus notus anguli L *n* D ad latus oppositum, & notum L D. Ita inve-

invenies latus L *n* satellitis a planetæ centro distantiam.

Si angulus DL*n* non sit rectus, ejus valor accuratissimis, & laboriosis observationibus investigandus erit: tunc eadem utemur theoria, & analogia, iis tantum mutatis, quæ anguli DL*n* diversitas postulat. Passim satellitis a planetæ centro distantia in planetæ ipsius diametris tantum enunciari solet, ut alibi indicavimus (1199).

CAPUT SECUNDUM.

REFRACTIO ASTRONOMICA.

1227. OBSERVATIO. Vidimus alibi (1044), radios lucis oblique in athmosphæram incidentes ad terræ centrum refractione inflecti; unde oritur illusio optica, quæ in observationibus consideranda est. Exempli causa (*fig.* 95. *tomi præcedentis*).

Posito oculo in *a*, radius lucis D *d a* veniens a puncto D, & athmosphæram *d m v n d* ingressus ad terram refringitur; quare objectum D videtur in P (912) ipsi zenith propius, quam re ipsa sit.

1228. COROLLARIUM. *Hinc refractionis effectus parallaxeos est effectui oppositus.*

EXPLICATIO. Parallaxis, & refractio objectum extra verum locum opticum exhibent; parallaxis illud horizonti propius, refractio illud ipsi zenith propius exhibet. Exempli causa. (*Fig.* 13).

Si Astrum observatur in I, verus ejus locus opticus (1210) erit in *n*: parallaxis illud exhibebit in *m* horizonti propius: refractio illum ostendet in R aliquanto supra *m*, & ipsi zenith

propius. Ut ergo vera astri parallaxis habeatur, parallaxi inventæ addenda est quantitas R*m*, qua refractio illam minuet; parallaxis enim inventa esset major *mn*, nisi radii ab astro venientes in athmosphæra terrestri refringerentur.

Refractionis variationes.

1229. OBSERVATIO. Observationibus omnibus constat (*fig.* 13):

I. Nullam dari refractionem in vertice Z. Radius enim, quo tunc observator astrum videt, est athmosphæræ perpendicularis: lux vero in medium quodvis perpendiculariter incidens non refringitur (987).

II. Refractionem maximam esse, astro in horizonte sito. Radius enim, quo astrum videtur, longiore via vim refringentem subit, qua ad terræ centrum inclinatur (1045, V.).

III. Refractionem ab horizonte ad zenith magis magisque imminui. Radius enim, quo astrum videtur, eo minorem athmosphæræ partem traijcit, quo vertici propius est. In sequenti tabula accuratissima, quantum fieri potest, refractionis ab horizonte ad zenith imminutionem invenies.

IV. Refractionem eandem esse astris quibuscumque æque supra horizontem elevatis. Neque enim ab astri distantia, aut lucis copia refractio procedit, sed unice a vi athmosphæræ refractiva, quæ in radium, undecumque veniat, exercetur.

V. Ejusdem astri refractionem ad idem cæli punctum non semper eandem esse; aeris enim refringentis modo magis, modo minus densi, & vaporibus imbuti vicissitudinibus subesse debet.

1230. COROLLARIUM. Quum refractio major in horizonte sit, quam supra, *sol, & luna in horizonte elliptici erunt; & minor diameter erit verticalis.* Radii enim a limbo inferio-

riore venientes magis superioribus refringentur. Vides jam, si astra hæc majora apparent in horizonte, quam supra; hoc refractioni non esse tribuendum, quum potius oppositum parere debeat. Phænomenon ergo ab alia causa alibi exposita procedit (956).

Parallaxis huic diminutioni diametri verticalis astri in horizonte aliquantum opponitur; quum enim parallaxis horizontalis sit omnium maxima (1215), limbus inferior majorem superiore parallaxim subit; quare limbi hi paulum hac ratione distrahuntur.

1231. NOTA. Quum ad accuratas astrorum observationes omnino necessaria sit refractionis cognitio; plærique recentiores astronomi huic physicæ parti veteribus ignotæ summo studio operam dederunt. Experientia norunt:

I. Refractionem horizontalem esse in dies maxime variam, quum aliquando sit minutorum 32, vel 33, aliquando 36, vel 37 (1045, 1229).

II. Refractionem quoque in dies variam esse ad altitudinem usque graduum 10, 12, 15. Quare observationes astri nimis horizonti propinqui suspectæ sunt.

III. Ad gradus 45, refractionem minutum unum fere non excedere; inde vero uniformem ad zenith usque decrescere, ubi nulla est.

Tabulam subiicimus ex Bradlejo, & Lalandio, in qua refractio astronomica ad omnes astri cujusque altitudines in minutis, secundis, & tertiis quantum fieri potest accuratissima describitur.

Altit. appar. | Tabula refractionum astronomicarum ab horizonte ad zenith.

Altit. G.M.	Refr. M.S.T.	Altit. G.M.	Refr. M.S.T.	Altit. G.M.	Refr. M.S.T.	Altit. G.M.	Refr. M.S.T.
		4 0	11 51 1	9 0	5 48 5	18 30	2 48 6
0 0	33 0 0	4 10	11 28 9	9 10	5 42 4	19 0	2 43 9
0 5	32 10 4	4 20	11 7 9	9 20	5 36 5	19 30	2 39 4
0 10	31 22 2	4 30	10 48 0	9 30	5 30 9	20 0	2 35 1
0 15	30 35 4	4 40	10 29 2	9 40	5 25 5	20 30	2 31 0
0 20	29 49 7	4 50	10 11 3	9 50	5 20 0	21 0	2 27 2
0 30	28 22 3	5 0	9 54 3	10 0	5 14 8	21 30	2 23 6
0 32	28 4 8	5 10	9 38 2	10 15	5 7 3	22 0	2 20 3
0 36	27 30 3	5 20	9 22 8	10 30	5 0 1	33 0	2 13 7
0 40	26 59 7	5 30	9 8 0	10 45	4 53 2	24 0	2 7 4
0 50	25 41 8	5 40	8 54 0	11 0	4 46 6	25 0	2 1 6
		5 50	8 40 6	11 15	4 40 3	26 0	1 56 2
1 0	24 28 6	6 0	8 27 8	11 30	4 34 3	27 0	1 51 2
1 10	23 19 8	6 10	8 14 9	11 45	4 28 6	28 0	1 46 6
1 20	22 15 2	6 20	8 2 8	12 0	4 23 2	29 0	1 42 4
1 30	21 14 7	6 30	7 51 1	12 20	4 16 1	30 0	2 38 4
1 40	20 17 9	6 40	7 40 3	12 40	4 9 4	31 0	1 34 6
1 50	19 24 8	6 50	7 30 2	13 0	4 3 0	32 0	1 31 0
2 0	18 35 0	7 9	7 20 5	13 20	3 56 9	33 0	1 27 6
2 10	17 48 4	7 10	7 11 1	13 40	3 51 1	34 0	1 24 4
2 20	17 4 5	7 20	7 2 1	14 0	3 45 5	35 0	1 21 4
2 30	16 23 8	7 30	6 53 4	14 20	3 40 1	36 0	1 18 5
2 40	15 45 4	7 40	6 45 1	14 40	3 34 9	37 0	1 15 7
2 50	19 9 4	7 50	6 37 1	15 0	3 29 9	38 0	1 13 0
3 0	14 35 6	8 0	6 29 4	15 30	3 23 7	39 0	1 10 4
3 10	14 3 9	8 10	6 22 0	16 0	3 16 9	40 0	1 7 9
3 20	13 34 1	8 20	6 15 2	16 30	3 10 5	41 0	1 5 5
3 30	13 6 2	8 30	6 8 0	17 0	3 4 5	42 0	1 3 3
3 40	12 39 6	8 40	6 1 3	17 30	2 58 9	43 0	1 1 1
3 50	12 14 6	8 50	5 54 8	18 0	2 53 6	44 0	0 59 3

Al-

Altit.	Refr.	Altit.	Refr.	Altit.	Refr.	Altit.	Refr.
G. M.	M. S. T.	G. M.	M. S. T.	G. M.	M. S. T.	G. M.	M. S. T.
45 0	0 57 0	57 0	0 36 8	69 0	0 21 7	81 0	0 9 0
46 0	0 55 0	58 0	0 35 5	70 0	0 20 6	82 0	0 8 0
47 0	0 53 1	59 0	0 34 2	71 0	0 19 5	83 0	0 7 0
48 0	0 51 2	60 0	0 33 0	72 0	0 18 4	84 0	0 6 0
49 0	0 49 4	61 0	0 31 7	73 0	0 17 3	85 0	0 5 0
50 0	0 47 6	62 0	0 30 4	74 0	0 16 2	86 0	0 4 0
51 0	0 45 9	63 0	0 29 1	75 0	0 15 1	87 0	0 3 0
52 0	0 44 2	64 0	0 27 8	76 0	0 14 0	88 0	0 2 0
53 0	0 43 6	65 0	0 26 5	77 0	0 13 0	89 0	0 1 0
54 0	0 41 1	66 0	0 25 3	78 0	0 12 0	90 0	0 0 0
55 0	0 39 6	67 0	0 24 1	79 0	0 11 0		
56 0	0 38 2	68 0	0 23 9	80 0	0 10 0		



§. V.

LUNA, ET EJUS ECLIPSES.

1232. OBSERVATIO. Astrum noctis, *Luna*, unus est ex planetis secundariis omnium maxime ad nos spectans. Duodecies, aut terdecies circa terram sui motus centrum ab occidente in orientem in consequentia signorum convertitur directione ABCDA; dum tellus, quæ ipsam secum asportat, semel circa solem sui motus centrum convertitur in ecliptica directione TUXZV (*fig.* 32).

Majus negotium lunæ theoria, quam reliquum cælum universum astronomis facessivit. Magnus Neutonus omnium primus verum principium physicum detexit suorum motuum omnium adeo specie irregularium, qui tamen omnes a generali attractionis principio descendunt. Quaremodo lunæ theoria calculo ita exacte subjecta est, ac illa, quæ omnium simplicissima, ac maxime regularis habeatur. Quæ in lunæ theoria præcipua sunt tradere pergimus.

Lunæ phases.

1233. DEFINITIO. *Lunæ phases* dicuntur varii illi aspectus, quibus nobis sese exhibet dum circa tellurem T revolutionem suam perficit. ABCDA (*fig.* 22).

I. Quum luna est in A inter tellurem T, & solem S, est *novilunium*. Pars lunæ illustrata tota ad solem conversa est, & nobis occulta.

II. Quum luna est in B distans a sole gradus 90 STF, est *primus lunæ quadrans*, seu *pri-*

ma

ma quadratura (1191). A tellure apparet dimidius ejus discus, qui ad occidentem vergit, illustratus.

III. Quum luna est in C a sole distans gradus 180 STF + FTG, est *plenilunium*. Si luna C sit extra telluris umbram, totus ejus discus illuminatus e tellure visibilis est.

IV. Quum luna est in D a sole distans gradus 90 S T H, est *ultimus quadrans*, sive *altera quadratura*. Lunæ discus dimidius ad orientem vergens illuminatus e tellure conspicitur.

Lunæ discus dicitur dimidia ejus superficies sphærica, quæ ratione distantiæ convexitatem distinguere vetantis nobis apparet planum circulare, modo obscurum, modo illuminatum, modo partim, & partim.

Suæ orbitæ inclinatio.

1134. Si lunæ orbita A B C D A plano eclipticæ T V X Z T imponeretur, lunæ centrum semper esset in plano eclipticæ, sicuti telluris, & solis centrum. Luna in quavis revolutione A B C D solem in A obtegeret, & a tellure in C eclipsim pateretur. In sua enim conjunctione A, & in sua oppositione C esset in recta per tria solis, telluris, & lunæ centra transeunte (*fig.* 22).

At non ita res procedit. Lunæ orbita A B C D A semper eclipticæ T V X Z T inclinata est. Primæ planum alterius planum secat sub angulo vario a gradibus 5, ad gradus 5, 18', cujus amplitudo media est graduum 5, 9'. (*fig.* 18). Si A T B sit planum eclipticæ, erit ATM angulus inclinationis lunaris orbitæ M N M.

Curva A B C D A, quam in quavis revolutione circa tellurem luna percurrit, in duobus punctis eclipticam secat, quæ *lunæ nodi* nuncu-

pantur. Hi semper sunt in plano eclipticæ: reliqua orbita extra est; dimidia ad austrum, altera dimidia ad boream eclipticæ (*Fig.* 22).

Luna itaque in quavis revolutione ABCDA, *abcda* modo ad eclipticæ austrum est, modo ad boream; & in quavis revolutione circa tellurem bis per eclipticæ planum transit; semel ab austro ad eclipticæ boream in *nodo ascendente*; semel a borea ad austrum eclipticæ in suo *nodo descendente*. Nodi hi orbitæ lunaris mobiles sunt, & retrogradi, ut mox explicabimus.

Ejus vis perturbatrix.

1235. OBSERVATIO. Planetæ primarii in periodica revolutione circa solem duplici tantum vi sensibili cientur: *vi projectionis*, qua per curvæ tangentem ferri nituntur; & *vi gravitatis* in solem, qua per curvæ radium ad solis centrum unicum, & commune suorum motuum centrum trahuntur; ut alibi jam explicavimus, (360), & subinde susius etiam explicabimus (1285).

Luna in periodica sua revolutione circa tellurem duobus similibus viribus agitur: *vi projectionis* A P, qua per curvæ tangentem nititur, & *vi gravitatis* A T, qua per radium suæ curvæ ad terræ centrum peculiare sui motus ABCDA centrum circa tellurem T trahitur. (*Fig.* 22).

Si luna in revolutione sua circa tellurem his tantum viribus ageretur, ejus motus, ut & planetarum primariorum, regularis esset: ejus curva ABCDA, *abcda* semper æque, & eadem directione compressa esset, & oblongata, & æque semper eclipticæ plano inclinata. Verum luna, ut planetæ omnes primarii, in centrum solis gravitat. Quare in sua revolutione circa tellurem *tertia vi* attractionis in solem agitur,

quæ

quæ telluris attractioni modo favet, modo obſiſtit. Hinc *vis perturbatrix*, & conſtans anomaliæ in ſuis motibus cauſa.

I. Ex theoria motus conſtat; lunam circa tellurem curvam deſcribere dumtaxat ex vi centrali, qua perpetuo ad terram trahitur, & ne per tangentem abeat detinetur.

II. Luna, ut planetæ primarii, in ſolem tendit; at quum vis hæc telluris attractione minor ſit, vis major minorem ſuperat; & luna planetæ ſuo primario addicta permanet.

III. Attractio ſolis in lunam victa eſt, non extincta; quare effectum ſuum parere debet, lunæ ſcilicet niſum tellurem verſus augere, aut minuere, aut diſtrahere pro diverſa lunæ ad ſolem, & tellurem poſitione.

IV. Attractio ſolis in lunam augetur, aut minuitur in duplicata inverſa ratione diſtantiæ lunæ a ſole (84): ſatis ergo inæqualiter luna modo ſoli propinquior, modo ab illo remotior ejus vim ſentire debet.

V. Attractio telluris in lunam ſemper motui, quo per tangentem nititur, ferme perpendicularis eſt: tota ergo telluris attractio ſemper in lunam agit.

Non ita ſolis attractio, quæ motui projectili lunæ per tangentem modo perpendicularis eſt, modo parallela, modo obliqua: diverſos ergo in luna pro diverſa directione effectus vis hæc parere debet, ut explicabimus, lunam in eclipticæ plano, & extra illud conſiderantes.

Vis perturbatrix in ecliptica.

1236. EXPLICATIO. Lunam primo in eclipticæ plano conſideremus, ubi in quavis revolutione bis invenitur; & orbita L O P C cum plano eclipticæ congruere ſupponatur (*fig.* 15).

I. Quum luna eſt in conjunctione in C in plano eclipticæ, & latitudine carens, ſoli eſt

tellure propinquior diametris terrestribus 30 (1220). Fortius ergo tellure T solis vi attractiva luna in solem trahitur, quæ vis semper est in duplicata inversa ratione distantiæ corporum attractorum C, & T (1273). Major hic lunæ C nisus in solem S fit minor ejus nisus in tellurem T; & tantundem lunæ C in tellurem T gravitas minuitur.

II. Quum luna est in oppositione in O in plano eclipticæ, & latitudine carens, magis tellure a sole distat diametris terrestribus fere 30. Luna ergo in O minus tellure T in solem S attrahitur; & hic major telluris T in solem nisus tellurem ipsam tantundem subtrahit ab effectu nisus lunæ in tellurem; seu sit re ipsa in luna minor gravitas in directione OTS in tellurem T.

III. Quum luna est in L in prima sua quadratura, in plano eclipticæ, & latitudine carens solis attractionem LS subit. Hæc obliqua lunæ L, & a diagonali parallelogrammi LTSE repræsentata in duas inæquales resolvitur (351): harum prima LE nititur lunam in E deferre: altera LT lunam nititur deferre in T. Ergo solis attractio LS partim lunam L ad centrum T terræ trahit, adeoque lunæ in terram gravitatem auget. Idem eadem ratione lunæ in P, altera quadratura, in plano eclipticæ contingit.

1237. NOTÆ. Ex his sequentia procedunt, quibus plura naturæ phænomena explicantur.

I. *Solis attractio in lunam ejus in tellurem gravitationem minuere debet in syzigiis, augere in quadraturis.* In quadraturis enim L, & P solis attractio LS resolvitur in vires duas LT, LE, quarum altera LT lunam ad terram urget; quod non præstat in syzigiis C, O; ut ostendimus.

II. *Hac solis attractione luna gravitas magis minuitur in syzigiis, quam augeatur in quadraturis.* Augmentum enim gravitatis lunæ in tellurem

ſurem exhibetur linea LT, vel PT; in ſyzigiis vero gravitatis imminutionem exhibet differentia quadratorum diſtantiarum TS, CS, vel TS, OS. Atqui calculo innoteſcet diſtantiam TS eſſe ad diſtantiam CS ferme ut 333 ad 332: notum quoque eſt diſtantiam inter quadrata duorum numerorum, qui unitate differant, eſſe ferme duplam differentiæ numerorum (*Math.* 127), quæ hic eſt TC, vel TO. Quare differentia quadratorum linearum, ſeu diſtantiarum CS, TS, ſive OS, TS eſt ferme 2TC, vel 2TO.

Hinc ſequitur, *imminutionem gravitatis lunæ in tellurem in ſyzigiis ferme duplum eſſe augmenti ipſius gravitatis in quadraturis*. Quare, penſatis penſandis, gravitas lunæ in tellurem in integra revolutione a ſolis attractione magis imminuitur, quam augeatur; & in quavis revolutione magis luna ad ſolem attrahitur, quam ab hac ſolis actione tellurem verſus urgeatur: hinc cauſa conſtans apta ejus circa tellurem converſionem perturbare. Ex calculo apparet, actione ſolis in lunam ejus naturalem gravitatem in tellurem augeri in quadraturis parte ferme centeſima ſeptuageſima octava, minui vero in ſyzigiis dupla quantitate, nempe parte trigeſima quinquageſima ſexta.

III. *Solis attractio lunæ velocitatem modo accelerare debet, modo retardare.* Quum enim luna a C in L fertur, major ejus in ſolem niſus ex majori propinquitate magis ejus velocitati obſiſtet; quum vero pergit ab L in O, ejus minor in ſolem niſus ex majori diſtantia minus ejus velocitati obſiſtet. Quare hic tantum effectu actionis ſolis in lunam conſiderato, lunæ velocitas imminui debet a prima conjunctione C ad primam quadraturam L in primo ſui menſis quadrante, deinde augeri a quadratura L ad oppoſitionem O in altero ſui menſis quadrante: iterum minui ab oppoſitione O ad alteram quadraturam P, in tertio ſui menſis quadrante: ite-

rum augeri ab hac quadratura P ad conjunctionem C in postremo sui mensis quadrante.

IV. *Etsi luna in solem gravitas major sit in quadraturis, quam in syzigiis; non propterea lunæ orbita depressa esse debet ad quadraturas, elongata ad syzigias; imo oppositum evenit.* Quum enim lunæ gravitas in tellurem major sit in L, quam in O, jam magis, & frequentius projectilem lunæ motum L V ad terræ centrum inflectere debet. Quare motus projectilis LV fortius, & frequentius inflexus, non jam directionem capiet L *x*, sed magis curvam L *r*, & lunam telluri admovebit. Si ergo supponemus, lunam moveri cœpisse in circulo L O P C, attractio solis illam moveri coegisset in ellipsi L *a* P *b*, cujus axis primus semper dirigeretur ad quadraturas, si immobilis esset.

V. Luna in B a sole attrahitur magis, quam tellus remotior; at hic attractionis excessus, quem luna perfert in B, non totus insumitur in illa a tellure removenda, & ad solem adducenda. Vis enim B S lunam in solem attrahens est lunæ obliqua, & in duas resolvitur, quas perpendere oportet.

Si TS exprimat telluris gravitatem in solem, producenda erit BS in D, ut B D lunæ gravitatem in solem referat: & parallelogrammum B R D F complendum, cujus BD erit diagonalis. Tunc apparebit, vim BD, quæ oblique lunam in solem trahit, in duas resolvi, alteram BF æqualem, & parallelam ipsi TS gravitati telluris in solem, quæ eadem directione agit, adeoque nullam in lunæ motu projectili mutationem parit: alteram B R, quæ est ipsa *vis perturbatrix*, & cujus effectus idem est, qui duarum virium BM, B N simul agentium (346). Ex hac vi perturbatrice B R in duas divisa BM, B N oritur in luna in B & imminutio gravitatis ipsi B M æqualis; & velocitatis, seu motus projectilis augmentum æquale ipsi BN, posita lune [illegible] ita a P [illegible] C.

VI.

VI. *Si ad omnia lunaris orbitæ puncta construatur figura similis constructæ ad punctum B, apparebit lunæ velocitas in punctis omnibus perturbata a vi simili ipsi BN, inæqualiter tamen pro ratione obliquitatis actionis solis.* Vis BN lunæ motum projectilem juvat pergentis a B in C; illi noceret si a B in P procederet; magis vero motui huic projectili favet, aut nocet, quo major est; & vicissim.

VII. Quatuor in orbita lunari puncta sunt, in quibus vis BM nulla est: in ceteris omnibus lunæ gravitatem in tellurem auget, aut minuit. Nam quo luna quadraturæ P propior erit, eo magis linea BF, quæ semper ipsi TS æqualis fieri debet, attolletur TP versus; & eo minor erit angulus TBF. Linea BR vim perturbatricem referens, & hic angulum faciens obtusum RBT, antea cum BT inter P, & B angulum rectum effecerat: in aliis positionibus cum eodem radio lunæ vectore angulum acutum efficiet. (*Fig* 15, & 17)

Quum vis BN in velocitatem influens, & vis BM in lunæ gravitatem influens inter se angulum rectum A*r* efficiunt; vires hæ duæ sibi nec adversantur, nec favent ad lunæ a suæ orbitæ centro T distantiam immutandam (348): diagonalis inter vires has duas conspirantes in ipsam lunæ orbitam cadit. Contingit hoc in quatuor lunaris orbitæ punctis, nempe A, B, D, F hinc inde a syzigiis gradus 54, 44'. (*fig.* 17)

Quum eædem vires BN, BM angulum obtusum BR efficiunt, diagonalis BR lunam extra suam orbitam in R trahit: tunc vis BM lunæ gravitatem in tellurem imminuit. Contingit hoc in totis arcubus ACB, & DOF.

Quum eædem vires BN, BM efficiunt angulum acutum L*r*, diagonalis inter vires has conspirantes planum orbitæ lunaris ingreditur, illucque lunam trahit. Tunc vis BM lunæ gravita-

vita-

vitatem in tellurem auget. Hoc lunæ contingit in totis arcubus BLD, FPA. (*Fig.* 17)

Arcus BLD, FPA minores sunt arcubus DOF, ACB: primi enim continent tantum gradus 141, 4′; postremi gradus continent 218, 56′. Quare solis vis attrahens diutius, & fortius lunam ad solem, quam ad tellurem urget; adeoque *lunæ in solem nisus in quavis integra revolutione verus est, & positivus.*

Vis perturbatrix extra eclipticam.

1238. EXPLICATIO. Lunam modo extra eclipticæ planum consideremus in syzigiis, in quadraturis, & in intermediis. (*Fig.* 14)

Patet, lunam in A, vel in B extra eclipticæ NRM planum tum in syzigiis, tum in quadraturis adhuc vim perturbatricem solis pati, quæ telluris in lunam attractioni modo favet, modo adversatur. Hæc solis attractio semper lunæ extra eclipticam positæ obliqua in duas resolvitur, quarum altera lunam ad eclipticæ planum trahere nititur, altera ad solem. Exempli gratia: sit luna A in oppositione gradus quatuor aut quinque supra, aut infra eclipticæ planum STMRN, in quo semper telluris, & solis centra sunt. Hoc secet lunæ orbita AMBNA in punctis duobus M, N, qui ejus nodi erunt.

I. Si luna in A extra planum eclipticæ motu projectili AC, & centripeta AT careret, & solam sentiret solis attractionem AS: luna rectam AS percurreret ad solem S, simul & ad eclipticæ planum NRM accedens. Hæc itaque solis actio in lunam A motum æquivalenter duplum illi communicaret: nisum scilicet in solem & in planum eclipticæ. Hæc ergo solis actio in lunam in A positam duabus viribus conspirantibus AZ, AT æquivalet, quibus mobile A diagonalem AS parallelogrammi ATSZ percurreret. Solis ergo actio AS in lunam A in duas vi-

vires resolvitur, quarum altera AZ lunam ad solem trahere niteretur; altera AT lunam ad eclipticæ planum, a quo gradus nonnullos distare supponitur, adducere niteretur.

II. Verum luna in A & vim projectilem sentit, qua agitur per tangentem AC; & telluris attractionem, qua per radium AT trahitur, & solis attractionem, qua directione AS urgetur. Ex tribus his viribus ejus curva AMBN gignitur eclipticam modo secans in MN. Primæ duæ vires semper ad angulos rectos oppositæ invicem tota activitate perpendiculariter colluctantur: tertia ambabus illis fere semper obliqua in duas resolvitur, nec semper totam suam energiam exerit.

Ponamus tres has vires simul tota energia in lunam agere: eam dato tempore ab A in M deducent. Jam vero si virium una non tota ageret in deducenda luna per arcum AM, sed partim impenderetur in motu lunæ inflectendo ad MRN; luna dato hoc tempore ad *m*, non ad M ferretur; pars enim virium, quibus in M deduci deberet, in ea ab M ad *m* deducenda impenderetur.

III. Atqui trium virium una, perturbatrix scilicet attractio solis, partim impenditur in luna A ad eclipticæ planum MRN trahenda; pars scilicet AT attractionis perturbatricis ZAT quæ telluris attractioni conspirans, & in vim projectilem AC colluctans perpetuo magis magisque vim hanc projectilem ad eclipticæ MRN planum adigit, & lunam ad plani hujus punctum *m* trahit minus distans, magisque occidentale, quam punctum M. Vis ergo perturbatrix lunam extra eclipticæ planum positam perpetuo ad hoc planum trahere nitetur.

I. Idem lunæ contingit *in conjunctione* ad punctum B gradibus quatuor, aut quinque supra, aut infra planum eclipticæ. Si luna in B solam perturbatricem solis attractionem sentiret, percur-

curreret diagonalem BS parallelogrammi BSTV ad solem S, & ad eclipticæ planum NRTS simul accedens. Vis ergo perturbatrix quum a duobus parallelogrammi lateribus VB, BT exhibeatur, ejus pars BT cum telluris attractione luctatur in vim projectilem BD: vires ergo hæ duæ simul lunæ curvam inflectent, eamque prope planum eclipticæ deferent ad punctum *n* minus distans, magisque occidentale, quam punctum N.

V. Eadem quoque haberetur attractionis perturbatricis resolutio, si puncta A & B non in syzigiis essent, sed in quadraturis. Actio solis AS, vel BS partim insumeretur in luna ad solem attrahenda, partim in luna versus eclipticæ planum adducenda. Re vero ipsa in quadraturis major attractionis solaris pars insumitur in lunæ motu eclipticæ planum versus inflectendo, & in ejus nodis magis retrogradis efficiendis.

VI. Non tamen ex dictis de attractionis solaris resolutione, & actione sequitur, lunæ orbitam tandem debere totam in eclipticæ plano statui. Quantum enim lunaris orbita una directione inflectitur in sua parte MAN, tantundem ferme directione opposita inflectitur in sua parte NBM: eadem itaque semper ferme inclinatio permanet.

Plura hac de re geometrice fusius pertractata tradere potuissemus: at nimium paucis lectoribus illa adrisissent. Ea dumtaxat de luna passim scire cupimus, quæ ad præcipua naturæ phænomena spectant, cujusmodi sunt eclipses, zodiaci revolutio, motus terræ retrogradus, & maris æstus.

Suorum nodorum motus retrogradus.

1239. COROLLARIUM I. *Perturbatrix solis attractio lunaris orbita nodos reddere debet retrogrados.* (*Fig.* 14)

EX-

EXPLICATIO. Ut claritati studeamus, supponatur tellus immobilis in T, & luna circa ipsam convertatur. Lunaris orbita AMBNA plano eclipticæ inclinata est gradibus ferme quinque in A, & B, & planum eclipticæ secat in punctis duobus M, & N, quæ ejus nodi sunt.

I. Si nullam luna vim perturbatricem sentiret, quæ ejus circa tellurem T immobilem revolutionem immutaret, ejus orbita eandem semper positionem obtineret; & in quavis revolutione per eadem puncta AMBNA transiret; semper enim ab eadem vi projectili per tangentem, & centripeta per radium ageretur. Semper ergo ejus orbita eclipticam secaret in iisdem punctis M, N, quæ a terra visa ad puncta Q, N zodiaci PQXY referrentur.

II. At luna extra planum eclipticæ, puta in B, obliquam solis actionem sentit, quæ ex parte illam ad eclipticæ planum adducere nititur, & non in N, sed ad punctum minus distans, magisque occidentale *n* eclipticam versus trahit (1238). Novus hic nodus *n* e terra visus in zodiaco videbitur in P magis ad occidentem, quam nodus præcedens N, qui videbatur in Q. Videbitur ergo nodus *n* nodo præcedenti N comparatus in antecedentia signorum regressus fuisse.

Hac obliqua, & in duas vires attractione resoluta luna ad eclipticam non tendit per antiquam semitam BNAMB, sed per novam *bnamb* & per diversa spatii puncta circa tellurem T convertitur.

III. Pari modo luna in B extra planum eclipticæ sive in syzigiis, sive in quadraturis, sive in interstitiis vim perturbatricem sentit, cujus pars illam perpetuo ad eclipticæ planum trahit, & ad illud adducit in puncto *m* minus distans, migisque occidentale, quam punctum M. Quare post plures revolutiones luna eclipticæ planum secuit in pluribus punctis, quæ totum zodia-

diacum complectuntur ab oriente in occidentem in antecedentia signorum regrediendo.

Hinc apparet, lunam in eadem cæli regione non semper per eadem spatii puncta transire: & si visibilia vestigia ejus orbita relinqueret, vestigia AMBNA, *ambna* conspicerentur se mutuo secare sese invicem ab oriente in occidentem decussantia.

1240. COROLLARIUM II. *Si tota lunaris orbita semper æque ecliptica inclinata globis contiguis lunæ similibus obtegeretur, globi hi omnes cum orbita eos deferente simul retrogradi fierent.* (*Fig.* 14)

EXPLICATIO. Si orbita hæc globis lunæ similibus plena esset, globus quivis extra eclipticæ planum positus vim perturbatricem sentiret (1238), & ab hac vi regredi cogeretur; ergo in quavis revolutione singuli globi eclipticam attingeret in puncto magis occidentali in zodiaco in antecedentia signorum retrogradi. Hic ergo globorum anulus AMBNA periodice retrogradam revolutionem faceret ab oriente in occidentem circa polos eclipticæ ex perturbatrice solis attractione. *Est hac imago motus retrogradi æquatoris terrestris circa polos eclipticæ*, seu circa axem unum terrestrem, qui axi eclipticæ ad sensum congruit. (1328)

Tellus ad æquatorem tumida attractioni solis anulum veluti extantem exhibet, & eclipticæ plano inclinatum: quævis hujus anuli pars ab obliqua solis actione regredi cogitur eodem quidem modo, at non eadem velocitate, qua anulus lunaris, de quo supra.

1241. NOTÆ. I. Ad rei claritatem tellurem T immobilem supposuimus, & lunam circa hoc immobile telluris punctum revolutam, ac semper eodem modo solis actioni obnoxiam. At quum tellus in annua circa solem revolutione planetam suum secundarium secum trahat; luna respectu attractionis perturbatricis perpetuo positionem

nem mutat; quo fit, ut vis hæc perturbatrix major in perihelio, minor in aphelio, semper in duplicata inversa ratione solis a luna distantiæ, modo lunæ magis, modo minus obliqua effectus successive pariat, qui totidem anomaliæ ejus motus videntur, sunt vero dumtaxat ejusdem causæ diverso modo applicatæ consectaria.

II. Ad rei quoque claritatem supponere visi sumus, a solis attractione lunæ nodos fieri perpetuo retrogrados: quod tamen in quavis revolutione in potiori tantum orbitæ lunaris parte contingit, in qua actio solis in lunam hujus verum, & positivum in solem nisum parit. (1237, VII.). Quare actio solis vere retrogrados reddit lunæ nodos in quavis circa terram revolutione; hic tamen regressus in quovis mense lunari non est uniformis, & permanens. Lunæ nodi in sua retrograda, & periodica revolutione aliquando stationarii sunt, aliquando magis, aliquando minus retrogradi. Revolutio hæc retrograda nodorum lunæ modo suspensa, modo magis, modo minus accelerata annis ferme 19 expletur; sive accuratius annis 18, diebus 224, horis 5 ad primum arietis punctum relata. (*Fig.* 22)

III. Hæc eadem vis perturbatrix revolutionem efficit in axe primo orbitæ lunaris, sed directam, & in consequentia signorum, ut alibi explicabimus. Revolutio hæc BTD, *b*V*d*, *b*X*d*, *b*Z*d* annis ferme 9 expletur, sive accuratius annis 8, diebus 309, horis 8, minutis 4, primo arietis puncto comparata.

IV. Hæc eadem vis perturbatrix variam reddit lunaris orbitæ ad planum eclipticæ inclinationem quantitate, quæ usque ad 18 secunda crescit (*Fig.* 18) Hæc orbitæ lunaris inclinatio in quavis revolutione bis augetur, bis minuitur. Major est cum linea nodorum cum linea quadraturarum concurrit, minuitur quum linea nodorum concurrit cum linea syzigiarum.

V. Ea-

V. Eadem vis perturbatrix etiam in Saturni, & Jovis satellites agit; at quum semper sit in duplicata inversa distantiarum ratione, multo minores, adeoque e tellure non distinguendos effectus parere debet.

Ejus revolutiones præcipuæ.

1242. OBSERVATIO. Præter nodorum, & absidum revolutionem, de qua hactenus duæ aliæ lunæ circa tellurem revolutiones distinguuntur, altera periodica respectu primi puncti arietis, altera synodica respectu solis. (*Fig.* 22)

I. *Periodica revolutio* lunæ est motus ABCDA circa tellurem, quo totam suam orbitam percurrit numerando a transitu per primum arietis punctum usque ad reditum illuc. Exempli causa,

Sit primum arietis punctum L in semicirculo latitudinis KLE: luna in A e terra inspecta videtur in L longitudine carens, & in primo puncto arietis. Quum luna revolutionem ABCDA peregerit, adhuc longitudine carebit, & erit in primo puncto arietis, circa quod suam revolutionem compleverit diebus 27, horis 7, minutis 43, secundis 5. Est hoc ejus *tempus periodicum*.

II. Lunæ *revolutio synodica* est ejus revolutio circa tellurem ab una ad aliam cum sole conjunctionem numerando: hæc completur diebus 29, horis 12, 44′, 3″. Est hic mensis lunaris tempore periodico longior. Exempli causa:

Sit luna in A in conjunctione cum sole. Si terra esset in T immobilis toto tempore revolutionis lunaris ABCDA, luna rediens in A adhuc esset in conjunctione cum sole; & mensis lunaris tempori periodico æqualis esset.

At vero dum luna circa tellurem convertitur, tellus a T in M in ecliptica transit: quo fit, ut lunæ positio respectu solis mutetur. Luna enim post revolutionem ABCDA, vel *abcda* in

in *a* ſita e tellure M inſpecta videtur in K in circulo latitudinis KLE per primum arietis punctum L tranſeunte. Luna itaque in *a*K revolutionem explevit reſpectu primi puncti arietis, reſpectu ſolis non explevit; diſtat ergo adhuc toto ſpatio angulo *x*M*a*, vel NMK incluſo. Luna ut revolutionem circa ſolem compleat, orbitæ arcum *ax* adhuc percurrere debet, qui adhuc poſtulat dies 2, horas 5, ſecunda 58.

Hinc elucet quare menſis periodicus ſynodico brevior ſit. Primus tempus continet dumtaxat in tota lunari orbita percurrenda inſumptum; alter tempus continet inſumptum in percurrenda orbita *abcda* addito arcu *ax*. Luna in *x* erit in linea, ſeu plano MS per centrum ſolis tranſeunte, & tantum revolutionem circa illum feciſſe videbitur.

Ejus motus rotationis.

1243. OBSERVATIO. Luna in ſua periodica revolutione circa tellurem eundem ſemper aſpectum nobis exhibet. Supponamus, exempli gratia, in diſco nunc ad terram converſo maculam ſatis perſpicuam; hæc eodem ferme in loco apparebit in ſyzigiis, in quadraturis, uno verbo ſemper. *Quare, luna circa ſuum axem convertitur eo ipſo tempore, quo circa terram.*

Si quis enim circa me convertatur ore ad me ſemper converſo, convertitur circa lineam a vertice ad plantas ductam, ſeu *circa ſuum axem* quo ipſo tempore circa me convertitur. Idem contingere debet rei cuivis circa aliam converſæ, & eadem ejus ſuperficiei parte ſemper ad rem illam obverſa.

1244. NOTA. Etſi luna eaſdem ſemper maculas nobis exhibeat; maculæ hæ tamen in quavis revolutione peculiarem exiguum motum reſpectu telluris habere videntur. Telluri tum in latitudine, tum in longitudine accedere videntur

tur, dein recedere, & in pristinum restitui. Probat hoc, axem, circa quem luna convertitur, nutationem exiguam habere, qua alternatim aliquantulum inclinatur ad boream, ad austrum, ad orientem, ad occidentem, & irregularis coni speciem hinc inde a lunæ centro describit. Motus hic *libratio lunæ* nuncupatur; partes enim planetæ hujus omnes afficit.

Eclipses solis, & lunæ.

1245. DEFINITIO I. *Eclipsis solis* dicitur defectus lucis hujus astri ex luna inter illud, & tellurem interposita. Hoc non nisi in conjunctionibus, seu in novilunio contingere potest. Exempli causa. (*Fig.* 12)

Si tellus sit in T, luna in A; habebitur eclipsis solis, si luna A sit in eclipticæ plano, aut illi proxima T V X Z. At si luna sit minutis 34, aut ultra extra planum eclipticæ, nulla habebitur solis eclipsis: Tellus enim T solem S videbit radiis secus lunam transeuntibus extra planum eclipticæ sitam, & extra rectam qua ad tellurem T feruntur.

1246. DEFINITIO II. *Lunæ eclipsis* dicitur defectus ejus lucis ex tellure illi, & soli interposita. Hæc non nisi in oppositionibus, seu in plenilunio contingere potest. Exempli causa, (*Fig.* 12)

Sit tellus in T, luna in C: habebitur eclipsis, si luna sit in plano eclipticæ T V X Z T, aut illi proxima; at si extra hoc planum sit minutis 34, aut pluribus, nulla erit lunæ eclipsis; tunc enim luna C illustrabitur solis radiis secus terram semper in eclipticæ plano sitam transeuntibus, qui in lunam extra eclipticæ planum positam tunc incidunt.

In solis eclipsibus sol lucem non amittit: tantum lux hæc in telluris partem, quam illustraret, tunc non incidit, obstante luna interjecta.

In

In lunæ eclipsibus luna lucem amittit, quum solis luce tantum luceat, quam quum in telluris umbra est excipere nequit.

1247. DEFINITIO III. *Conus umbrosus* planetæ dicitur umbra, quam planetæ discus solis disco minor post se proiicit soli oppositam, coniformem, cujus basis est ipse planetæ discus, axis vero recta per planetæ, & solis centrum trajecta. Axis coni umbrosi telluris semper est in plano eclipticæ; ceterorum planetarum quorumcumque tunc tantum, quum planetarum centrum est in plano eclipticæ (*Fig.* 20, 19).

Exempli causa, A V B est conus umbrosus telluris: L T A est conus umbrosus lunæ. Coni hi, ut patet, eo breviores erunt, quo eorum planeta erit soli propior, & corpus per conum hunc transiens eo amplius, & diutius eclipsim patietur, quo coni axi, & basi propius transibit, unde illi solis lux adimitur.

1248. DEFINITIO IV. Eclipses pro diversis eorum conditionibus diversa nomina sortiuntur.

I. *Eclipses centrales* illæ dicuntur, in quibus centrum astri obscurati per coni umbrosi axem transit: tunc centra solis, globi obscurati, & globi obscurantis in eadem recta sunt in ecliptica. Exempli causa (*fig.* 20) eclipsis lunæ centralis est in L: eclipsis solis (*fig.* 19) centralis est in N.

II. In solis eclipsibus *anulares* dicuntur illæ, in quibus astri partes mediæ a luna occultantur, at ad peripheriam anulus lucidus conspicitur. Hæ contingunt quum luna M est apogea quo tempore centralem solis eclipsim efficit.

III. *Eclipses totales* dicuntur illæ, in quibus astrum omnino occultatur. Lunæ eclipsis est totalis (*Fig.* 20), quum luna in L, aut in P tota telluris umbræ immergitur. Solis eclipsis est totalis loco N (*Fig.* 19), quum luna L H solem huic loco totum occultat. Si luna est perigea, & latitudine carens in L H, eclipsis

so-

ſolis, quam efficit, erit & centralis, & totalis, & cum mora. Si luna eſt apogea, & ſine latitudine in M, eclipsis erit centralis, & anularis.

IV. *Eclipſes partiales* illæ dicuntur, in quibus aſtri diſcus ex parte tantum occultatur. Quum in eclipſi lunæ ejus diſcus partim in cono umbroſo eſt, partim extra toto eclipſis tempore, eclipſis partialis eſt. Quum in eclipſi ſolis luna ante illum tranſiens partem tantum diſci ſolaris occultat, eclipsis eſt partialis.

1249. DEFINITIO V. *Penumbra* in planetarum eclipſibus dicitur lucis imminutio in eorum diſco illuminato, ſive diſci pars, quæ extra umbram eſt, attamen parte ſolaris lucis deſtituitur. Exempli cauſa (*Fig.* 20):

Luna in M nondum eclipſim ſubiit: adhuc enim parte aliqua F A M radiorum ſolarium illuſtratur. Verum jam in penumbra eſt; tellus enim T bonam radiorum partem, quibus illuſtraretur, intercipit. Pari modo (*Fig.* 19), Quum locus N omnino umbræ lunari immerſus eſt, loca proxima C, & D in penumbra ſunt, ab aliqua enim ſolarium radiorum parte, dumtaxat illuſtrantur. In ſolis eclipſi, loca, quæ in penumbra ſunt, partem tantum diſci ſolaris vident.

1250. NOTA I. In eclipſi ſolis luna ab occidente in orientem ante ſolem tranſit: in eclipſi lunæ, luna poſt tellurem, & per umbroſum telluris conum tranſit. Quum vero luna duodecies zodiacum ab occidente in orientem percurrat dum ſol ſemel tantum eadem directione ſeu re ipſa, ſeu apparenter convertitur, hac quoque directione ab occidente in orientem luna citius ſole fertur: quare ſemper videmus ſolem R S V in limbo occidentali R obſcurationem incipere, lunam vero *m n* in limbo orientali *n* (*Fig.* 19, 20):

I. In quavis ſolis, lunæ, aut alius planetæ ecli-

eclipsi tria præcipue observantur : *immersio*, sive astri ingressus in umbram; *eclipsis medium*, & *emersio*, sive astri ab umbra egressus. In eclipsi solis, conus umbrosus lunæ L T H indefinite ultra solem productus videtur; sol vero a puncto N observatus in conum umbrosum R T V ingredi videtur in R, ut deinde exeat in V.

II. Ad eclipsis magnitudinem definiendam diameter astri in media eclipsi per umbræ centrum transiens in partes duodecim, quæ *digiti* nuncupantur, divisa supponitur. Tum ex diametri hujus partibus umbræ immersis, eclipsis esse, aut futura dicitur digitorum, puta, 4, 6, 9, 11, &c.

1251. NOTA II. *Eclipsis solis* universales non sunt, neque eadem hora ubicumque observantur incipiunt. Exempli causa (*Fig.* 19):

I. Eclipsis solis R L T H V, quam centralem, & totalem supponemus, incipiet in C, hinc in N, tum in D transibit, ibique desinet; at in C desinet, si ulterius in N, aut D incipiet.

II. Eclipsis hæc universæ telluri conspicua non erit, sed exiguæ tantum terrestri zonæ, in quam lunæ umbra cadet. Regiones ultra, aut citra hanc zonam, quam lunæ umbra verrit, libere solem videbunt, nec eclipsim conspicient.

1252. NOTA III. Contra vero *eclipses lunæ* sunt universales, eodem instante incipiunt, & desinunt omnibus regionibus, in quibus lunæ discus, nisi obscuraretur, conspicuus esset, (*Fig.* 20).

I. Hoc sensu universales sunt, quod æque, & eodem modo ubique videntur, ubi lunæ discus, nisi obscuraretur, conspicuus esset. Exempli causa, eclipsis initium in M, medium in L, finis in N æque videntur a punctis A, D, B, ceterisque telluris superficiei lunæ adversæ. Est ergo eclipsis hæc communis iis omnibus, qui hanc terrestris superficiei partem incolunt.

II. Eodem momento omnibus populis illas videntibus incipiunt, & desinunt; quo scilicet instante incipit immersio M, & quo expletur emersio N: his enim instantibus planeta conum umbrosum A V B ingreditur, & ab illo egreditur.

Hac temporis identitate in initio, medio, & fine eclipsis terrestres longitudines definiuntur; innotescit scilicet quot gradibus, minutis, & secundis locus loco magis orientalis sit. Exempli causa, sit A D B æquator, aut circulus illi parallelus. Immersio eodem instante incipit locis *d*, & D. Instans hoc sit loco D hora noctis duodecima, loco *d* undecima: Horum locorum magis orientalis est, ut patet, locus D; eorum vero differentia longitudinis est arcus, quem sol in diurna revolutione una hora percurrit, nempe graduum 15. Ergo loca D, *d* longitudine differunt gradibus 15: ergo arcus terrestris *d* D similis arcui a sole una hora percurso est graduum 15.

1253. NOTA IV. Si orbita lunæ non jam gradibus ferme quinque eclipticæ inclinata esset, sed illi congrueret, in quavis synodica lunæ revolutione (1246) haberetur eclipsis solis in conjunctione, & eclipsis lunæ in oppositione (1234). Verum quum duo tantum hujus orbitæ semper puncta sint, quæ in eclipticæ plano sint, & puncta hæc, seu orbitæ lunaris nodi sæpius conjunctionibus, & oppositionibus maxime distent; jam sæpius luna in conjunctionibus, & oppositionibus modo uno, modo pluribus gradibus ab eclipticæ plano distans nullam eclipsim facere, nullam subire debet. Generatim (*Fig.* 19, 20):

I. *Eclipsis solis* semper habetur quoties latitudo lunæ in conjunctione minor est apparente solis semidiametro, & simul apparente lunæ semidiametro. Quum vero harum semidiametrorum summa sit ad summum minutorum 33, vel

34,

34, & saltem 30, aut 31 (1224); nulla habebitur eclipsis solis, quum luna in conjunctione latitudinem habebit majorem minutis 34. Semper habebitur eclipsis solis quum luna in conjunctione latitudinem habebit minorem minutis 30; hæc vero eclipsis eo major erit, quo lunæ latitudo tunc minor erit.

II. *Eclipsis lunæ* semper habetur, quoties ejus in oppositione latitudo minor est apparente lunæ semidiametro, & simul apparente terrestris umbræ semidiametro sumpta ubi luna conum umbrosum traiicit.

1254. NOTA V. Ex dictis apparet qua ratione solis, & lunæ eclipses tum præteritæ, tum futuræ in infinitum supputari possint. Ad hoc satis est lunæ revolutionem periodicam circa tellurem, & zodiacum, motum periodicum, & retrogradum nodorum lunæ in ecliptica, & periodicum solis, aut telluris motum circa eclipticam simul comparare.

Quum luna, & unus ex ejus nodis e tellure visus concurrunt in ecliptica cum sole, habebitur eclipsis solis. Quum luna, & unus ex ejus nodis e terra visus sunt in puncto e diametro opposito loco solis, habebitur eclipsis lunæ. Nodorum lunæ positionem respectu solis, & lunæ determinando, inveniemus omnes tum præteritas, tum futuras positiones, in quibus haberi debet solis, aut lunæ eclipsis.

Quum hæc supputatio maxime laboriosa sit, illius principia hic indicasse satis erit. Qui huic operam navare velit Cassini, aut Lalandii opera consulat: in iis certissimas, & accuratissimas methodos eclipsium definiendarum inveniet.

ARTICULUS TERTIUS.

THEORIA LEGUM KEPLERI.

1255. OBSERVATIO I. Ante Keplerum peculiares tantum planetarum revolutiones observabantur; neque motus hi a communi lege pendere, & sibi invicem lucem afferre putabantur. Vir iste summus quum planetas eo lentius circa solem converti videret, quo remotiores essent, quumque certo cognovisset, veram planetæ, puta Martis, velocitatem ab aphelio ad perihelium augeri, a perihelio ad aphelium successive minui; suspicari ausus est, planetarum motum in diversis orbitæ punctis *aliquam rationem* dicere ad tempus revolutionis, & ad distantiam a sole. Duplicem hanc ergo rationem investigavit, & post innumeras falsas hypotheses veram detexit, magnum nempe naturæ arcanum, seu *leges duas generales*, quibus planetæ omnes circa sui motus centrum periodice convertuntur.

Leges hæ duæ, quibus magni inventoris nomen dedit posteritas, astronomicis observationibus confirmatæ, principiis physicis innixæ, rigidam demonstrationem, & supputationem admittentes universæ astronomiæ basis sunt, & fundamentum. Priusquam exponantur, ut facilius intelligi possint nonnulla sunt præmittenda.

1256. OBSERVATIO II. Observatione constat, planetam quemvis, puta Martem, dum circa sui motus centrum convertitur eo re ipsa celerius ferri, quo centro huic propior est, eo lentius, quo ab hoc centro remotior est. Exempli causa (*fig.* 23).

Pla-

Planeta T circa sui motus centrum S revolutus minima velocitate pergit in T; velocitas vero perpetuo successive augetur a T in A, in B, in C, in D, in E, ubi maxima est. Deinde ab E successive eadem proportione decrescit per F, G, H, I, T, ubi velocitatis imminutio cessat, ut iterum augeatur.

I. Quum planeta quivis in diversis orbitæ suæ punctis semper sit in extremitate radii alicujus, a quo *ferri* videtur, & cujus altera extremitas est ad centrum motus; radii hi S T, S A, S B, S C, S D, S E, S F, S G, S H, S I, *radii vectores* nuncupantur.

II. Quum planeta ab orbitæ puncto T ad aliud transiens A, semper a radio vehi videatur; si radius hic sui vestigia relinquere supponatur ubicumque transit, efficiet triangulum mixtilineum T S A T. Spatium duobus radiis, & orbitæ arcu intercepto inclusum dicitur *area trianguli*. Spatia T S A T, D S E D sunt triangulorum areæ.

1257. OBSERVATIO II. Patet, planetam quemvis T circa motus centrum S curvam in se redeuntem describere nequire sine duabus viribus, altera T M in directione tangentis, altera T N in directione radii. Si planeta in T vim T M dumtaxat haberet, pergeret in infinitum directione T M, nec ad A, aut B declinaret. Si vim tantum T N haberet, tantum ad motus centrum S tenderet, nec ad A, aut B declinaret. Duabus viribus conspirantibus T M, T N planeta quovis instante, & in quovis orbitæ puncto diagonalem T A describit exigui parallelogrammi, cujus latera sunt in directione, & ratione duarum illarum virium; ut alibi explicavimus (362).

I. Vis T M, qua planeta in quovis suæ curvæ puncto T abire nititur per tangentem, dicitur *vis projectilis*.

II. Vis T N, qua in quovis suæ curvæ pun-

cto T ad sui motus centrum S tendit, dicitur *vis centralis*, *seu centripeta*.

III. Vis, qua planeta in quovis orbitæ puncto T a sui motus centro recedere nititur, dicitur *vis centrifuga*. Quid differant vis projectilis, & centrifuga mox apparebit.

1258. ASSERTIO I. *Vis centrifuga etsi a projectili orta, non eadem tamen est* (*Fig.* 24).

EXPLICATIO. Sit AB vis projectilis planetæ A die uno, seu spatium, quod per curvæ tangentem uno die percurreret, nisi a vi centrali distraheretur. Motu projectili AB planeta uno die pergeret ab A in B, & a centro C recederet quantitate DB: hæc DB exprimit vim centrifugam ortam a vi projectili AB, at ista minorem, quæ tota in mobili A a suo centro C removendo non insumitur.

I. Mobile circa centrum sui motus circulum describens, ubique a centro æque distat; ergo in mobili circulum describente vires centrifuga, & centripeta semper æquales sunt; si enim alterutra prævaleret, mobile aut ad centrum accederet, aut ab illo recederet.

Mobile A a vi projectili AB impulsum nequit pergere in D semper ad æqualem a centro motus C distantiam, nisi in quovis curvæ puncto sit vis centripeta AX ipsi centrifugæ DB prorsus æqualis. Quantum vis DB illud a centro removere nititur, tantum vis æqualis, & opposita AX illud ad centrum trahit: & æqualis a centro distantia perseverat.

II. Mobile ellipsim Am, vel An circa sui motus centrum describens successive ad hoc centrum accedit, & ab eo recedit: ergo *in mobili ellipsim describente vis centrifuga vi centripeta modo major est, modo minor*.

Quum mobile pergit ab A in n, a motus centro recedit quantitate Dn: ergo vis centrifuga centripetæ prævalet quantitate Dn. Mobile ab A in m pergens ad centrum motus accedit quan-

quantitate *Dm*: prævalet ergo vis centripeta centrifugæ quantitate *Dm*.

III. Alibi ostendemus, vires has duas variabiles variis proportionibus crescere, & decrescere: *vim centripetam* semper esse in ratione duplicata inversa distantiarum (1273); *vim centrifugam* semper esse in ratione triplicata inversa distantiarum (1298). Exempli gratia,

Si mobilis in A *vis centripeta* compararetur ejusdem mobilis centripetæ in M; vis in A est ut quadratum distantiæ *m*C; & in *m* ut quadratum distantiæ A C. Ejusdem mobilis vis centrifuga in A est ad eandem in *m*, ut cubus distantiæ, seu radii vectoris *m*C, ad cubum radii vectoris AC. In circulo, in quo distantiæ, seu radii vectores A C, D C semper sunt æquales; vires centrifuga, & centripeta semel æquales semper sunt æquales.

1259. ASSERTIO II. *Planeta A viribus actus projectili A B, & centrali A X, sive circulum, sive ellipsim describat, semper est in plano directionis ambarum virium, & per centrum motus transeunte* (*Fig.* 24).

EXPLICATIO. Vires hæ planetam vehentes nullum habent impulsum, quo extra planum suarum directionum distrahantur. Ergo planeta ab illis actus, quarum altera in vim centrifugam ex parte mutatur, nihil habet, quo extra hoc planum exeat: in hoc ergo persistet.

I. Si planeta A solus in natura existeret, ejus curva e sole visa ad eadem cæli puncta M N O P perpetuo referretur; & semper in plano esset per solis centrum C, & per puncta F A B *n* D *m* transeunte.

II. At si idem planeta ab aliis planetis, aut cometis modo ad austrum modo ad beream trahatur; a primævo suo plano exire poterit, & ab illo modo magis, modo minus distare. Hinc curva orietur variabilis, & irregularis.

III. At quum mutua planetarum attractio at-

tractioni solis comparata minima sit (1445); quivis planeta, & cometa ad sensum in primaevo plano persistet, nec nisi minimum quid, & insensile inde recedet; quare plana haec ad sensum immobilia, & semper eodem modo ad eclipticam inclinata sunt (1180).

Lex prima.

1260. *Areae triangulorum, quas radii planetae vectores describunt in periodica circa centrum motus revolutione, sunt temporibus, quibus percurruntur, proportionales.* (*Fig.23*)

EXPLICATIO. Legis sensus est, planeta etsi inaequali velocitate in sua orbita moveatur, & arcus, quos suo centro percurrit, modo majores, modo minores sint; tamen areas a suis radiis vectoribus descriptas semper esse ut tempora, quibus percurruntur: aequales temporibus aequalibus, duplas duplis, quadruplas quadruplis, &c. Exempli gratia.

Referat curva TCEGT orbitam, quam Jupiter annis duodecim circa solem describit: area TSAT anno primo descripta areae ASBA anno sequenti descriptae aequalis erit: area BSDCB duobus annis descripta singularum praecedentium dupla erit; area DSED anno uno descripta praecedentis erit dimidia. Quod hic de areis anno uno descriptis dicimus, de percursis mense uno, die, hora, minuto, secundo dicere possumus: semper areae sunt temporibus proportionales. Quare noto tempore revolutionis periodicae planetae, & area dato tempore percursa, tota orbitae area nota fit.

Ex hac lege triangula duo mixtilinea TAS, ASB, quae aequalibus temporibus percursa supponemus, superficie erunt aequalia: arcus tamen TA minor est arcu AB; velocitas enim planetae minor est in TA, quam in AB. Ut ergo areae triangulorum sint aequales, debet unum

tan-

tantundem arcus amplitudine augeri, quantum ex imminutis lateribus decrescit; & planeta eo magis ad centrum suum accedat oportet, quo majorem velocitatem acquirit, & majorem arcum eodem tempore percurrit.

Lex hæc prima Kepleri experientia confirmata astronomis omnibus fatentibus non in planetis primariis modo, & in cometis circa solem revolutis, sed etiam in secundariis circa primarios, ut in luna circa tellurem, accurate servatur.

Lex hæc inconcussum totius Neutonianæ de attractione theoriæ fundamentum est. Summus hic geometra postquam observationibus demonstravit, corporum gravitatem semper esse in duplicata ratione inversa distantiarum, demonstrationum sublimium geometricarum serie ostendit, legem hanc stare non posse, nisi *vis centralis* planetæ, aut cometæ cujusque alternatim augeretur, aut minueretur in duplicata ratione inversa distantiarum; & nisi ejus *vis centrifuga* alternatim augeretur, aut minueretur in triplicata inversa ratione distantiarum, seu radiorum vectorum. Quæ quum ita sint, Neutoni theoria geometrica de motu planetarum est tantum corollarium legis, quæ experientia, & observatione innotuerat: hæc vero lex experientia, & astronomicis observationibus manifesta est tantum corollarium theoriæ motus, quem in planetis observamus. Sibi sane plausisset Keplerus, si observationes suas a geometricis, & physicis principiis fluere prævidisset.

Lex altera.

1261. *Planetæ primarii ita circa solem periodice convertuntur, ut quadrata temporum periodicorum sint ut cubi distantiarum*; quæ exprimentur horum cuborum radicibus. $t^2 : T^2 :: d^3 : D^3$

EXPLICATIO. Keplerus definito tempore re-

volutionis cujusque planetæ primarii, & investigata ope parallaxeos distantia media planetarum a sole, constantem rationem detexit inter tempora periodica, & distantiam mediam planetarum. Porro hanc rationem enunciat allata lex, alterum astronomiæ fundamentum, astronomicis observationibus confirmata, geometrice demonstrata, qua planetarum, & cometarum motus, quorum tempora periodica nota sint, accurate supputantur.

Sive tempora periodica distantiis mediis, quarum una ignota sit, sive hæ illis, quorum unum sit ignotum, comparentur; semper quantitas ignota innotescit simplici analogia, sumpta pro uno proportionis termino distantia media telluris, quæ omnium maxime nota est (1221) hoc pacto: quadratum temporis periodici telluris est ad quadratum temporis periodici, puta, Saturni, ut cubus distantiæ mediæ telluris ad *x*, cubum distantiæ mediæ Saturni. Ex tribus primis terminis notis tertius facile innotescit, cujus radix cubica educetur: hæc erit distantia media quæsita. In nostris elementis mathematicis facilem radicis cubicæ, & quadratæ extrahendæ methodum invenies. (*Math.* 124, 145)

Lex hæc Kepleriana in omnibus planetis primariis dum circa solem aguntur servatur; ut facile constabit eam planetis adhibendo, quorum ante hanc legem tempora periodica, & distantiæ mediæ innotuerant. Postquam innotuit, legem hanc generatim servari in corporibus omnibus per curvam in se redeuntem revolutis; cometis etiam adhiberi cœpit, qui ellipses maxime excentricas circa solem describunt, tum & planetis secundariis, qui circa primarios in ellipsibus convertuntur. Porro observationes ostenderunt accuratam theoriæ veritatem non in planetis primariis tantum, sed in secundariis pariter, & in cometis.

1262 COROLLARIUM. *Planetarum, & come-*

metarum revolutionibus circa solem tempora periodica sunt in subduplicata ratione cuborum distantiarum mediarum ; & distantiæ mediæ sunt in subtriplicata ratione quadratorum temporum periodicorum.

DEMONSTRATIO. Quævis magnitudo mathematica considerari potest aut tamquam radix a nullo producta, aut tamquam quadratum a sua radice productum, aut tamquam cubus a sua cubica radice productus ; ita t^2 considerari potest aut ut radix, aut ut quadratum, cujus radix est t, aut tamquam cubus, cujus radix x in se, & in suum productum ducta quantitatem daret ipsi t^2 æqualem.

Scimus quoque in quavis analogia certam rationem dari inter radices $a:b::c:d$; inter quadrata $a^2:b^2::c^2:d^2$; & inter cubos $a^3:b^3::c^3:d^3$ & reciproce (*Math.* 225, 228). Quare

I. Quum ex lege præcedente $t^2 = d^3$ (*), si æquales hæ duæ quantitates per propriam radicem dividantur, habebimus $\sqrt{t^2}$, sive $t = \sqrt{d^3}$. Quum ergo $t^2:T^2::d^3:D^3$, habebimus $t:T::\sqrt{d^3}:\sqrt{D^3}$. Ergo tempora periodica sunt ut radices quadratæ cuborum distantiarum.

Hinc aliquando in errorem inducuntur tirones, qui putant, radices quadratas cuborum distantiarum esse distantias ipsas. Errant; siquidem radices hæ sunt quantitates proportionales, quas ad quadratum elevare oportet, ut inde radices cubicæ extrahantur, quæ respectivas distantias expriment. Exempli causa in hac analogia ; tempus

(*) *Ex lege præcedente* t^2 *non est ipsi* d^3 *æquale, sed proportionale. Est hic manifestus auctoris error, qui tamen non officit, quominus ex analogia* $t^2:T^2::d^3:D^3$ *recte inferatur* $t:T::\sqrt{d^3}:\sqrt{D^3}$; *quod ad intentum satis est.* Interpres.

pus periodicum telluris 1 est ad tempus periodicum Martis 2; ut 1000000 radix quadrata cubi numeri 10000 distantiæ mediæ telluris est ad x, sive ad 2000000, qui numerus erit radix quadrata cubi distantiæ mediæ Martis. Eleva radices has 1000000, & 2000000 ad quadratum; habebis cubos distantiarum mediarum. Extrahe radices cubicas ex cubis 1000000000000, & 4000000000000: radices cubicæ 10000, & 15874 ferme, exprimeut in mediis telluris diametris distantias medias telluris, & Martis a sole.

At media Martis distantia 15874 aliquanto major vera est; supposuimus enim periodicum Martis tempus annorum duorum, quum neque sit mensium 23: numerus 2 justo major & radicem quadratam, & cubum justo majorem protulit. Sumpto in horis tempore periodico telluris, & Martis, eadem methodo media Martis distantia accurate invenietur. (1186)

II. Quoniam ex lege præcedente $t^2 : T^2 :: d^3 : D^3$ erit etiam analogice $d : D :: \sqrt[3]{t^2} : \sqrt[3]{T^2}$. Ergo distantiæ mediæ sunt ut radices cubicæ quadratorum temporum periodicorum.

Ergo, exempli gratia, distantia media telluris 10000 est ad distantiam mediam Saturni x; ut radix cubica quadrati temporis periodici telluris ad radicem cubicam quadrati temporis periodici Saturni.

1263. PROBLEMA. *Dato tempore periodico telluris, tum ejus distantia media a sole, ac tempore periodico planetæ, aut cometæ, hujus distantiam mediam invenire.*

SOLUTIO. Problema neque *ex ratione quadratorum temporum ad cubos distantiarum*, ac *ex ratione temporum ad radices quadratas cuborum distantiarum*, vel *ex ratione distantiarum ad radices cubicas quadratorum temporum* solvi potest. Omnium exempla proferemus: extrema medio simpliciora, & faciliora nobis videntur.

I. RA-

I. RATIO PRIMA. Datis temporibus periodicis sive in annis, sive in diebus, aut horis, aut minutis pro præcisione, quæ requiratur, singula tempora ad quadratum attollentur. Sumetur deinde distantia media telluris sive in partibus proportionalibus 10000, quæ singulæ mediam ferme telluris diametrum exprimunt (1187), sive in partibus absolutis, quæ singulæ leucam fere exprimunt (1221). Tandem ex secunda lege Kepleri fiat analogia: quadratum temporis periodici telluris est ad quadratum temporis periodici planetæ, aut cometæ, ut cubus distantiæ mediæ telluris est ad x, quartum terminum, cujus radix cubica distantiam quæsitam exprimet.

Exemplum. Sit tempus periodicum telluris in horis 8766, cujus quadratum est 76842756; tempus periodicum Mercurii in horis 2111, cujus quadratum est 4456321; distantia media telluris partium seu mediarum diametrorum terrestrium 10000, cujus cubus est 1000000000000; habebitur analogia 76842756 : 4456321 :: 1000000000000 : x. Divisis mediis terminis invicem ductis per primum, exurget quotiens 57992698534, quartus terminus, seu cubus distantiæ mediæ Mercurii: ab hoc extracta radix cubica 3872 erit distantia media Mercurii a sole in mediis telluris diametris. (1186)

Item. Sit tempus periodicum telluris = 1 anno; tempus periodicum cometæ anni 1759 = annis 76, cujus quadratum 5776: habebis analogiam: 1 : 5776 :: 1000000000000 : x. Quartus terminus 5776000000000000 est cubus distantiæ mediæ cometæ, cujus radix cubica 179420 exprimet distantiam mediam cometæ in mediis telluris diametris.

II. RATIO ALTERA. Sumpta ratione temporum periodicorum ad radicem quadratam cuborum distantiarum, erit analogia: tempus periodicum telluris ad tempus periodicum planetæ, aut cometæ; ut radix quadrata cubi distan-

tiæ

tiæ mediæ telluris ad quartum terminum, qui ad quadratum efferendus erit, ut inde radix cubica extrahatur, quæ erit distantia quæsita. Exemplum: sit telluris tempus periodicum annus unus; Saturni anni 30; radix quadrata cubi distantiæ mediæ telluris 1000000: erit analogia: $1:30::1000000:x$. Quartum terminum ad quadratum effert, a quo radicem cubicam extrahe: erit hæc media Saturni distantia in mediis telluris diametris. Ut accuratius tamen distantia hæc habeatur tempora periodica diebus, & horis exprimenda sunt: neque enim Saturni tempus telluris tempore prorsus tricies majus est.

III. RATIO TERTIA. Sumpta ratione distantiarum mediarum ad radices cubicas quadratorum temporum periodicorum, habetur analogia: distantia media telluris ad distantiam mediam planetæ, aut cometæ; ut radix cubica quadrati temporis periodici telluris, ad radicem cubicam quadrati temporis periodici planetæ, aut cometæ. Exemplum. Datis quadratis temporum periodicorum telluris & Mercurii in horis, ut supra, erit: $10000:x::\sqrt[3]{76842756}:\sqrt[3]{4456321}$. Extractas radices cubicas 425, 164 quadratorum temporum periodicorum substitue eorum cubis in analogia: erit hæc: $10000:x::425:164$. Divide extremorum productum per medium notum, habebis quartum terminum exprimentem mediam Mercurii distantiam.

Quum extractis radicibus cubicis residua remanent nimis inæqualia, singulis quadratis addenda sunt tria, aut sex, aut novem zero, & ab his numeris ita auctis radix cubica extrahenda est (*Math.* 135) Exempli causa, in præsenti casu, in quo radix cubica 164 residuum habet grande nimis, additis tribus zero quadratis temporum telluris, & Mercurii, erunt respective radices cubicæ 4251, 1646; & proportio $10000:x::4251:1646$ satis accurate veram Mercurii distantiam dabit 3872.

1264.

1274. NOTA. Quum haec altera Kepleri lex servetur in omnibus corporibus curvam in se redeuntem describentibus circa idem motus centrum; datis distantia media satellitis a suo planeta, tempore periodico satellitis hujus A, tempore periodico alterius satellitis B, invenietur quoque distantia media satellitis B, quae ignota supponitur, instituta aliqua ex tribus praecedentibus analogiis: exempli causa, quadratum temporis periodici satellitis A est ad quadratum temporis periodici satellitis B; ut cubus distantiae primi ad cubum distantiae secundi. Qua ratione satellitis a suo planeta distantia inveniri possit alibi ostendimus.

Kepleri gloriae tantum defuit ostendere, celebres has naturae leges a motus, & gravitatis theoria fluere, Quod ipse non praestitit, plaerique geometrae magno Neutono duce praestiterunt. Hujus theoriae illustriora principia tantum exponemus.

PARAGRAPHUS PRIMUS.

THEORIA PRIMAE LEGIS.

1265. THEOREMA I. *Corpus in curva motum perpetuo a duabus viribus agitur, altera projectili secundum tangentem, centrali altera secundum radium.* (Fig 23)

DEMONSTRATIO. I. Quum corpora ad motum, & ad quietem natura indifferentia sint; jam si corpus T fertur a T in A, vis habeatur oportet illud removens a puncto T, in quo per se aeternum maneret.

II. Quum corpus per curvam ferri nequeat, quin a curvae puncto D ad sequens, & contiguum transeat; quumque puncta duo curvae contigua necessario rectam lineam efficiant; jam corpus

pus quodvis per curvam incedens motum habet quovis instante per rectam incipientem directione A M.

III. Quum motus natura sua primam directionem recta sequatur; jam motus per curvam vim constantem postulat, qua quovis instante mobile ab ea recta removeatur, quam duo puncta contigua efficiunt, ut ad tertium punctum transeat, quod non amplius erit in directione præcedentium. (308)

IV. Debet ergo mobile T a T in A transiens agi a vi projectili T M per tangentem, & a vi centrali T N per radium; vires hæ perseverent oportet, & æquilibrentur in centro mobilis per quodvis punctum curvæ T C E G T, & in tota revolutione, sive vires hæ constantes sint, sive intensitate, & absoluta magnitudine variæ fiant. Q. E. D.

1266. THEOREMA II. *Corpus a duabus viribus actum, projectili una, centrali altera, curvam concavam describet, cujus planum per centrum motus transibit*. (*Fig.* 23)

DEMONSTRATIO. I. Ex theoria motus compositi (345) mobile a duabus viribus conspirantibus actum describet diagonalem parallelogrammi, cujus duo latera directionem, & virium proportionem exprimunt. Ergo mobile T per tangentem T M nitens, & a vi centrali T N ad S attractum, minimo tempore diagonalem T A parallelogrammi T N A M describet. Ergo idem mobile in quovis curvæ suæ puncto iisdem viribus actum similis parallelogrammi diagonalem describet; ut alibi ostendimus (361, 362). Atqui patet, omnium harum diagonalium summam infinite parvarum curvam efficere, cujus cavitas motus centrum S respicit.

II. Curvæ hujus planum per motus centrum S transibit. Quæcumque enim sit directio projectilis T M, & ad quodvis punctum tendat, jam a motus centro S duci potest planum per T M; vis vero mobilis centripeta D N semper erit

erit in hoc plano. Ergo mobile T semper erit in hoc plano; nulla enim vi mobile extra hoc planum distrahitur; ergo curva quævis a mobilis centro descripta semper erit in plano per centrum motus, ad quod tendit, vis centralis, transeunte. Q. E. D.

1267. NOTA. Antequam virium harum effectus perpendamus, earum variationes in diversis mobilis positionibus, & a centro distantiis dignoscendæ sunt. Hæc a quovis geometriæ elementa callente intelligenda proponemus.

Variationes in vi centrali.

1268. OBSERVATIO. Semper innotuit corpora terrestria *gravia* esse, & gravitate ad terræ centrum tendere. At vix a sæculo innotuit, gravitatem hanc esse variabilem; & corpus minus sub æquatore gravitare, quam in Gallia, minus in Gallia, quam sub circulo polari. (251, 1417).

Hoc invento, quod anno 1672 contigit, mox innumeris concordibus observationibus, & experimentis confirmatum fuit, orbis miratus didicit, absolutam corporum gravitatem ab æquatore ad polos decrescere; non tamen adhuc in qua ratione decresceret innotescebat.

Quum adhuc ignoraretur tellus ne sphærica esset, an ad polos elongata, aut depressa, ostendit Neutonus, absolutam corporis gravitatem ad centrum terræ eo minorem esse, quo magis corpus a terræ centro distat; eo majorem, quo illi propinquius est; eamque sequi rationem duplicatam inversam distantiarum a terræ centro. Ab hac Neutoni theoria sequebatur, tellurem esse ad polos compressam, ubi corpora graviora sunt, ad æquatorem elevatam, ubi minus gravia sunt. Sæculi hujus observationes rei veritatem ostenderunt (1373), & theoriam, unde fluit, ipsam esse naturæ theoriam patefecerunt.

Neu-

Neutonus, ut definiret num gravitas ad diversas a tellure distantias varia esset, *lunam appendere* aggressus est, seu lunæ gravitatem in sua orbita cum gravitate, quam ipsa in telluris superficie obtineret, comparare. Invenit vero, lunam a terræ centro distantem 60 ferme terrestribus semidiametris ferme termillies sexcenties minus gravitare, quam in terræ superficie gravitaret, ubi a suæ gravitatis centro unica terrestri semidiametro distaret; seu lunæ gravitatem in 60 radiorum terrestrium distantia esse ad ejus gravitatem in unius radii distantia, ut quadratum $1 = 1$ ad quadratum $60 = 3600$.

Qua ratione legem hanc gravitatis, & attractionis fundamentum Neutonus detexerit, & demonstraverit exponemus; rem tamen abstrusa, & sublimi geometria exutam pertractabimus.

1269. LEMMA. *Sinus versus arcus infinite parvi æqualis est quadrato hujus arcus diviso per circuli diametrum*. (*Fig.* 27)

DEMONSTRATIO. Sit A C B angulus ad peripheriam a diametro, & chorda effectus, cujus mensura sit arcus infinite parvus A B. Erit B S sinus rectus, S A arcus hujus sinus versus (*Math.* 635). Ostendendum $SA = \frac{\overline{AB}^2}{AC}$.

I. Quum arcus A B sit infinite parvus, nihil, aut infinite parum a recta differt: potest ergo A B censeri recta, & triangulum A B C rectilineum circulo inscriptum. Hoc est rectangulum ad B; nam insistit diametro A C, & ejus mensura est dimidia peripheria. (*Math.* 368)

II. Quum triangulum A B C sit ad B rectangulum, linea seu sinus B S est perpendicularis ab angulo recto ad hypothenusam A C ducta. Duo ergo habemus triangula rectangula, A B C rectangulum ad B, & A B S rectangulum ad S. At (*Math.* 516) ex trianguli rectanguli proprietate præcipua habetur analogia: latus S A minoris trianguli ad ejus hypothenusam A B, ut

latus

latus A B majoris trianguli ad suam hypothenusam AC. Brevius. SA : AB :: AB : AC. Ergo $SA = \frac{\overline{AB}^2}{AC}$; Q. E. D.

1270. COROLLARIUM. *Idem sinus versus est eidem quadrato arcus diviso per radium AT proportionalis*; radius enim est dimidia diameter; & eadem quantitas $\overline{AB}^2$ divisa per totum, & per dimidium quotientia præbet proportionalia.

1271. NOTA. Non solo circulo proprietas hæc limitatur; cuivis curvæ æque convenit, per cujus puncta A, & B circulus ejusdem curvaturæ transire possit. Tunc enim arcus AB utriusque curvæ proprius erit, & idem perseverabit ipsius A B valor. At vero tunc A C erit circuli, non curvæ a mobili descriptæ diameter. Quo arcus AB orbitæ a mobili descriptæ magis curvatus erit, eo diameter A C circuli per eadem duo puncta transeuntis brevior erit; quo minus curvus erit arcus A B, eo longior erit diameter A C circuli per duo illa puncta transeuntis.

In duabus sequentibus propositionibus supponemus, arcum A B sumi in mediis mobilis distantiis; in ea scilicet curvæ ellipticæ parte, in qua curvæ radius circuli, de quo sermo, radio ferme æqualis est, ita ut promiscue pro divisore arcus A B ellipsi, & circulo communis diameter tum circuli, tum ellipseos a mobili descriptæ sumi possit.

PROPOSITIO I.

1272. *Gravitas lunæ in sua orbita a telluris centro radiis terrestribus 60 distantis est ad ejus gravitatem in telluris superficiem, ut quadratum postremæ distantiæ ad quadratum primæ, sive ut quadratum* $1=1$ *ad quadratum* $60=3600$.

DEMONSTRATIO. Omne corpus curvam describens per illius curvæ tangentem ferri nititur (1257): debet ergo corpus hoc trahi vi cen-

centrali, qua quovis instante a tangente retrahatur. Luna curvam circa tellurem describit; vis vero centralis, qua luna in curva hac detinetur est tantum ipsius lunæ gravitatio in terræ centrum; sicuti vis centralis quodvis projectum continenter retrahens a directione horizontali est tantum projecti gravitatio in terræ centrum. Ostendendum itaque dumtaxat, vim, qua motus projectilis lunæ in orbita inflectitur esse ter millies sexcenties minorem, quam esset ad terræ superficiem (*Fig.* 27).

I. *Vis centralis*, seu gravitas lunæ in sua orbita M A N exprimitur *sinu verso* arcus A B, quem dato tempore, puta minuto, describit; hic enim sinus versus S A exprimit qua quantitate luna a tangente A V recedat quo tempore percurrit arcum A B, seu qua quantitate luna ad terræ centrum T eodem tempore accederet, si per radium vectorem T A libere descenderet. Experientia enim omnibus nota constat, quantitatem descensus eandem esse sive corpus perpendiculariter per radium, sive per lineam circularem, ellipticam, aut parabolicam descendat. Exempli causa: globus bellicus, qui sua gravitate verticaliter descendens pedes quindecim uno secundo percurrit, eosdem pedes eodem tempore ex gravitate percurrit si directione horizonti parallela, aut obliqua projiciatur. Quare noto sinu verso arcus, quem dato tempore luna percurrit, innotescet lunæ gravitas in sua orbita; & sinum versum comparando spatio, quem corpora libere cadentia in superficie terræ percurrunt, innotescet num gravitas variabilis sit, & in qua ratione variabilis sit.

II. Facile invenietur *valor sinus versi* S A arcus A B a luna dato tempore, puta uno minuto, percursi. Posita enim lunæ orbita æquali circulo, cujus radius sit semidiametrorum terrestrium 60, peripheria hæc æquatoris periphe-

pheriæ comparari potest: erunt hæ peripheriæ ut earum diametri (*Math.* 475). Jam vero juxta novissimas, & accuratissimas mensuras, æquatoris terrestris peripheria (meridiani peripheria maior) est ferme pedum Parisiensium 123249600 (1377): quum ergo luna in sua distantia media a nobis distet semidiametris terrestribus ferme 60 (1220); lunæ orbita est pedum 123249600×60=7394976000. Si Archimedea ratione quæratur diameter peripheriæ pedum 7394976000, prodibunt pedes 2352946909 pro lunaris orbitæ diametro (*Math.* 480).

Noto jam valore totius orbitæ lunaris A N C M A, & tempora revolutionis per hanc orbitam, quod est minutorum 39343; divisa lunæ orbita 7394976000 pedum per 39343, quotiens etit arcus A B pedum ferme 187964 a luna uno minuto percursus. Hic arcus vero infinite parvus, seu insensilis censeri potest, quum sit tantum totius orbitæ pars ferme quadragesima millesima.

Si ergo numeri 187964 quadratum 35330465295 dividatur per lunaris orbitæ diametrum pedum 2352946909, quotiens 15 exprimet *sinum versum* S A arcus A B unius minuti, seu spatium, per quod gravitas lunam a tangente A V retrahit uno minuto. Gravitas, seu gravitatio, aut attractio lunæ (hæc enim omnia sunt synonima) efficit ergo, ut luna uno minuto percurrat pedes ferme 15 directione radii infra tangentem A V terræ centrum versus.

III. Observationibus constat, gravia omnia libere descendentia prope terræ superficiem pedes ferme 15 uno secundo percurtere, seu per pedes 15 ad terræ centrum accedere (248): ergo gravitas ad lunæ distantiam multo minor est, quam ad terræ superficiem. Ostendendum modo, gravitatem ad terræ superficiem esse ad gravitatem ad lunæ distantiam; ut quadratum distantiæ lunæ a centro terræ est ad quadratum di-

distantiæ corporum prope terræ superficiem ab eodem centro.

Quum corpora ad terræ superficiem pedes 15 uno secundo percurrant, & spatia percursa, ex Galilæi theoria, sint ut quadrata temporum (375); corpus quodvis ad terræ superficiem integro minuto libere descendens percurret pedes 15X3600. Quare spatium a luna ex gravitate percursum est ad spatium a gravibus, adeoque & a luna, in superficie terræ percursum ut 15 ad 15X3600, sive ut 1 ad 3600, quæ est ipsa ratio duplicata inversa distantiarum: 1 siquidem exprimit quadratum distantiæ superficiei telluris a centro, & 3600 quadratum distantiæ lunæ ab eodem centro. Ergo gravitas corporum ad idem telluris centrum gravitantium est in duplicata inversa ratione distantiarum ab hoc centro.

IV. Nihil solidi theoriæ huic obiici posse videtur. Satis nota est terrestris diameter (1377), ut inde terræ peripheria inferri possit: satis quoque nota est lunæ a tellure distantia (1220), ut inde lunaris orbitæ diameter, & peripheria deducatur. Ceterum si hæc lunæ a tellure distantia aliquanto major, aut minor sit, puta leucis 100, lunaris orbita major, aut minor erit leucis ferme 300: orbitæ hujus curvatura aliquanto major erit, aut minor; & *sinus versus*, de quo quæstio, pedibus 15 ipse quoque paulo major, aut minor erit, semperque lunæ gravitationem in tellurem exprimet, quæ ad sensum, & re ipsa semper erit in duplicata ratione inversa distantiarum, ut ostendimus. Hæc & pro sequenti propositione valebunt. Q. E. D.

PROPOSITIO II.

1273. *Gravitas corporum ad idem centrum tendentium, (puta ad solem) est in duplicata ratione inversa distantiarum ab hoc centro.*

DE-

DEMONSTRATIO. I. Quum gravitas sit proprietas corporibus omnibus terrestribus, & cælestibus communis, jam omnia amplectetur Neutoni theoria; & solido judicio analogico (*Math.* 135), inferri poterit, corpora omnia in suum centrum ea ratione gravitare, qua luna, & corpora terrestria in centrum terræ. Itaque ex hac lege gravitas semper erit massa divisa per quadratum distantiæ, seu $\frac{M}{D^2}$. Exempli causa (*Fig.* 27).

Sit sol T, tellus A: invenietur telluris in solem gravitas, quæ exprimetur per sinum versum SA. Terrestris enim orbitæ diameter ATC circa solem quum sit pedum ferme 900, 000, 000, 000 (1221, III.); tota orbita ANCMA erit pedum ferme 2, 828, 500,000,000; tempus vero, quo hæc orbita percurritur, minutorum ferme 525968 (1179). Pedes orbitæ terrestris 2, 828, 500, 000, 000 dividendo per minuta 525968, erit quotiens 5376750 pedum exprimens arcum AB uno minuto a tellure percursum. Deinde hujus arcus AB quadratum dividendo per diametrum ATC, sive 28909440562500 per 900000000000, erit quotiens pedum ferme 32, a quo exprimetur valor sinus versi SA, seu quantitas, qua terræ in solem T gravitas illam uno minuto a tangente AV retrahit.

II. Posito semper sole immobili in T, si eadem sinus versi theoria ceteris planetis circa hoc astrum revolutis adhibeatur; inveniemus, sinum versum SA arcus infinite parvi (puta unius secundi, aut minuti gradus) in orbita Veneris esse ad sinum versum similis arcus in orbita telluris; ut quadratum distantiæ telluris a sole ad quadratum distantiæ Veneris ab ipso sole (1186): deinde sinum versum SA arcus a Jove uno minuto, exempli gratia, descripti esse ad sinum

ve-

versum arcus eodem tempore a Saturno descripti; ut hujus distantiæ quadratum ad illius distantiæ quadratum. Atqui sinus hi versi exprimunt horum corporum gravitatem in solem, seu spatium, per quod gravitas illa dato tempore in solem trahit; ergo in omnibus his corporibus gravitas, seu nisus in commune motus centrum est in duplicata inversa ratione distantiarum a sole communi motus centro. Lex eadem valet in Jovis, & Saturni satellitibus respectu planetæ primarii, qui est illis commune motus centrum.

III. Quamprimum ostendemus, planetas in ellipsibus circa solem converti, ad quem alternis accedunt, & a quo recedunt; nec eos ita in ellipsibus moveri posse, nisi perpetuo a vi centrali, seu gravitate agantur, quæ in ea ratione crescat, in qua quadratum distantiæ minuitur; in ea ratione minuatur, in qua quadratum distantiæ augetur. Quare omnia conspirant ad præcipuam hanc gravitatis, seu attractionis legem in duplicata inversa distantiarum ratione generalem demonstrandam. Q. E. D.

1274. NOTA. In curva MABN a luna, seu alio planeta circa suum gravitatis centrum T descripta (*Fig.* 27), arcus AB mobilis velocitatem exprimit, seu spatium dato tempore percursum: sinus versus AS ejusdem mobilis eodem tempore vim centralem. Quum itaque $\frac{\overline{AB}^2}{\overline{AC}}$ exprimat vim centralem AS (1272), si dicatur V velocitas ipsi AB æqualis, & R diameter, aut radius circuli AC, habebitur alia formula vim centralem exprimens $\frac{V^2}{R}$, hoc est, quadratum velocitatis divisum per circuli diametrum, seu per radium illi proportionalem. Formulam hanc in sequentibus sæpius usurpabimus.

Quum

Quum in circulo vires centripeta A S, & centrifuga B V semper æquales sint, formula $\frac{V^2}{R}$ utramque exprimet.

Variationes vis projectilis.

1275. ASSERTIO. Velocitas corporis curvam ex viribus projectili, & centrali describentis est accelerata, quum radius vector angulum acutum efficit cum directione vis projectilis: retardata, quum hic angulus est obtusus: uniformis, quum rectus est (*Fig.* 29).

DEMONSTRATIO. Sit A H B M A curva descripta circa motus centrum S ex vi projectili in directione tangentis, & ex vi centrali in directione radii. Harum virium directiones magis, minusve oppositæ semper angulum efficiunt ad centrum mobilis hanc, aut aliam quamvis curvam describentis.

I. Quum angulus duarum virium directionibus effectus acutus est, vires hæ sese mutuo juvant; & communis earum effectus eo major est, quo angulus acutior (349): ergo mobile M actum a vi centrali M S, & a projectili M P velocitatem augere debet. Vis centralis M S expressa per M N in duas solvitur (346), alteram N *n*, vel *m* M tangenti curvæ perpendicularem, qua exprimitur verus nisus, quo vis centralis corpus in curva detinet, & centrum S versus urget; alteram *n* N, vel N *m*, tangenti parallelam, & vis projectilis directioni, qua exprimitur nisus ipsius vis centralis in directione vis projectilis M P: debet ergo nisus hic *n* M vis centralis velocitatem mobilis in M augere.

II. Quum angulus a directionibus virium conspirantium effectus est obtusus, vires invicem eliduntur aliquatenus; & eorum communis effectus eo magis minuitur, quo magis obtusus

est angulus (349): ergo mobile in H actum vi projectili HP, & centrali HS retardari debet. Vis centralis HS expressa per HR æque resolvitur in duas, quarum altera H*b*, aut R*r* mobile in orbita retinet, & ad centrum S urget: altera R*b*, vel *r*H agit in mobile directione directioni HP vis projectilis e diametro opposita: debet ergo nisus R*b* vis centralis mobilis velocitatem retardare.

III. Quum angulus a viribus conspirantibus effectus rectus est, vires sibi invicem nec nocent, nec favent: quælibet eum ipsum effectum edit, quem solitaria ederet (348). Vis centralis AS, vel BS quum sit tangenti, adeoque & vi projectili, seu directioni mobilis AP, & BP perpendicularis, non decomponitur, ut in præcedentibus: tota igitur agit in punctis A, & B ubi angulus rectus est, in mobili in sua curva retinendo, & ad centrum S urgendo; neque ullo pacto aut directione AP vis projectilis, aut opposita AV nititur.

Ergo mobile curvam describens viribus projectili, & centrali accelerari debet, quum angulus a radio vectore, & a vi projectili effectus acutus est, retardari, quum hic angulus est obtusus, motu uniformi procedere, quum rectus est. Q. E. D.

1276. COROLLARIUM. Hinc si planetæ moventur in circulo, semper *uniformi motu* procedent: si vero in *ellipsi*, *retardari* debent a perihelio A ad aphelium B; ab aphelio B ad perihelium A accelerari: *media velocitate* ferri ad æqualem a perihelio, & aphelio distantiam. (*Fig.* 29).

I. Observationibus astronomicis constat, planetas modo majori, modo minori vera velocitate ferri: nos vero quamprimum ostendemus, velocitatem hanc ejusdem planetæ semper esse in ratione inversa radiorum vectorum (1287): *Ergo planeta circa solem circulum*

sive

sive concentricum, sive excentricum non describunt.

II. Observationibus quoque constat, curvas a centro planetarum circa solem descriptas in se redire: ergo *orbita planetarum, quæ circulus non est, necessario est ellipsis* (*Math.* 769).

Actio conjuncta virium projectilis, & centralis.

1277. THEOREMA I. *Linea a mobili descripta ex viribus projectili, & centrali curvaturam habet, ceteris paribus, vi centripetæ proportionalem* (*Fig.* 24).

DEMONSTRATIO. Quo major erit vis projectilis, contripeta minor, minus mobile a directione projectilis distrahetur, minusque arcus ab illo descriptus a tangente differet. Contra quo major erit vis centripeta, projectilis minor, magis mobile in directione centripetæ inflectetur, magisque arcus ab illo descriptus a tangente recedet. Q. E. D.

1278. THEOREMA II. *Vires projectilis, & centralis variis modis conjuncta mobile ducere possunt per circulum, per ellipsim, aut per aliam quamvis curvam* (*Fig.* 30, 31).

DEMONSTRATIO. I. Mobile actum vi projectili A V, & centrali A S curvam describet; ejus enim motus projectilis singulis instantibus a linea recta vi centrali deflectetur. Si inflexio V B ubique æqualis est effectui vis centralis A S, curva a centro mobilis descripta erit circulus; si inflexio V B major sit, aut minor (*a*) effectu vis centralis A S, mobile aut ad

(a) *Nunquam inflexio effectu vis centralis major esse potest; ab hac enim dumtaxat inflexio habetur.* Interpres.

ad centrum S accedet, aut ab eo recedet; & curva descripta erit a circulo diversa.

II. Mobile viribus projectili, & centrali diverso modo compositis quamvis curvam describere poterit. Curvæ natura siquidem est quidam inflexionis gradus in dato puncto, & alius inflexionis gradus juxta quamdam legem in punctis sequentibus: atqui vis projectilis quovis modo, & juxta quamvis legem a vi centrali inflecti potest; ergo vis centralis, quæ modo cum projectili planetas, & cometas per ellipsim agit; sub aliis legibus, aliisque compositionibus per curvam quamlibet illos egisset. Q. E. D.

1279. THEOREMA III. *Quacumque curva sit a mobili ex vi projectili, & centrali descripta; ejus radius vector æquales areas æqualibus temporibus, adeoque his proportionales describet* (*Fig.* 25).

DEMONSTRATIO. Continet theorema primam Kepleri legem, adeoque præcipuam physicæ theoriam: hanc cuique in motus legibus, & in geometria aliquantum versato clare exponemus.

Sit mobile A, quod vi projectili A P, & centrali A *a* arcum A B percurrerit, & radio vectore trianguli A S B aream dato tempore descripserit. Dico, mobile his viribus æquali tempore descripturum aream trianguli B S C: tertio æquali tempore aream trianguli D S C; quarto aream D S E, vel D S F; atque ita porro: atque omnes has areas æquales esse.

Quum minimo tempore arcus A B, B C a centro mobilis descripti minimum differant a linea recta; duo triangula mixtilinea A S B, BSC rectilinea censeri possunt. Ostendam duo hæc triangula esse æqualia, quantumvis latus BC secundi majus sit latere AB primi: eadem demonstratio pro ceteris triangulis valebit.

I. Mobile A, cujus radius vector dato tempore, puta minuto, percurrit triangulum ASB, ad

ad finem hujus minuti est in B. Si mobile in B vi tantum projectili BR=AB ageretur, uno minuto pergeret ex B in R, & ejus radius vector aream trianguli BSR percurreret. Triangula ASB, BSR æqualia sunt, eandem enim basim habent AB=BR, & eandem altitudinem, quum sint inter parallelas AR, MN (*Math.* 494).

At mobile B non vi projectili BR tantum, sed & centrali B *b* agitur, qua in directione radii BS urgetur, & cujus effectus erit RC ipsi BS parallela. His viribus mobile percurrit diagonalem BC, & ejus radius vector percurrit aream trianguli BSC. Triangula BRS, BCS sunt æqualia, eandem quippe basim habent, & sunt inter easdem parallelas BS, RV. Linea vero RCV est ipsi BS parallela, quia mobile in B actum fuit a vi centrali B*b*, cujus actio effectum RC sortiri debet in directione B*b* eo minimo tempore, quo mobile ex B in C transit.

Jam vero, quoniam trangulum ABS ipsi BRS æquale est, & BCS ipsi BRS, etiam ARS ipsi BCS erit æquale. Ergo prima duo triangula a radio vectore duobus æqualibus temporibus descripta sunt æqualia.

I. Idem valet in sequentibus. Tertio æquali tempore mobile ex vi projectili CX=BC pergeret in X; ex vi centrali C*c* pergeret in C in directione radii vectoris: ex viribus conjunctis perget in D. Triangula BCS, CXS sunt æqualia; habent enim eandem basim BC=CX, & sunt inter parallelas BX, *n*M. Triangula quoque CXS, CDS æqualia sunt; habent enim eandem basim CS, & sunt inter parallelas CS, XD. Triangula ergo BCS, CDS æqualibus temporibus a radio vectore descripta quum tertio CXS æqualia sint, & inter se æqualia sunt.

III. Mobile in D ex vi projectili DZ=DC

pergeret in Z; ex vi centrali D*d* pergeret in *d* in directione radii vectoris, aut in quavis directione Z E impulsui D*d* parallela: ex viribus his conjunctis perget in E. Triangula C D S, D E S sunt æqualia, quum tertio D Z S æqualia sint.

Vis centralis aucta, aut imminuta triangulorum a radio vectore descriptorum æqualitatem non mutat. Exempli causa, vis centralis D*d* transferat uno minuto mobile in E; vis major eodem tempore illud transferet in F; adhuc major in G. Radius vector his tribus viribus in directione D S percurreret triangulum DES, vel D F S, vel D G S; atqui tria hæc triangula sunt æqualia, quum eandem habeant basim D S, & sint inter easdem parallelas D S, Z G. Quæcumque ergo sit vis centralis, mobile æqualibus temporibus æquales areas describet.

IV. Frustra mobilis progressum quo tempore magis ad centrum S accedit ulterius persequeremur; at non frustra ejus motum considerabimus quo tempore a centro S recedit. In primo casu: velocitas mobilis acceleratur; angulus enim a viribus conspirantibus effectus est acutus; in altero retardatur; hic enim angulus tunc est obtusus (1275).

Pergat mobile non directione ABCDE, sed EDCBA semper a vi projectili, & centrali ductum. Primo dato tempore radius vector percurret arcum E D, & aream trianguli E S D. Secundo æquali tempore ejus vis projectilis D H = E D illud ferret in H; & vis centralis ejus directionem inflectet, & velocitatem retardabit, & perget illud in C. Tertio æquali tempore vis projectilis C K = C D illud ageret in K; at vis centralis ejus directionem inflectens, & adhuc velocitatem retardans illud transferet in B; atque ita porro. Triangula hæc omnia E S D, D S C, C S B, B S A rationibus supra allatis erunt æqualia.

Quo-

Quoniam æqualibus temporibus radius vector ex viribus projectili, & centrali areas æquales describit, jam tempore duplo, triplo, quadruplo areas duplas, triplas, quadruplas describet; ergo temporibus proportionales. Q. E. D.

1280. COROLLARIUM. *Quum mobile areas æquales æqualibus temporibus percurrat; ejus tempus periodicum erit in ratione directa areæ totius orbitæ, & in inversa areæ dato tempore descriptæ.*

Hoc est: mobile totidem tempora æqualia insumet in tota orbita percurrenda, quot in illa continentur triangula illi æqualia, quod dato tempore describit; & eo longiori tempore revolutionem explebit, quo sector dato tempore descriptus minor erit.

1281. THEOREMA IV. *Velocitates mobilis ellipsim circa motus centrum describentis ex vi projectili, & centrali sunt in ratione inversa radiorum vectorum (Fig. 25).*

DEMONSTRATIO. Velocitates planetæ in diversis orbitæ suæ punctis temporibus æqualibus sunt ut rectæ AB, BC, CD, DE triangulorum æqualium ASB, BSC, CSD, DSE; sunt enim spatia temporibus æqualibus a planeta percursa. Lineæ hæ, quæ velocitates exprimunt, & quæ eo magis crescunt, quo magis mobile ad suum centrum S accedit, in tota elliptica revolutione crescunt, & decrescunt in ratione inversa radiorum vectorum. Exempli causa: Si planetæ velocitas in B ejus velocitati in C comparetur, erit velocitas in B ad velocitatem in C, ut radius vector CS ad radium vectorem BS: ostendo (*Fig.* 28).

I. In triangulis ASB, BSC æqualibus, & æqualibus temporibus percursis sit SB basis trianguli BSA: SC basis trianguli CSB. In has bases demittantur perpendiculares AM, BM. Quum triangula sint æqualia, erit SB×AM

 =CS×BN;

=CS×BN; ergo SB: SC :: BN: AM. (*Math.* 173).

II. In iisdem triangulis, lineæ AB, BC minimo tempore descriptæ pro rectis sumantur: hæ planetæ velocitates exprimentes erunt hypothenusæ triangulorum rectangulorum AMB, BNC, quæ quum tempore minimo descripta sint, similia haberi possunt. Ergo AB: BC :: AM: BN (*Math.* 516).

III. In triangulis æqualibus ASB, BSC radii vectores SB, SC sunt in ratione inversa altitudinum AM, BN, ex prima propositione; erunt ergo etiam in ratione inversa linearum AB, BC, quæ, ex secunda, sunt ut altitudines.

Ergo in planetæ, aut alius mobilis motu circa centrum S velocitates expressæ a basibus AB, BC, quas radii vectores includunt, sunt in inversa ratione radiorum vectorum. Q. E. D.

1282. NOTA. Duplex in motu planetarum velocitas distinguenda est: absoluta, & angularis.

I. *Velocitas absoluta* est spatium a planeta percursum divisum per tempus, quo percurritur. Est hæc in ratione inversa radiorum vectorum, ex præcedente theoremate.

II. *Velocitas angularis* est arcus circuli maximi cælestis inclusus duobus radiis vectoribus indefinite ultra planetam productis. Positis temporibus æqualibus, velocitas angularis est *in ratione duplicata inversa radiorum vectorum.* (*Fig.* 26).

Sit circa solem S circulus maximus cælestis VXDE, in cujus plano sit planetæ orbita *ab* AB, ita ut planetæ a sole distantia SA dupla sit alterius distantiæ S*a*. Anguli VSX, DSE ad verticem oppositi sunt æquales: sint singuli unius gradus. Planeta in *a*, die uno percurret spatium *ab*: e sole visus videbitur

per-

percurrisse ſpatium V X unius gradus. Deinde planeta ipſe in A eandem habuerit velocitatem: quum ſpatium A B duplum ſit ſpatio *a b*, tempore duplo opus eſſet, ut planeta ſpatium A B percurreret. At quum vera planetæ velocitas dimidio minor ſit in A, quam in *a*; ex præcedente theoremate, tempore quadruplo opus erit ut illa arcum A B unius gradus, ut *a b*, percurrat. Velocitas ergo angularis planetæ in A B eſt primo in ratione inverſa diſtantiæ ex minori velocitate; & adhuc in ratione inverſa diſtantiæ ex majori ſpatio radiis vectoribus incluſo. Ergo angularis planetæ velocitas in *a b* eſt ad angularem ejus velocitatem in A B, ut SA^2 ad Sa^2.

Theoria hæc planetarum, & cometarum motibus applicata.

1285. HYPOTHESIS. Ad planetarum, & cometarum motum curvilineum concipiendum circa quodvis gravitationis centrum, planetam aliquem ante leges naturæ, & motus conditas initio temporum conſideremus in immenſo ſpatio ſitum, natura ſua ad motum, & quietem indifferentem, aptum tamen quavis directione moveri (*Fig.* 23).

I. Planeta hic aut cometa T æternum immobilis permanebit in T, niſi a cauſa aliqua ad motum ſollicitetur: nec natura ad ſolem S, aut ad aliud quodvis corpus accedere nititur: ſi vero quavis directione impellatur, quum natura ad motum, & ad quietem indifferens ſit, hanc directionem ſequetur donec a cauſa aliqua diſtrahatur: in eo nec aſcenſus erit, nec deſcenſus; *quum in ſpatio infinito neque ſuperius ſit, nec inferius* ante motum creatum, & ejus leges ſtatutas.

II. Naturæ auctor in legibus, quas libuerit, motus condendis omnino liber ſtatuat, planetam

hunc perpetuo in solem S tendere *vi centrali, qua sit in duplicata inversa distantiarum ratione ab hoc astro.* Planeta T, qui antea ad solem S accedere, aut ab eo recedere non postulabat, ex hoc creatoris decreto perpetuo in hoc astrum tendet; quem nisum gravitatem, attractionem, gravitationem promiscue nuncupabimus.

III. Semel idem naturæ auctor planetæ huic impulsum indat directione quavis apta illum a sole S amovere: atque ex hoc impulsu oriatur *vis centrifuga* (1258), *quæ semper sit in triplicata inversa ratione distantiarum a sole.* Planeta T, qui antea a sole recessum non expetebat, ex nova hac creatoris lege perpetuo a sole recedere nitetur; quem nisum vim centrifugam vocabimus; eritque ipsa vi centripetæ seu centrali opposita.

Ex hac hypothesi, quæ ipsa naturæ legum historia esse videtur, perpetua habebitur planetæ T revolutio per curvam in se redeuntem circa solem; ut ostendere pergimus; eam dumtaxat variis conditionibus, quas in eodem mobili aut in pluribus, vires projectilis, & centralis subire possunt, accommodantes.

1284. APPLICATIO I. Sit initio temporum planeta, aut cometa A, cui semel Deus vim centralem indat A *n*, & vim projectilem A V, unde oriatur vis centrifuga V B = A *n*. Linea projectionis A V, & linea gravitationis A*n* sint ad angulos rectos ad centrum mobilis; & vis centrifuga B V sit omnino æqualis centripetæ A *n*. Dico, *centrum gravitatis hujus planetæ perpetuo descripturum circulum circa centrum S, quod solem esse supponemus*: at non hæc est curva a planetis, & cometis circa eorum gravitationis centrum descripta. (*Fig.* 30)

EXPLICATIO. I. Instante primo infinite parvo planeta ex viribus conspirantibus A V, A *n* (quum his tantum viribus agatur) describet diagonalem minimi parallelogrammi, cujus

jus latera sint in directione, & ratione illarum virium. Centrum ergo planetæ primo hoc tempusculo minimum arcum A B describet, nec ad gravitationis centrum S accedet, aut ab eo recedet; ex hypothesi siquidem vis centrifuga illum perpetuo nititur ab hoc centro S tantundem removere, quantum vis centripeta illum ad idem punctum trahit. Ad finem itaque hujus tempusculi planeta erit in B in extremitate radii B S.

II. Quum vires A V, A *n* sint invicem ad angulos rectos, mutuo nec eliduntur, nec juvantur: earum communis effectus A B utriusque vis, projectilis A V, & centralis A *n* actionem adæquat: ut experientia docet (348): Quare vires hæ, quæ nec auctæ, nec imminutæ sunt erunt in B eædem ipsæ, quæ erant in A. Ergo planeta in B adhuc agetur a vi projectili B M = A V, & a vi centrali B *m* = A *n*; & vires hæ adhuc angulum rectum efficient. Ergo secundo tempusculo infinitesimo planeta ex his duabus viribus describet diagonalem B C = A B, nec magis ad gravitationis centrum S accedet, aut ab eo recedet; nec in spatio percurso B C vis alterutra alteram excedet; pergunt enim sibi nec nocere, nec favere. (448)

III. Tertio tempore infinitesimo, atque ita porro in infinitum, planeta in C semper æque in directione tangentis, & radii sollicitatus, & eodem modo a vi centripeta ad suum gravitationis centrum attractus, & directione e diametro opposita a vi centrifuga distractus infinitas minimas diagonales centro suo describet, quarum summa erit circuli peripheria.

Quum planeta moveri supponatur in vacuo, aut in medio non resistente, vires projectilis, & centralis nullum obstaculum offendentes perpetuo eædem erunt, quæ primo instante motus fuerunt; ergo planetæ centrum semper a radio circuli vectum perpetuo circulum circa gravitatio-

tionis centrum S describet ex viribus, quibus in linea circulari moveri cœpit. Q. E. D.

1285. APPLICATIO II. In initiali planetæ, aut cometæ eiusdem motu lineæ projectionis AV & gravitationis AB sint ad angulos rectos ad planetæ centrum, at vis centrifuga a projectili AV orta sit centripeta multo major. Dico, in vacuo, seu in medio non resistente *planetam perpetuo descripturum circa gravitationis centrum S curvam in se redeuntem, quæ non sit circulus*: hæc est curva planetarum, & cometarum. (*Fig.* 31).

EXPLICATIO. I. Supposito mobile in A & angulo virium projectilis, & centralis recto; si vires centripeta, & centrifuga essent æquales, mobile primo instante pergeret in *a*, & per circuli peripheriam procederet, ut ostendimus. (1284)

At quum vis centrifuga a projectili AV orta centripetam A*b* superet in hac hypothesi, primo tempusculo mobile a centro gravitationis recedet juxta excessum vis centrifugæ supra centripetam: sicuti globus bellicus directione horizonti perpendiculari, aut obliqua explosus a terræ centro recedit, frustra obluctante vi permanente gravitatis, qua ad terræ centrum sollicitatur. Planeta A itaque post primum datum tempus magis a suo centro distabit in puncto B & ex viribus AV, A*b* diagonalem, sive arcum AB percurrisse invenietur. (345)

II. Planeta, aut cometa in B adhuc sollicitatur a vi projectili per tangentem BT, & a vi centrali per radium vectorem BS: ex his viribus conspirantibus altero æquali tempusculo percurret arcum BC. Hic nota,

Primo, quum angulus SBT virium sit obtusus, earum communem effectum BC minorem fore, quam primo tempusculo: unius enim actio ex parte insumitur in alterius actione elidenda. (349) Atqui effectus hic communis BC est mobilis

bilis velocitas : ergo hæc minor erit secundo tempore, quam primo. (1275)

Deinde, quum vis centrifuga decrescat in triplicata inversa ratione radiorum vectorum (ut supposuimus, & mox ostendemus), dum vis centripeta decrescit tantum in duplicata inversa eorum radiorum ratione, vim centripetam in B minus, quam in A excedi a vi centrifuga. Mobile ergo ex B in C trajectum hoc secundo tempore adhuc a centro S recedet, minus tamen, quam primo tempore.

III. Planeta, aut cometa adhuc ab illis duabus viribus agitur, quarum angulus S C T obtusior fit; ejus ergo velocitas minuitur (1275). Vis centrifuga hic procedens a vi projectili semper decrescente perpetuo minuitur, sicuti & vis centripeta, quo major fit radius vector; at prima in majori ratione minuitur, quam postrema. Mobile ergo his viribus actum pergit a centro S recedere juxta excessum semper decrescentem vis centrifugæ supra centripetam.

IV Tandem cometa, aut planeta ad quoddam punctum D pervenit, ubi vires centrifuga, & centripeta sunt æquales. Si angulus SDT virium rectus esset, planeta in puncto D circulum describere inciperet, & semper describere pergeret. (1284)

At vero quum angulus SDT sit obtusus, magna pars vis centripetæ insumitur in mobilis velocitate retardanda (1275); dum vis centrifuga tota insumitur in mobili a suo gravitationis centro removendo. Vis centripeta in duas resolvitur, quarum una in sibi æqualem centrifugam, quæ non decomponitur, non colluctatur. Mobile ergo, cujus vis centripeta multo imminuitur, adhuc a centro S recedere perget donec ad superiorem absidem F adveniat. (1175)

V. Quum illuc planeta advenit, vis centripeta centrifugæ e diametro opponitur; non ergo, ut antea, in duas resolvitur. Quum vero post

post punctum D, ubi hæ vires erant æquales, semper decreverit, prima in duplicata, altera in triplicata radiorum vectorum ratione; vis centripeta in F centrifugam multo excedere debet; coget ergo vis centripeta excessu suo mobile ad centrum S tantundem accedere, quantum in præcedente dimidia curva recesserat.

VI. In F, ubi vires projectilis FT, & centralis Fx sunt ad angulos rectos, planeta circulum describeret, si vires centrifuga, & centripeta æquales essent (1284). At quum vis centrifuga maxime imminuta multo minor centripeta sit, hæc excessu suo magis magisque mobile trahit ad centrum S, illudque cogit successive diagonales describere FG, GH, HI, IK, KL, LA. Ubi nota, ut antea, quo magis mobile ad suum centrum accedit, eo magis curvam deprimi, ut in parte opposita; & omnes virium conspirantium angulos SIT magis, minusve auctos esse ab abside superiore F ad inferiorem A. Quare mobile in transitu ab abside superiore F ad inferiorem A velocitatem magis magisque accelerare debet. (1275)

VII. Quum vires centripeta, & centrifuga ab abside superiore ad inferiorem diversa ratione crescant, prima scilicet in duplicata, altera in triplicata radiorum vectorum; mobile tandem ad punctum I, aut K pervenit, in quo hæ vires sunt æquales. Si angulus SIT a vi projectili, & centrali effectus rectus esset, mobile per circulum pergeret; quum vero acutus sit & sequentes quoque SKL, magna pars vis projectilis nititur mobile ad centrum S trahere, atque ita centrali favet, centrifugæ officit (1275). Ita vis centripeta, non obstantibus successivis, & in majori ratione centrifugæ augmentis, hiuprævalere pergit, & magis magisque mobile ad centrum S admovet donec ad absidem inferiorem A pervenerit.

VIII. Quum tandem in A vires centripeta pro-

projectilis sint ad angulos rectos, non se amplius mutuo juvant. Vis centrifuga, quæ ab abside superiori ad inferiorem perpetuo crevit in triplicata ratione inversa radiorum vectorum, quum centripeta in duplicata tantum inversa illorum ratione creverit, maximum augmentum in A obtinet. Hic opposita multo fortior actionis excessu planetam a centro S removet, illumque per eandem omnino curvam hactenus expositam ducit a sua origine A usque ad reditum in se ipsum ad idem punctum A. Ergo planeta, aut cometa, de quo hactenus, ex viribus projectili, & centrali juxta certas leges variabilibus circa suum gravitationis centrum curvam in se redeuntem describet, quæ non erit circulus. Q. E. D.

1286. APPLICATIO III. In theoria virium planetam, aut cometam A agentium hactenus exposita, mobile supponitur esse in perihelio: sive in sua inferiori abside in primo instante projectionis AV. Reliquum est, ut ostendamus, *in primo projectionis instante mobile in alio ejusdem aut similis curvæ puncto esse potuisse sub aliis motus compositionibus, quæ omnes ad expositam reducuntur.* (*Fig.* 31)

EXPLICATIO. I. In primo motus instante vires projectilis, & centralis sint ad angulos rectos; at vis centripeta centrifugam excedat: mobile in F, abside sua superiori, curvam FGHIKLA percurret perpetuo ad suum centrum accedens usque ad punctum A, ubi præcedens explicatio cœpit. In hac hypothesi, si mobile sit cometa, aut planeta primarius, projectio FT in aphelio cœpit.

II. Initio projectionis vires projectilis, & centralis æquales sint, sed ad angulum obtusum: mobile in D inter utramque absidem perpetuo recedet a centro S donec ad superiorem absidem F advenerit, ubi ad centrum accedere incipiet; ut explicavimus. In hac hypothesi projectio cœpit inter utramque absidem directione ab inferiori ad superiorem. III.

III. Vires projectilis, & centralis initio projectionis adhuc æquales sint, sed ad angulum acutum: mobile in I perpetuo ad centrum accedet usque in A, ubi recedere incipiet (1285). In hac hypothesi projectio cœpit inter utramque absidem directione a superiori ad inferiorem.

IV. Incipiat projectio ad angulum rectum in perihelio A, & vis centrifuga multo maxime centripetam excedat: curva a mobile circa centrum S descripta erit maxime excentrica: erit hæc curva cometæ. Vis centrifuga mediocriter tantum centripetam excedat; curva descripta non erit admodum excentrica: erit hæc curva alicujus ex nostris planetis.

V. Facile intelliges, motum projectilem directionem quamcumque habere posse; & mobile quodvis in medio non resistente perpetuo motum iri directione quavis motus primitus impressi. Hinc diversi planetarum, & cometarum motus. Illi omnes impulsum ab occidente in orientem, at non alterum alteri parallelum subierunt; hi diversis directionibus impulsus subierunt, alii ab occidente in orientem, alii ab austro in boream, alii a borea in austrum; & omnes circa proprium gravitationis centrum moveri pergunt curvas describentes, quarum planum primam motus projectilis directionem continet. (1266)

Objectiones diluendæ.

1287. OBJECTIO I. Quum planeta, aut cometa A moveri incipit in curva a circulo diversa, vis centripeta est centrifuga major, aut minor, Si *major* sit, mobile viribus his oppositis, & inæqualibus sollicitatum perpetuo spiras circa suum gravitatis centrum describere debet ita, ut in quavis revolutione magis magisque in infinitum ab hoc centro recedat; si *minor* sit, spiras describet, quibus perpetuo ad hoc centrum

trum

trum accedat, donec in ipsum incidat. Ergo planeta, aut cometa, cujus curvam descripsimus ex viribus projectili, & centrali certam, ac definitam ellipsim circa suum gravitatis centrum non describet. (*Fig.* 31)

RESPONSIO. Si vires centrifuga, & centripeta essent aut duæ vires constantes, aut quæ in eadem ratione augerentur, aut minuerentur quo tempore mobile ab ipsis actum ad suum centrum accedit, aut ab eo recedit; profecto quæ virium initio motus prævaleret, perpetuo alteri prævaleret, & objectas spiras describere cogeret.

At si vires hæ diversis rationibus crescunt, & decrescunt dum mobile ad centrum accedit, aut ab eo recedit: si, exempli gratia, dum mobile ab A transit in F, vis centrifuga minuitur in triplicata inversa ratione radiorum vectorum & centripeta sequitur tantum duplicatam inversam eorum rationem, jam vis centrifuga in multo majori ratione, quam centripeta decrescens, post datum tempus isti æqualis fiet, deinde ista minor; & vis, quæ major fuit in perihelio A, non amplius talis erit in aphelio F; & reciproce quæ virium alteri præstitit in aphelio F, non amplius in perihelio A præstabit. Atqui harum virium centripeta perpetuo sequitur duplicatam inversam rationem radiorum vectorum (1273) seu distantiarum; altera triplicatam inversam (1298): ergo viribus his mobile spiras non describet, quibus aut perpetuo a centro recedat, aut tandem in illud illabatur.

Si petas cur naturæ Auctor virium harum diversa hæc incrementa, & decrementa decreverit, respondeo, illum ita libere statuisse; motum vero ellipticum planetarum ab ipso statutum postulare allata virium harum incrementa & decrementa, alterius scilicet in duplicata, alterius in triplicata inversa ratione distantiarum. Alia quævis ratio diversum omnino in natura rerum ordinem effecisset, puta, motum in

cæ-

cælestibus corporibus circularem, aut spiralem.

1288. OBJECTIO II. Ellipsis, trajectoria planetis, & cometis attributa, æque in verticibus curva esse debet, & etiam in punctis omnibus ab utroque vertice æque distantibus. Atqui curva hujusmodi a viribus projectili, & centrali a nobis expositis describi nequit. Siquidem (*fig.* 26)

Ut æqualis esset curvatura in *ab*, & in A*m*: vis centralis curvaturam horum arcuum æqualium efficiens eadem esse deberet in *a*, & in A. Atqui vis ista, quæ duplicatam sequitur inversam distantiarum rationem, multo major est in *ab*, quam in A*m*; ergo in his arcubus æqualibus ad vertices curvæ sitis æqualem curvaturam efficere nequit: ergo allata curva non est ellipsis.

RESPONSIO. Ad difficultatem speciosam magis, quam solidam, diluendam res simplicius proponamus. Sit radius vector S*a* = 1, radius vector SA = 2; arcus *ab* æqualis arcui A*m*; vis centralis in *a* = 4, in A = 1. His positis, quæ objectionis fundamenta sunt, dico curvaturam A*m* ipsi *ab* æqualem fore.

I. Observationibus, & prima lege Kepleriana constat, velocitates planetæ in A, & in *a* esse in ratione inversa radiorum vectorum (1281): ergo velocitas planetæ in *a* dupla erit illius in A: ergo arcus *ab* percurretur dimidio tempore illius, quo percurretur arcus A*m*: ergo planeta percurrens arcum *ab* duplo pauciores impulsus a gravitate, seu a vi centrali sustinebit, quam percurrens arcum A*m*, quem percurrendo duplum tempus insumit.

II. Actio vis centralis in planetam æstimanda est impulsuum numero, & intensitate. Numerus impulsuum in *ab* est = 1; cujusque impulsus intensitas est = 4: actio totalis est $1 \times 4 = 4$. Numerus impulsuum in A*m* est = 2; cujusque impulsus intensitas est = 1; actio totalis $1 \times 2 = 2$. Ergo actio vis centralis in planetam dupla est in *a* illius, quæ habetur in A.

Num

Num propterea planeta a tangente diſtrahi debet duplo in *a*, quam in A? Nequaquam. Si enim vis centralis duplam actionem habet in *a*; vis projectilis dupla in *a*, quam in A duplam illi obiicit reſiſtentiam. Quare in *a* vis projectilis, cujus reſiſtentia curvaturæ eſt = 2 inflecti debet a vi centrali = 2; ſicuti in A alia vis projectilis, cujus reſiſtentia curvaturæ eſt = 1, inflectetur a vi centrali = 1. Ergo curvatura in motu planetæ effecta a vi centrali in projectilem, in utroque arcu *ab*, A*m* æqualis erit: ergo curva a planetæ centro ex viribus projectili, & centrali deſcripta ellipſis eſſe poteſt, & debet.

1289. OBJECTIO III. Etſi mobile ex viribus projectili, & centrali ferri poſſit per curvam ellipticam, & circularem a zenith ad nadir; concipi tamen nequit qua ratione contra gravitatem a nadir ad zenith aſcendere poſſit. Motum hunc imaginatio ejurat: illum ne ratio admittet?

RESPONSIO. Quum a teneris corpora terreſtria ad terræ centrum tendere viderimus, ideam hanc ultra ſuos terminos extendimus; & nulla ratione ducti corpora omnia ad terræ centrum, & ultra ad id, quod nadir nuncupamus, gravitare arbitramur. Judicandi conſuetudo nulla prævia diſcuſſione hæc in nobis præjudicia procreat, quæ in iis, qui imaginatione potius, quam ratione ducuntur, ubi radices egerit, non ita facile extirpantur. Duas has hominis facultates, Creatoris dona, imaginandi, & ratiocinandi vim ne ſeparemus: verum cuique ſua tantum munera tribuamus: prima ſæpius ſine altera cæcutiens, & fallax eſt: poſtrema ſine prima ſemper exſucca eſt, & languens; in humanis cognitionibus illa mentem extollit ſemper, aliquando aberrare facit; hæc mentem illuſtrat, & recto tramite ducit. Jam vero ſi in corporum gravitatione imaginatio nos fallit, quid ratio docet? experientia, & obſervatione duce docet,

I. Te-

I. Terrestria corpora ad terræ centrum, non ultra gravitare: antipodum enim corpora ad nos tendunt, ut nos ad illa: & terræ centrum illis æque, ac nobis commune gravitatis centrum est.

II. Lunæ gravitationis centrum, ut & corporum terrestrium, esse ipsum terræ centrum: in quovis enim orbitæ suæ puncto sive supra, sive infra nos a tangente ad terræ centrum motum suum inflectit.

III. Lunam, & corpora terrestria non magis ad zenith tendere, quam ad nadir, ad arietem, quam ad libram, ad polum arcticum, quam ad antarcticum. Perperam ergo in luna ad zenith vim acceleratricem imaginamur, qua ad nadir deiiciatur: in luna ad nadir vim retardantem, quæ motui suo zenith versus obsistat; luna enim ad neutrum ex his punctis peculiariter tendit; & quum in spatio infinito nihil superius sit, nihil inferius, re ipsa *luna neque zenith habet, neque nadir.*

IV. Tellurem, planetas primarios, & cometas in solem tanquam gravitationis suæ centrum niti, circa quem convertuntur, quin ad zenith, aut ad nadir, ad arietem potius, quam ad libram, aut alio peculiariter tendat. Quare nihil magis arduum est, ratione duce, motum corporis concipere circa suum gravitatis centrum dum a nadir ad zenith procedit, quam dum a zenith ad nadir progreditur. (1283)

1290. OBJECTIO IV. Si luna ex vi projectili, & centrali ellipsim circa tellurem describit; cur globus bellicus horizontaliter explosus parem curvam non describat?

RESPONSIO. Talem curvam globus hic non describit, quia nimia est ejus vis centripeta centrifugæ comparata.

I. Globus bellicus ad mœnia diruenda projectus centum ferme hexapedas tantum uno secundo percurrit (391); atque ex hac vi proje-

ctili

ctili vim centrifugam obtinet tantum lineæ $1+\frac{1}{3}$; ut constat observationibus, theoria libellæ (*Math.* 534) & theoria sinus versi hic adhibita (1269). Ergo globus hic, qui ex vi centripeta uno secundo per 15 pedes ad terræ centrum accedit, quique eodem tempore nititur tantum ab hoc centro recedere linea $1+\frac{1}{3}$ ex vi projectili horizontali, unde oritur vis centrifuga, quamprimum terræ superficiem attingere debet, ubi ejus motus cessabit.

II. Si globus iste velocitate polleret quadragies quinquies, aut quinquagies majore, in medio non resistente objectam curvam describere posset; si enim uno secundo hexapedas ferme 5000 percurreret, ultra pedes 15 a terræ centro recedere niteretur (*Math.* 391) ex vi projectili, dum eodem tempore tantum per pedes 15 ad idem centrum ex vi centrali accedere niteretur. At in medio resistente, qualis est aer (302), ejus vis projectilis etsi multo plurimum, quam supponamus, augeretur, brevi tota extingueretur; & a vi centrali ad terræ superficiem brevi traheretur.

III. Duo hæc, quæ probant corpus prope terram projectum in ellipsi moveri non posse, non ita probant, lunam in ellipsi non moveri, cujus *vis centralis* est ferme vicibus 3600 minor, quam in illo globo (1272); cujus *vis projectilis*, qua quovis minuto percurrit pedes 187264 (1272) ferme sextuplo major est globi bellici vi projectili mœnia diruentis, & cujus revolutio ex vi projectili, & centrali fit aut in vacuo, aut in medio non resistente.

§. II.

§. II.

THEORIA LEGIS SECUNDÆ.

1291. OBSERVATIO. Præcedente paragrapho ostendimus, planetas, & cometas ex viribus projectili, & centrali ellipses circa sua motus centra describere: hasque ellipticas revolutiones esse tantum theoriæ motus consectaria. At qua ratione ex theoria motus deducantur proportiones inter horum corporum veluti fortuito circa commune centrum revolutorum distantias, & tempora periodica?

Quum theoria hæc, quæ paucis adridebit, ut pro dignitate pertractetur calculos necessario, postulet valde involutos; nos principia tantum proponemus, quibus innititur; & ostendemus, velocitatibus, viribus centralibus, radiis vectoribus, & temporibus periodicis invicem comparatis, proportionem a secunda lege Kepleri propositam deduci posse (1261).

Ut theoriam hanc qua majori possumus simplicitate pertractemus, tantum duorum planetarum A, *a* in diversis hypothesibus revolutiones invicem comparabimus; ac supponemus, planetas hos in duobus circulis concentricis moveri, quorum radii inter se sint ut 2 ad 1. Facile quæ ex circulo deducentur ad ellipsim transferentur: certas enim rationes dicit ellipsis ad circulum (*Fig.* 30).

In hac theoria, quæ notas algebraicas necessario postulat, planetas duos dicemus A, *a*: eorum velocitates, seu vires projectiles V, v: eorum distantias, seu radios vectores R, r: eorum tempora periodica T, t: eorum vires centripetam, & centrifugam $\frac{V^2}{R}$, $\frac{v^2}{r}$ (1274).

Axio-

Axiomate sequenti quidquid in his formulis obscurum esse potest illustrabitur. Formulæ hæ specie magis, quam re difficiles, simplicis fractionum multiplicationis, & divisionis notionem postulant, ut in nostris elementis mathematicis traditur.

1292. AXIOMA. *Numerus fractioni æqualis est, cujus numerator sit iste numerus, denominator unitas.* Exempli gratia, $4 = \frac{4}{1}$; $10 = \frac{10}{1}$; $R = \frac{R}{1}$, $R^2 = \frac{R^2}{1}$, atque ita de ceteris.

EXPLICATIO. In sequentibus supponuntur duo quævis corpora, (puta planetæ duo) alterum a centro motus distans ut 4, alterum ut 2 (*Fig.* 20).

I. Si eorum velocitates sint in ratione inversa distantiarum, seu radiorum vectorum, habebimus *primo* $V : v :: 2 : 4$; vel $V : v :: \frac{1}{4} : \frac{1}{2}$, aut *secundo*, $V : v :: r : R$, vel $V : v :: \frac{1}{R} : \frac{1}{r}$ (*Math.* 190).

Dixi primo, $V = 2 : v = 4 :: \frac{1}{4} : \frac{1}{2}$. Hoc patet: mediorum enim, & extremorum producta sunt æqualia siquidem $\frac{1}{R} = 4$ est dimidium $\frac{1}{r} = 2$

Hinc sequitur, in altera analogia V exhiberi per $\frac{1}{R}$, sive $V = \frac{1}{R}$, sicuti in prima V exhibetur per $\frac{1}{4}$ seu $V = \frac{1}{4}$. Quare $V = \frac{1}{R}$, & $v = \frac{1}{r}$.

II. Quoniam $V = \frac{1}{R}$, si duo membra æquationis $V = \frac{1}{R}$ efferantur ad quadratum, erit $V^2 = \frac{1}{R^2}$; si hujus æquationis $V^2 = \frac{1}{R^2}$ membra dividantur per R, vel per $\frac{R}{1}$ (*Math.* 212); erit $\frac{V^2}{R} = \frac{1}{R^3}$.

Quoniam itaque in hac postrema æquatione primum membrum $\frac{V^2}{R}$ est expressio virium centra-

tralium (1274); alterum quove membrum $\frac{1}{R^3}$ erit earundem expressio. Poterunt ergo duorum planetarum vires centrales comparari eas exponendo modo per $\frac{V^2}{R}$, $\frac{v^2}{r}$, modo per $\frac{1}{R^3}$, $\frac{1}{r^3}$.

1293. NOTA. Velocitas, seu vis projectilis parit in mobili *vim centrifugam* (1258); & in eo destruit *vim centripetam*, sive ejus partem. Ergo vis mobilis centripeta ab eius vi projectili, seu velocitate non pendet; ab hac vero vis centrifuga omnino pendet. Lunæ, aut globi bellici horizontaliter projecti vim projectilem destrue: eorum vis centripeta, seu nisus ad terræ centrum prorsus perseverat. In iisdem mobilibus vim projectilem destrue: vis centrifuga prorsus tollitur, nec ulla ex parte jam vi centripetæ perseveranti opponitur.

Quam rationem in mobili sequatur vis centripeta, quæ a velocitatibus non pendet, pendet vero a distantiis, supra ostendimus: in eodem mobili (quæcumque sit velocitas, seu vis projectilis) semper est in ratione duplicata inversa distntiarum. (1272)

Ostendendum superest in qua ratione vis ista centripeta in mobili destruatur ab actione centrifugæ, quæ a mobili velocitatibus, & distantiis simul pendet: hoc sequentibus præstabimus, in quibus expressio $\frac{V^2}{R}$ virium centralium *centrifugam* præsertim respiciet, quæ ex earum ratione ad centripetas antea notas æstimandæ sunt. (1273)

Hypotheses.

1294. HYPOTHESIS I. *Si tempora periodica planetarum A, a sint æqualia, eorum velocitates, & vires centrifugæ erunt ut eorum distantiæ, seu radii vectores.* (*Fig.* 30)

DEMONSTRATIO. I. Velocitates erunt ut ra-

dii; nam sunt ut spatia æqualibus temporibus percursa (265): atqui hæc essent ex hypothesi arcus concentrici, & similes A B, *a b*, qui in circulo sunt ut radii A S, *a* S (*Math.* 474). Ergo habebimus V : *v* :: R : *r*.

II. Vires centrifugæ essent quoque ut radii. In circulo enim vires centrifugæ centripetis sunt æquales, & earum communis expressio est $\frac{V^2}{R}$, $\frac{v^2}{r}$ (1274): Quum ergo ex præcedente analogia sit V : *v* :: R : *r*; erit $\frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r} :: \frac{R^2}{R} : \frac{r^2}{r}$; & deletis terminis se destruentibus in secunda ratione, $\frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r}$ :: R : *r*. Hoc est vires centrales erunt ut radii vectores. Q. E. D.

1295. COROLLARIUM. Si sphæra, ut tellus, circa suum axem rotetur velocitate quacumque, omnia ejus puncta eodem tempore rotantur; & velocitates, & vires centrifugæ punctorum ejusdem circuli axi perpendicularis sunt ut distantiæ ab axe, seu ut radii circuli quem describunt.

EXPLICATIO. Dum terra circa suum axem rotatur, quodvis ejus elementum circulum describit, cujus centrum in axe est; & quodvis elementum vi projectili pollet, unde in ipso oritur vis centrifuga; ex vi enim projectili quodvis elementum effugere nititur per tangentem curvæ, in qua a gravitate, seu a vi centripeta detinetur.

I. Terræ, aquæ, aut aeris elementa quæ majores circulos describunt, majori velocitate, & vi projectili pollent, quam quæ minores describunt: prima ergo majorem postremis vim centrifugam nanciscuntur.

Posita gravitate, seu vi centripeta in his omnibus æquali, prima majorem gravitatis seu vis centripetæ portionem amittent, quam postrema; quum enim prima majorem habeant vim centri-

fugam, majorem hæc vis centripetæ partem elidet. Hinc polorum depressio, ubi vires centrifugæ a velocitatibus ortæ nullæ sunt; & æquatoris elevatio, ubi velocitas, & vis centrifuga maxima est, & propterea majorem gravitatis partem elidit.

II. Etsi in hac terræ, aquæ, & aeris elementoque uniformi revolutione quodvis elementum vi centrifuga polleat gravitati directe, aut oblique opposita; non propterea ab hac tota gravitas destruitur: imo sub ipso æquatore ejus exigua tantum pars eliditur: sub polis nulla; minor pars semper quo magis ab æquatore ad polos accedimus. Ex Hugenii, & aliorum calculis, ut corpora terrestria in superficie telluris gravitatem omnem amitterent, tellus decies & septies velocius rotari deberet; seu ejus conversio perfici deberet hora ferme una, & minutis 25.

III. Qua igitur ratione in hac terrestrium corporum revolutione vires centripetæ centrifugis sunt æquales? hac ratione scilicet; quia excessus vis centripetæ supra centrifugam a projectili ortam ubique eliditur in quavis columna (puta aquea, aut aerea) ab adjacentium columnarum pressione, quarum gravitas fit vera vis centrifuga columnis successive contiguis, quas juxta hydrostaticæ leges attollere nititur. (621)

1296. HYPOTHESIS II. *Si planetarum A, a velocitates sint æquales, tempora periodica erunt ut radii, & vires centrifugæ in ratione inversa & radiorum, & temporum periodicorum.* (*fig.* 30)

DEMONSTRATIO. I. Tempora periodica erunt ut radii: quum enim velocitates sint æquales, eo longior erit revolutio corporis A revolutione corporis B, quo circulus descriptus ab A major est descripto ab *a*: erunt ergo tempora periodica ut hæ peripheriæ, adeoque ut radii illis proportionales (*Math.* 473). Ergo T: *t* :: R: *r*.

II. Vires centrifugæ erunt in ratione inversa radio-

radiorum. Nam hæ vires sunt $\frac{V^2}{R}$, $\frac{v^2}{r}$: at ex hypothesi $V^2 = v^2$; ergo $\frac{V^2}{R}$, $\frac{v^2}{r}$ sunt in ratione inversa suorum divisorum, qui sunt radii. (*Math.* 190)

III. Vires centrifugæ erunt quoque in ratione inversa temporum periodicorum. Quum enim sint in ratione inversa radiorum, sunt quoque in ratione inversa peripheriarum ab his radiis descriptarum; adeoque & temporum periodicorum, quæ sunt inter se ut hæ peripheriæ. Q. E. D.

1297. HYPOTHESIS III. *Si velocitates planetarum A, a sint in ratione inversa distantiarum, aut radiorum vectorum, vires centrifugæ erunt in triplicata inversa ratione harum distantiarum.* (*Fig.* 30)

DEMONSTRATIO. Positis planetarum velocitatibus in ratione inversa distantiarum, aut radiorum vectorum, erit minor velocitas V planetæ remotioris ad majorem v propinquioris, ut minor radius r ad majorem R; hoc est $V : v :: r : R$. Et ex præcedente axiomate: $V : v :: \frac{1}{R} : \frac{1}{r}$; adeoque $V = \frac{1}{R}$; $V^2 = \frac{1}{R^2}$; $\frac{r^2}{R} = \frac{1}{R^3}$; & $v = \frac{1}{r}$; & $v^2 = \frac{1}{r^2}$; $\frac{v^2}{r} = \frac{1}{r^3}$; unde sequitur $\frac{V^2}{r} : \frac{v^2}{r} :: \frac{1}{R^3} : \frac{1}{r^3}$.

Atqui hic prima ratio exprimit vires centrifugas (1274); ergo altera illi æqualis exprimit quoque vires centrifugas. At in hac termini sunt fractiones duæ, quæ sunt inter se ut cubi distantiarum, aut radiorum. Quum enim numeratores iidem sint, fractiones sunt in ratione inversa divisorum (*Math.* 190), qui sunt cubi radiorum vectorum.

Exprimentur ergo vires centrifugæ vel hac proportione $\frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r} :: \frac{1}{R^3} : \frac{1}{r^3}$, vel hac alia æquali $\frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r} :: r^3 : R^3$; hoc est vires centrifugæ pla-

netarum A, *a* in hac hypothesi sunt in ratione triplicata inversa radiorum vectorum. Q. E. D.

1298. COROLLARIUM. *Vires centrifugæ planetæ ellipsim circa suum gravitatis centrum describentis sunt in quovis orbitæ suæ puncto in ratione triplicata inversa distantiarum, aut radiorum vectorum.*

DEMONSTRATIO. Mobile curvam describens a circulo diversam censeri potest quovis instante incipiens moveri per circulum, cujus radius æqualis esset radio in illo instante planetæ vectori: arcus enim ellipsis infinite parvus ad sensum confundi potest, & congruere cum arcu infinite parvo circuli ejusdem curvaturæ, & radii cum arcu elliptico. (*Math.* 761)

Motus planetæ, aut cometæ in curva elliptica potest igitur censeri constans minimis motibus circularibus quovis instante variabilibus, & quorum veræ, & absolutæ velocitates sunt semper, & ubique in ratione inversa radiorum vectorum. (1281)

Atqui ex præcedente hypothesi velocitates hæ in ratione inversa radiorum vectorum parerent in circulo vires centrifugas in ratione triplicata inversa radiorum vectorum; ergo idem parient in curvis nihil, aut infinite parum a circulo diversis. Ergo diversæ ejusdem planetæ velocitates semper in ratione inversa radiorum vectorum variabilium illi inderent vires centrifugas in triplicata ratione inversa horum radiorum in omnibus infinite minimis suæ curvæ arcubus, qui ubique cum arcubus circularibus ejusdem curvaturæ confundi possunt, & quorum radius in quovis puncto radio vectori æqualis esset.

Ergo, ut alibi supposuimus, vires centrifugæ hujus planetæ, aut cometæ sunt in quovis puncto orbitæ ellipticæ in triplicata ratione inversa distantiarum, aut radiorum vectorum. Quare quum distantia erit $= 1$, vis centrifuga erit $= 1$; quum distantia erit $= 2$, vis centrifuga erit $= \frac{1}{8}$;

quum

quum distantia erit $= 3$, vis centrifuga erit $= \frac{r}{27}$; & sic deinceps. Q. E. D.

1299. OBJECTIO. Si in motu elliptico planetarum vires centrifugæ alternatim crescunt, & decrescunt in triplicata inversa ratione radiorum vectorum; vires centripetæ eadem ratione crescere, & decrescere deberent: eadem enim est utrarumque virium expressio (1274). Quomodo ergo theoria hæc concilietur alibi statutæ; scilicet vires centripetas sequi rationem duplicatam inversam, non triplicatam inversam radiorum vectorum? (1272)

RESPONSIO. Corporis circulariter moti vires centrifuga, & centripeta semper sunt æquales; si enim altera excederet, corpus a centro recederet, aut ad illud accederet, nec amplius circulum describeret. Quare in circulo ambarum virium expressio semper eadem est.

At in motu elliptico, in quo vires hæ inæquales sunt, & altera alteram alternis excedit, earum expressio eadem non est, nisi si invicem comparentur in circulo ellipsi applicato, cujus arcus infinitesimus infinitesimo ellipseos arcui congruat (*Math.*762). Tunc virium expressio eadem erit, relata *ad circulum comparationis*: nititur enim vis centrifuga tantundem corpus a circuli hujus centro abducere, quantum vis centripeta illud ad hoc centrum trahit. Non eadem est expressio *pro ellipsi*, aut curva mobili: in quovis enim hujus curvæ puncto vis centrifuga in centripetam inæqualiter agit.

Si quæras, quare theoria hypothesis, & corollarii præcedentis congruat vi centrifugæ in ellipsi, non item centripetæ: dico, *vim centrifugam* semper esse in directione radii tum in ellipsi, tum in circulo comparationis; est enim quantitas, qua mobile recedere nititur ab arcu ellipsi, & circulo comparationis communi; at *vis centripeta* est in directione radii ellipseos,

non vero radii circuli ellipsi applicati: est enim quantitas, qua mobile nititur accedere ad focum centralem ellipseos, non ad centrum circuli comparationis. Potest ergo hoc circulo inveniri expressio vis centrifugæ in ellipsi, non vero erit hæc quoque expressio centripetæ in illa ellipsi: hæc jam alia ratione inventa supponitur (1272).

1300. NOTA. Tres allatæ hypotheses falsæ sunt, nec systemati planetario congruunt, ut patet. Postrema, exempli gratia, planetarum veris velocitatibus non congruit; sunt enim hæ in ratione subduplicata inversa distantiarum, non in simplici inversa. Congruit tamen hypothesis veris velocitatibus ejusdem planetæ, cujus veræ, & variabiles velocitates in diversis orbitæ punctis semper sunt in ratione inversa distantiarum a sole (1181); hypothesis vero scopus est vim centrifugam hujus unici planetæ definire ad diversas a suo centro motus distantias.

1301. HYPOTHESIS IV. *Si planetarum A, a vires centripetæ sint in ratione duplicata inversa distantiarum, ut re ipsa sunt (1275); eorum veræ velocitates erunt in ratione subduplicata inversa distantiarum (Fig. 30).*

Planetæ scilicet remotioris velocitas erit ad propinquioris velocitatem; ut radix quadrata minoris distantiæ ad radicem majoris. Ubi nota, non esse hanc falsam hypothesim, ut præcedentes, institutam aut ad veram statuendam, aut ad utilem aliquam cognitionem obtinendam: est hæc ipsa naturæ hypothesis, & secunda lex Kepleriana in motu medio planetarum.

DEMONSTRATIO. I. In hac hypothesi vis centripeta planetæ remotioris est ad vim centripetam propinquioris, ut quadratum minoris radii ad quadratum majoris, sive $\frac{V^2}{R} : \frac{v^2}{r} :: r^2 : R^2$,

& ex

& ex præcedentis axiomatis explicatione, $\frac{V^2}{R}$; $\frac{v^2}{r}$ :: $\frac{1}{R^2}$: $\frac{1}{r^2}$.

II. Jam vero in æquatione $\frac{V^2}{R} = \frac{1}{R^2}$ inveniendus est valor ipsius V exprimentis velocitatem, & valor ipsius R exprimentis radium. Ductis æquationis membris in R, erit $V^2 = \frac{R}{R^2}$; & deletis in postremo membro quantitatibus se destruentibus, erit $V^2 = R$; seu quadratum velocitatis radio proportionale (a). Deinde, quoniam $\frac{V^2}{R} = \frac{1}{R^2}$, dempto utrinque R, erit $V^2 = \frac{1}{R}$; & extracta radice quadrata, erit $V = \sqrt{\frac{1}{R}}$.

Hic primum membrum exprimit velocitatem planetæ remotioris, alterum membrum radicem quadratam radii planetæ propinquioris. Ergo pari modo alterum vim centripetam tractando inveniemus, veram remotioris planetæ velocitatem esse ad propinquioris velocitatem; ut radix quadrata minoris distantiæ est ad radicem quadratam majoris; seu velocitates esse inter se in subduplicata inversa ratione distantiarum. Q. E. D.

1302. NOTA. Quoniam velocitas est spatium divisum per tempus, quo percurritur (262); dividantur, exempli gratia, telluris, & Martis orbitæ per eorum tempora periodica: invenietur vera Martis velocitas telluris velocitate minor; & erit media Martis velocitas ad mediam telluris velocitatem; ut radix quadrata mediæ tellu-

(a) *Error; erit enim* $V^2 = \frac{1}{R}$; *ut infra.* Interpres.

telluris distantiæ ad radicem quadratam mediæ Martis distantiæ. Ita in reliquis planetis.

1303. COROLLARIUM I. *Velocitates veræ planetarum A, a si sint in duplicata inversa ratione distantiarum, quadrata temporum periodicorum erunt ut cubi distantiarum* (*Fig.* 30).

DEMONSTRATIO. Tempora sunt ut spatia percursa divisa per velocitates: spatia hæc sunt peripheriæ, quæ sunt radiis proportionales; erunt ergo tempora $T=\frac{R}{V}$; $t=\frac{r}{v}$.

Quoniam $T=\frac{R}{V}$; erit $T^2=\frac{R^2}{V^2}$; & ex præcedente hypothesi $V^2=\frac{1}{R}$, ergo in æquatione $T^2=\frac{R^2}{V^2}$, quæ exhibet rationem quadratorum temporum ad distantias, sumi potest $\frac{1}{R}$ pro V^2; ergo $T^2=R^2$ diviso per $\frac{1}{R}$; ergo $T^2=R^3$; hoc est quadrata temporum sunt ut cubi distantiarum, aut radiorum vectorum. Q. E. D.

1304. COROLLARIUM II. *Et reciproce, si quadrata temporum sunt ut cubi distantiarum; vires centripetæ erunt in duplicata inversa ratione distantiarum.*

DEMONSTRATIO. $T=\frac{R}{V}$; ergo si $T^2=R^3$, erit quoque $\frac{R^2}{V^2}=R^3$; & $V^2=\frac{R^2}{R^3}=\frac{1}{R}$, ut in postrema hypothesi (1301). Ergo $\frac{V^2}{R}=\frac{1}{R^2}$; & $\frac{v^2}{r}=\frac{1}{r^2}$. Hoc est; vires centripetæ sunt in duplicata inversa ratione distantiarum, seu radiorum vectorum, ut alibi ostendimus (1273). Q. E. D.

1305. NOTA. Etsi planetæ moveantur in ellipsibus, non in circulis; eadem theoria etiam pro

pro eorum motu valet; in quovis enim orbitæ puncto, præsertim in distantia media, censeri possunt incipientes moveri in circulo, cujus radius ipsi in illo puncto curvæ radio æqualis esset; & minima curvæ portio minimo tempore percursa, puta uno secundo, aut minuto uno, a circulo, de quo agimus, minimum differt.

Animadversiones de his legibus, sive

1306. CONCLUSIO. Præclarissimo naturæ machinamento in *binis legibus Keplerianis* exposito, animadvertendum superest, has tantum leges sufficere ad entis supremi existentiam demonstrandam cælestium motuum auctoris, & conservatoris.

I. Hæ naturæ leges arbitrariæ sunt; nihil enim in materia est, & in corporibus, quod necessario invicem ea sese attrahere postulet; quo potius in solem, exempli gratia, tendant, quam in Syrium; quo in quædam centra tendant *in ratione duplicata inversa distantiarum*; potius quam in directa, aut subduplicata, aut subtriplicata distantiarum ratione. Pari modo, si motus natura ante omnem legem positivam, & arbitrariam consideretur, nihil est in illo, quod postulet, corpora a quibusdam centris recedere *in ratione triplicata inversa*, potius quam in simplici, aut duplicata distantiarum, aut in alia quavis. Ergo leges hæ a principio libero, & supremo naturæ Arbitro conditæ fuerunt, ut rerum ordo ab ipso definitus haberetur. Pauca hæc quæstionem toties agitatam satis dirimere videntur; *num scilicet natura leges liberæ sint, an necessariæ*.

II. Leges hæ etsi arbitrariæ, constantes tamen sunt, & immutabiles. Sunt enim ab ente natura immutabili, cujus voluntas eadem semper est, & quod æternum voluit, & decrevit, semper vult, & decernit (*Met.* 431). Quare

hæ

leges hæ liberæ, & arbitrariæ ita firmæ haberi possunt, ac si natura essent necessariæ.

III. Leges hæ arbitrariæ, at sapientissimæ, ut in natura persistant principium movens sapientia, & potentia infinitum necessario postulant. Enimvero quodnam principium, nisi infinite sapiens, quovis instanti cognoscat relationes omnes maxime involutas, atque variabiles virium centrifugæ, & centripetæ cujusvis materiæ elementi, ut ordo rerum semel statutus immutatus perseveret? Quænam potentia, nisi infinita, cuivis materiæ elemento eum ipsum velocitatis gradum impertiatur virium centrifugæ, & centripetæ, quo quovis momento indiget, ut perpetuo in curva describenda perseveret? Rex propheta jam dixerat: Dei sapientiam, & potentiam ita cæli ipsi annunciant, ut rationem ejurare oporteat ad ista non dignoscenda. O cæce, & stupide atheisme nunquam profecto in recto, & sanæ mentis homine domicilium habuisti.

IV. De omnibus mechanicæ legibus id ipsum, quod de vi centrifuga, & centripeta, dici potest. Omnes arbitrariæ sunt, sed immutabiles: omnes permanentem Creatoris actionem supponunt. Nihil est in materia, aut in motu, cur vectis duplus vim duplam præbeat; cur minima massa velocitate maxima, immani massæ minima velocitate donatæ æquilibretur. Res ideo tantum ita se habet, quia ita supremo naturæ Legislatori placuit, & quia ita illas ipse perseveranter esse facit, qui unica motus causa efficiens est. Probat hoc firmissime, adesse ipsum, & agere & in tellure, & in immensa cælorum distantia.

1207. NOTA. Ex duabus expositis naturæ legibus oritur in corporibus cælestibus *motus ellipticus* perpetuo perseverans. Ut leges hæ his corporibus motum circularem inderent, quid opus erat? Opus erat, vim projectilem cuique mo-

mobili impressam radio vectori perpendicularem eam fuisse, quæ vim centrifugam pareret omnino centripetæ æqualem. Tunc mobile circulum, non ellipsim, descripsisset (1284).

At Creator libera voluntate, & in mediis ad propositum sibi finem eligendis a re nulla pendens, libere motum ellipticum, non circularem, cælestibus corporibus decrevit. Hic vero motus majorem in rebus varietatem pariens, infinitam æque sapientiam, ac potentiam præsefert.

Motus circularis impulsum vi centripetæ proportionatum mobili a Creatore primum imprimi postulasset. Motus ellipticus in singulis planetis, & cometis impulsum tantum postulat linerum, & indeterminatum quavis directione a radii vectoris directione diversa. Aptius hoc videtur ad Dei summam sapientiam, & potentiam cum libertate conjunctam ostendendam. *Cæli enarrant gloriam Dei.*

ARTICULUS QUARTUS.

MUNDI SYSTEMATA.

1308. DEFINITIO. Mundi systema est corporum cælestium dispositio apta eorum motuum phænomena explicare.

Verosimillimum est, illud esse verum naturæ systema, quod omnibus phænomenis congruit, quod omnia ad cælestia corpora spectantia complectatur, quod principiis physicis simul, & astronomicis observationibus consentiat. Systema, quod his proprietatibus non sit præditum, certe verum naturæ systema non est. Hoc principio duce Ptolemæi, Copernici, Tychonis Brahe systemata expendemus.

Systema Ptolemaicum.

1309. SYSTEMA I. Ptolemæus Pelusii in Ægypto natus, astronomorum sui sæculi, fortasse & totius antiquitatis facile princeps sæculo secundo jam ineunte systema suum Alexandro tradidit; hoc mirum ingenii opus habitum fuit ea ætate, qua nihil melius ab exiguis in re physica, & astronomica cognitionibus expectari poterat. In hoc systemate, quod posterioribus sæculis falsum, & absonum probatum fuit (*Fig.* 32),

I. Tellus in mundi centro est immobilis: aer tellurem ambit: ignis elementum aerem circumdat: cælum crystallinum, stratum scilicet sphæricum solidum, & diaphanum omnia complectitur, atque in eo luna, ut adamas in anulo, inserta est.

II. Ultra aeris, & ignis tellurem ambientium regionem, ad varias distantias sunt cæli undecim crystallini, seu strata sphærica, concentrica, solida, & diaphana supra memorato similia. Primum lunam insertam circa tellurem rotat; alterum Mercurium; tertium Venerem; quartum solem; quintum Martem; sextum Jovem; septimum Saturnum; octavum stellas illi temere insertas, & varia luce nitentes, etsi omnes a tellure æque distent.

Ceterorum cælorum magis a tellure distantium nonus cælo stellato adhærens, illudque quotidie gradu ferme uno præ solis revolutione ab oriente in occidentem promovet: inferioribus quoque planetarum cælis adhæret, eosque contra eorum motum diurnum inæqualibus velocitatibus promovet ab occidente in orientem. Decimum eidem cælo stellato exiguum motum imprimit eclipticæ parallelum ab occidente in orientem, quo circa elipticæ polos convertitur. Undecimum, quod *primum mobile* nuncu-

pa-

patur, toti machinæ magnum motum illum imprimit, qui motus diurnus est ab oriente in occidentem, inferiorum cælorum motibus non perturbatis.

III. Planetarum stationes, directiones, regressus noverat Ptolemæus. Ut hæc explicet in suo systemate, cujusvis planetæ cælo *epicyclum* (*) accommodat, circulum scilicet, cujus axis est veluti planetæ cælo adhærens, & planum illi ferme perpendiculare. In hac hypothesi cælum Saturni, exempli gratia, excavatum est in *ac*: axis solidus traiicit centrum circuli, *abcda*, & utrinque inferitur duobus foraminibus S cæli excavati. Saturnus epicycli sui centrum S non tenet, sed peripheriæ puncto *a* immobilis affixus est.

Epicycli centrum eosdem motus habet, quos cælum, cui adhæret; ejus tamen peripheria motum habet proprium, atque perpetuum *abcda* ab occidente in orientem, quo fit, ut Saturnus modo directus sit, modo retrogradus, modo stationarius. Directus est quum in consequentia signorum percurrit arcum *abc*: retrogradus quum in antecedentia percurrit alteram orbitæ partem, *cda*: stationarius est ad puncta *a*, & *c*.

Ceteri planetæ, dempta luna, sunt ipsi quoque directi, stationarii, & retrogradi. Illos propterea Ptolemæus in similibus epicyclis *r s t r* posuit, dempta luna, quæ sine epicyclo in suo cælo est.

SY-

(*) ETYMOLOGIA. *Epicyclus, circulus, cujus centrum est in alterius circuli peripheria.* ἐπί, super, & κύκλος; circulus. *Nullus in natura epicyclus datur.*

Systema Copernicanum, seu verum mundi systema.

1310. SYSTEMA II. Aristarchus Samius, Pythagoras aliique veteres philosophi nonnulli suspicati fuerant, solem immobilem esse in centro mundi planetarii, & tellurem planetam esse errantem circa solem. At sententia hæc indigesta, & non apte proposita, tamquam somnium despecta, & oblivioni data fuit. Ineunte sæculo decimo sexto vir quidam summus illam accurate perpendit, & protulit; quodque olim somnium habitum fuit, tandem tamquam verum mundi systema passim receptum est. Vir iste summus fuit *Copernicus* Torunii in Borussia Regali natus, dein Varmiæ Canonicus. En paucis ejus systema, quod toto hoc articulo fusius explicabitur (*Fig*. 4).

I. *In mundi planetarii centro* est sol F immobilis, & commune motus planetarum centrum. Stellæ sunt totidem soles immobiles, circa quos verosimiliter planetæ nostris similes convertuntur.

II. *Circa solem immobilem* F convertuntur sex planetæ primarii, Mercurius, Venus, Tellus, Mars, Jupiter, Saturnus. Tellus lunam habet, Jupiter quatuor, Saturnus quinque, quæ circa suum planetam convertuntur, dum hic circa solem convertitur.

III. *Tellus planeta* tres diversos motus habet, quos alibi indicavimus (1196): *motum diurnum* ab occidente in orientem circa proprium axem semper sibi ad sensum parallelum, ex quo totum cælum directione opposita ab oriente in occidentem horis 24 converti videtur: *motum annuum* in ecliptica in consequentia signorum; ex quo sol immobilis videtur eclipticam percurrere in consequentia signorum anno uno: *motum*

tum retrogradum in omnibus suis partibus ab oriente in occidentem, & eclipticae parallelum; ac lentissimum, ex quo stellae, licet immobiles, quotannis progredi videntur in consequentia signorum, paululum aequatori accedere, aut ab eo recedere, & revolutionem complere in consequentia signorum circa polos eclipticae annis 25740.

Putabat Copernicus, planetarum orbitas *m a m*, T D T, K I K esse circulos: posterioribus observationibus compertum est, esse *ellipses*. At idem ordo ab ipso in circulis positus, in ellipsibus perseverat.

Systema Tychonicum.

1311. SYSTEMA III. Tycho Brahe nobilis Danus, & insignis astronomus cum plerisque aliis sapientibus, & doctis viris systema Copernicanum inique excepit, quod illud sacris literis adversari arbitraretur. Hac ratione vetus systema Ptolemaicum reformare studuit, illud recentioribus observationibus accommodans, apogeis praesertim, & perigeis, apheliis, & periheliis, quae Ptolemaei aetate aut prorsus, aut ferme ignorabantur. Ex hac reformatione exeunte saeculo decimo sexto novum emersit systema, quod etiam modo, quum jam nullos sectatores habeat, auctoris nomen servat. En illud paucis (*Fig.* 33).

I. Abjectis Ptolemaei caelis solidis, & diaphanis, Tycho *terram* statuit *in centro firmamenti*: circa hanc prorsus immobilem quotidie luna, sol, planetae, stellae convertuntur; ita tamen, ut terra sit tantum verum centrum motus stellarum, quae semper eandem a terra distantiam servant.

II. Circa tellurem immobilem duo tantum recte loquendo astra errantia convertuntur, sol & luna. Haec annuas circa terram revolutiones

nes peragunt *in circulis excentricis*, quorum centra scilicet ad datam a terra distantiam sunt: hinc solis, & lunæ apogea, & perigea.

III. Sicuti terra est centrum excentricum motus lunæ, & solis; ita sol est centrum excentricum motus Mercurii, Veneris, Martis, Jovis, & Saturni: qui sunt veluti quinque solis satellites; a quo in duplici revolutione sua diurna, & annua secum vehuntur. Mercurii, & Veneris orbita solem tantum ambit, non tellurem: Martis, Jovis, & Saturni orbita solem, & terram complectitur., at hujus orbitæ centrum soli propinquum est, a terra valde remotum. Diurna, & annua solis revolutio perpetuo quinque hos planetas loco movet, qui motus omnes necessario sequuntur centri sui, cum sole circa terram mobilis, & errantis.

IV. Tycho, omissis Ptolemæi solidis epicyclis, planetas quinque, qui orbitarum suarum solem habent *centrum excentricum*, ita moveri vult, quasi in epicyclis moverentur, quorum centrum peripheriæ *circuli vectoris*, aut *deferentis* adhæreret: cujus circuli centrum eosdem motus habet, quos sol, & quorum peripheria motum proprium habet ab occidente in orientem. Exempli gratia, in Tychonis sententia Mars adhæret peripheriæ sui epicycli, & hujus centrum semper est in puncto ejusdem circuli deferentis MVRM; at epicycli centrum motum habet ab occidente in orientem directione MVRM. Hac ratione Mars, præter solis motum diurnum, & annuum, qui semper centrum omnium circulorum deferentium secum trahit, motum proprium habet ad occidente in orientem directione epicycloidali *abcdbn*: eodem modo movetur Saturnus motu proprio, & epicycloidali, directione *efgh* per totam curvam ob occidente in orientem super peripheriam circuli deferentis. Hinc, juxta Tychonem, planetarum stationes, regressus, & ex parte apogea,

& pe-

& perigea. Mars directus est, quum epicycli sui mobilis arcum *a b c* percurrit; retrogradus, quum alteram partem *c d* eiusdem epicycli in antecedentia percurrit; stationarius, quum sui epicycli centrum tantumdem in signorum consequentia progreditur, quantum ipse in antecedentia regreditur in epicycli peripheria.

V. Etsi circulus Martis vector videatur circulum solis vectorem in R secare; non propterea Mars unquam intra tellurem, & solem erit, nec in solis disco apparebit; quum enim sol erit in R, centrum circuli Martem deferentis jam ab S in R transierit, & semper Martem multo ultra solem transferet. Quamobrem qui ista objectarunt, non recte celebris hujus astronomi mentem sunt assequuti.

Hoc systema vir doctus æque, ac religiosus, adversus verum mundi systema opposuit, nimium veritus ab isto religionem lædi. Etsi vitiosum sit systema Tychonicum, fatendum tamen nihil hactenus, posita terra immobili, ingeniosum magis, minusque a ratione dissonum excogitatum fuisse, fortasse nec imposterum prolatum iri.

1312. *Systema* Ptolemaicum adeo absonum est, adeo astronomicis observationibus, & sanæ physicæ oppositum, ut illud jam nemo sequatur. Num melius est systema Tychonicum? non sane. Quid enim ineptius duplici illa motus excentricitate in planetis, revolutionibus illis epicycloidalibus, quarum causa nulla physica afferri potest, & quæ omni motus theoriæ adversatur, revolutionibus diurnis, & annuis totius cæli circa punctum unicum inexplicabili velocitate (1164), & physicæ, ac motus legibus omnibus adversantibus, invicem pugnantibus, quum simul sint ab oriente in occidentem, ab occidente in orientem, ab austro ad boream, a borea ad austrum, nulla motuum horum oppositorum causa assignata? Quare aut verum mun-
di

di systema adhuc latet, aut illud est Copernicanum.

PROPOSITIO I.

Si motus circularis in ellipticum mutetur, systema Copernicanum omnibus astronomicis phænomenis consentit.

Propositionis demonstratio est ipsa phænomenorum explicatio. Hæc itaque explicatio in systemate Copernicano simplicissima, in ceteris absurda, tradenda est.

PHÆNOMENON PRIMUM.

1313. *Motus diurnus totius cæli sive diei, & noctis vices* (*Fig.* 10).

EXPLICATIO. Ut vices hæ habeantur necesse est, vel horis 24 corpora omnia cælestia circa terram immobilem converti; aut eodem tempore, corporibus cælestibus veluti immotis, tellurem circa axem suum axi mundi congruentem ab occidente in orientem converti: in utraque hypothesi motus phænomena in corporibus cælestibus eadem apparebunt (932).

In hypothesi terræ immobilis, phænomenon in corporibus cælestibus, in stellis præcipue motum postulat, cujus velocitas concipi nequit, uniformitas vero multo adhuc magis stuporem parit. In hypothesi terræ circa axem mobilis, motus hi adeo stupendi apparent tantum, & sunt puræ illusiones opticæ: terræ motus dumtaxat circa axem verus est. Ut phænomeni explicatio clarius eluceat,

Sint, sol in S immobilis: stella in Y immobilis: planeta horis 24 tamquam immobilis consideratus in Z. Tellus in P in plano eclipticæ circa suum axem DPF convertatur directione ABA ab occidente in orientem. Quum dimidia terrestris superficies semper a sole illustrata sit,

sit, homo in A, dum tellus convertitur, erit successive *ad limbum disci illustrati*; & tunc sol S, planeta Z, stella Y erunt in horizonte orientali, & ipsi oriri videbuntur: *in medio disco illustrato*: & tunc eadem corpora semper immobilia videbuntur ab ortu ad meridianum transisse: *ad alterum limbum disci illustrati*; & tunc eadem corpora immobilia a meridiano ad occidentem transisse videbuntur; *ad medium discum tenebrosum* in A; & tunc eadem immobilia corpora censebuntur esse ad nadir, ut post sex horas iterum in horizonte appareant (932). Ergo quam revolutionem cæli diurnam cetera systemata perperam explicant, Copernicanum simplicissime profert.

PHÆNONENON ALTERUM.

1314. *Annua, & periodica solis revolutio in zodiaco: anni temporum vices.* (*Fig.* 2)

EXPLICATIO. Si tellus est immobilis, profecto sol quotidie in spiram circa tellurem convertitur modo ab austro in boream, modo hinc in austrum progrediens semper in consequentia signorum. Spiræ hæ ad capricornum, exempli gratia, initæ, per omnes sequentes eclipticæ gradus successive transeunt a borea in austrum usque ad initium cancri: ibi sol, nulla assignata causa, directionem mutat, & diurnas spiras ad oppositam partem init ab austro in boream per omnes sequentes eclipticæ gradus a cancro ad capricornum; ubi denuo reflectitur a borea in austrum contra omnes motus leges, quibus perpetuo pergere deberet ad alterutrum polum ea directione, qua aut a cancro ad capricornum, aut ab hoc ad illum fertur. Omnia hæc in hypothesi terræ immobilis absona sunt: in hypothesi telluris planetæ omnia plana sunt, & rerum naturæ consona. Ut hæc omnia clarius eluceant, (*Fig.* 10)

Sit

Sit PQRTP ecliptica ; CSX æquator, cujus plano telluris axis productus perpendicularis semper sit : duo hi circuli se secent in punctis P, R : declinet vero ecliptica ad austrum & boream æquatoris arcubus CE, MX, qui singuli sint graduum ferme 23, 30′.

Tellus planeta viribus conspirantibus, projectili, & centrali annuam revolutionem PQRTP circa solem S peragat (1285) ab occidente in orientem, axe suo producto *bb*, *mm*, *nn*, *oo*, *rr* sibi parallelo, & æquatoris CSX plano semper perpendiculari. Hic axis in cælo circa solem, & mundi polos immanem cylindrum describet, cujus diameter duplæ telluris a sole distantiæ æqualis erit. Ex his, quæ probe capienda sunt, phænomenon facile explicabitur. (931).

I. Quum tellus est in libra P, sol apparet in ariete X : incipit ver. Tellus in P eclipticæ & æquatoris intersectione, adeoque in ipso æquatoris plano, convertatur circa suum axem DF*b* : axis coni lucidi, a quo illustratur, erit axi DPF perpendicularis : polos D, & F terrestres conus lucidus DSF attinget : omnia terrestris superficiei puncta successive illustrabuntur : horis 12 solem videbunt, totidem illo carebunt : ubique terrarum noctes diebus æquales erunt.

II. Quum tellus erit in Q in capricorno E, sol apparebit in M in cancro : incipiet æstas. In hac telluris positione axis coni lucidi, a quo illustratur, est axi terrestri DF*m* obliquus : polus borealis D semper erit illustratus ; polus australis F semper erit in tenebris. Tellus in hac positione convertatur circa suum axem AF*m* semper æquatori perpendicularem : totus circulus polaris borealis KHK radiis solis continenter illustrabitur : totus circulus australis NGN continenter in tenebris erit : regiones omnes inter circulum polarem borealem, & æquatorem sitæ arcum diurnum nocturno majorem habe-

bebunt; seu diem nocte longiorem: regiones omnes inter circulum polarem australem, & æquatorem arcum diurnum habebunt nocturno minorem, seu diem nocte breviorem. (1139)

III. Quum tellus semper ab occidente in orientem axe sibi parallelo per eclipticam procedens pervenerit in R sub ariete X ad aliam æquatoris cum ecliptica intersectionem, sol apparebit in libra C: erit autumni initium. Axis coni lucidi tellurem illustrantis iterum axi terrestri DF*n* perpendicularis est, & eadem, quæ vere, præstat.

IV. Quum tellus advenerit in T sub cancro M, sol apparebit in capricorno E: erit initium hyemis. Ibi radii solis omnes axi terrestri obliqui adveniunt: polum australem F illustrant; nunquam borealem D. Tellus in hac positione circa suum axem DF*o* convertatur: circulus polaris australis GNG totus erit in cono lucido; borealis KHK totus in tenebris. Arcus diurni in zonis temperata, & torrida borealibus minores erunt, in australibus nocturnis majores.

Hyems, æstas, ver, autumnus.

1315. CONCLUSIO. Dierum, & solarium altitudinum inæqualitas diversam regionibus temperiem, & *anni tempora diversa* efficit,

I. Quum sol ad tropicum est polo visibili oppositum, parum attollitur supra horizontem, & parum apparet: ergo minor esse debet sui caloris vis; tum quia radii oblique feriunt regiones supra horizontem sitas, tum quia brevi tempore athmosphæram calefaciunt. Tunc ibi est *hyems*. (1063)

II. Quum vero sol est in tropico poli visibilis, puta in cancro pro regionibus borealibus, tunc maxime supra horizontem attollitur: radiis ferit aut perpendicularibus, aut minus obliquis;

quis: diu, & fortius aerem calefacit. Tunc ibi est *æstas*. (976, IV.)

III. Quum sol est in punctis æquinoctialibus: elevatio solis, & aspectus sunt in statu medio: tunc *ver* est, & *autumnus*.

Veris initium autumni initio frigidius est: veris enim initio solis actioni opponitur vis frigoris, quod hyems super terras congessit, nec illud illico dissipari potest; autumno vero solis actioni favet calor, quo successive tellus æstate imbuta fuit, quique non nisi paulatim dissipatur.

PHÆNOMENON TERTIUM.

1316. *Planetarum stationes, directiones, regressus.*

NOTA. Observationibus constat, planetas omnes apparere modo progredi ab occidente in orientem in consequentia signorum non ea ratione, quam eorum tempus periodicum postularet; modo ab oriente in occidentem regredi in antecedentia signorum inæquali velocitate, & contra motum proprium, qui est in consequentia; modo aliquandiu stare immotos in orbitæ suæ puncto aliquo variabili contra omnes naturæ, & motus leges (1183). Hoc phænomenon in systemate terræ immobilis explicari nequit: est autem simplex motus terræ consectarium; ut facile ostendi potest in planetis tum superioribus, tum inferioribus: hoc præstabimus; verum prius notandum est, (*Fig.* 4)

I. *Planetas superiores* omnes in conjunctione cum sole directos esse; retrogrados in oppositione; stationarios aliquanto ante, & post oppositionem.

II. *Planetas inferiores*, Venerem, & Mercurium, directos esse in conjunctionibus superioribus; retrogrados in inferioribus; stationarios aliquanto ante, & post conjunctiones inferiores.

III. Arcum regressus in omnibus planetis eo

ma-

majorem esse, quo planeta minus a tellure distat. Quare arcus hic major est in Marte, quam in Jove, aut Saturno; major in Venere, quam in Mercurio.

IV. Superiorum planetarum regressus eo frequentiores esse, quo frequentius tellus est inter ipsos, & solem sita; inferiorum vero regressus eo sæpius contingere, quo sæpius telluri, & soli interjacent. Mercurius ter in anno est retrogradus: Venus semel nono quoque mense: Saturnus semel anno uno, & diebus 12: Jupiter semel decimo tertio quoque mense: Mars semel altero quoque anno. Hæc omnia telluris revolutioni planetarum revolutionibus comparatæ mire consentiunt.

Stationes, & regressus planetarum superiorum.

1317. EXPLICATIO I. *Tellus, & planeta quivis superior* ambo acti a vi projectili, & centrali (1286) perpetuo in suis orbitis moveantur ab occidente in orientem. Tellus integram revolutionem explebit, dum Mars dimidiam tantum suæ partem, Jupiter duodecimam, Saturnus trigesimam percurret. Tellus ergo modo planetas hos se lentiores sequi debet, modo assequi, modo præcedere: & si eos omnes in eadem linea supponamus quo momento illos tellus assequitur, & præterit, post unam revolutionem iterum Saturnum citius assequitur, quam Jovem, hunc citius, quam Martem. Exempli causa: (*Fig.* 35)

I. Sit tellus in *a*. Mars perigeus, nec procul a sua oppositione in *m*: Mars apparebit in K (912). Transeat tellus ab *a* in *b*, dum Mars lentior transit ab *m* in *n*: Mars apparebit *retrogradus*. Etsi re ipsa processerit in sua orbita ab *m* in *n* in consequentia signorum ab occidente in orientem, videbitur a K in X recessisse in antecedentia ab oriente in occidentem. Quamvis

vis ergo motus planetarum ſuperiorum, ſemper re ipſa directus ſit, & in conſequentia ſignorum, retrogradus videri debet quum planetæ oppoſitioni proximi ſunt.

II. Tranſeat tellus a *b* in *c*, dum Mars lentior tranſit ab *n* in *o*: Mars videbitur *ſtationarius*. Quum tellus erat in *b* Mars videbatur in X: quum tellus eſt in *c*, & Mars in *o* Mars adhuc videtur in X: videtur ergo nec progreſſus, nec regreſſus eſſe; etſi motu directo arcum *n o* percurrerit. Etſi ergo planetæ ſuperiores ſemper moveantur directe in conſequentia ſignorum, *videri debent eſſe ſtationarii aliquandiu poſt regreſſus*.

III. Sit quoque tellus in *c*, & Mars apogeus in S: Mars videbitur in H. Tranſeat tellus a *c* in *d*: ſi Mars immobilis perſiſteret in *ſ*; a tellure in *d* Mars *ſ* videretur in *h*, & appareret percurriſſe motu directo arcum H *h*. At vero quum Mars interea tranſeat ab *ſ* in *t*, videbitur in I & videbitur percurriſſe totum arcum H I in conſequentia ſignorum multo majorem, quam qui re ipſa percurſus fuit. Ergo etſi planetæ ſuperiores ſemper moveantur in conſequentia ſignorum velocitate, quæ ſemper ſequitur inverſam diſtantiarum, aut radiorum vectorum rationem (1281): *velocitas hæc regularis, & directa major vera apparere debet quum planeta hi ſunt apogei, & in conjunctione cum ſole:* hujuſmodi ſunt eorum *directiones* ſaltem aliquo tempore, quo elapſo eorum apparens velocitas fit minor vera.

IV. Poſita tellure in *f*, & Marte in *v*, hic videbitur in X. Tranſeat tellus in *a*, dum Mars lentior pergit tantum in *x*: Mars adhuc videbitur in X, & apparebit *ſtationarius*. Ergo etſi planetæ ſuperiores ſemper directe moveantur in conſequentia ſignorum, *apparere debent ſtationarii aliquo tempore ante eorum oppoſitiones, & regreſſus*.

V. Arcus regreſſus minor eſt in planetis a tellure

lure remotioribus, major in propinquioribus: hoc quoque ab opticæ legibus, & a theoria motuum cælestium consequitur. Sit enim tellus in *d*, Mars in *p*, Jupiter in *i*: Mars, & Jupiter videbuntur in Z. Transeat tellus a *d* in *e*, dum Mars lentior transit a *p* in *r*, & Jupiter adhuc lentior ab *i* in *k*: Mars videbitur retrocessisse a Z in Y; Juptier a Z in V. Ergo etsi planetæ omnes superiores regrediantur in eorum oppositione cum sole; *arcus regressus major esse debet in planetis minus a tellure remotis.*

Stationes, & regressus planetarum inferiorum.

1318. EXPLICATIO II. *Tellus, & planeta quispiam inferior*, Venus, aut Mercurius, acti viribus projectili, & centrali periodicam circa solem revolutionem peragant. Tellure revolutionem explente, Venus unam ferme, & dimidiam, Mercurius quatuor ferme explebit (1179). Debent ergo hi planetæ tellurem modo sequi, modo assequi, modo prætergredi. (*Fig.* 36)

Ut hac in re generica ideas omnibus positionibus congruentes tradamus, planetæ inferioris, Mercurii exempli gratia, semitam persequamur. Sit tellus in A, Mercurius in conjunctione inferiori in *a*. Quum Mercurius quatuor ferme revolutiones expleat, tellure unam explente, Mercurii orbitam in octo æquales partes secemus, telluris orbitam in triginta duas. Mercurius totam orbitam explebit, dum tellus suæ arcum A B percurrit. Uterque, planeta motum verum habet in consequentia signorum directione 1, 2, 3, 4, 5.

I. Posita tellure in A, Mercurio in *a*, Mercurius videbitur in M (912). Transeat Mercurius in sua orbita ab 1 in 2, dum tellus in sua lentior transit quoque ab 1 in 2: Mercurius videbitur in V. *Apparebit in antecedenti a signorum retrogressus* toto arcu M V, etsi re ipsa semper in consequentia processerit.

EXPLICATIO. Quum planetæ, & cometæ, ut & tellus, in ellipsibus inæqualiter excentricis circa solem commune suæ gravitationis centrum convertantur in vacuo, aut in medio non resistente; patet, diversa hæc corpora inæqualibus velocitatibus mota ad solem, ut & ad terram modo accedere debere, modo a sole, & a terra recedere. Sit sol in F immobilis, circa quem cometarum, & planetarum omnium primariorum fiant ellipticæ revolutiones: sol erit extra orbitarum centra C.

I. Orbitis his omnibus tamquam ellipsibus consideratis, quarum communem focum F sol occupat; tellus erit perihelia in T, aphelia in D: Saturnus perihelius in S, aphelius in Z: Mercurius perihelius in *a*, aphelius in *m*; atque ita de reliquis.

II. Quum tellus est in T, Saturnus sit in S, Jupiter in I, Mercurius in *m*, Mars ad M. Saturnus erit perigeus: Jupiter, & Mercurius apogei: Mars ad alteram ex suis quadraturis.

III. Planetæ, & cometæ quum sint opaci, ut tellus, nec nisi mutuata a sole luce splendeant, jam non nisi in parte soli adversa erunt illuminati; & pars hæc illustrata, quæ hemisphærium vix excedit (903), quæque sola a telluris incola videri potest, modo magis, modo minus a tellure distat, & inæqualiter observatori patet. Sit exempli gratia tellus in *t*: Mars perigeus in M magnus valde, & splendens apparet; ejus enim discus illustratus totus ad tellurem conversus est. Idem apogeus in N minor, & languidior apparet; tum enim licet ejus discus illuminatus ad tellurem totus conversus sit; ejus lux distantia languescit, & minorem præbet angulum opticum (918). Mars in quadratura falcatus apparet; tunc enim ejus discus illustratus observatori terrestri partim visibilis est, partim invisibilis, ferme ut luna in quadraturis.

K 2 Pari

Pari modo ſuppoſita tellure in A, Venus apogea in V lucidiſſima eſt, perigea in X vix lucet: ibi enim totus ejus diſcus illuſtratus V oculo obiicitur: hic diſcus illuſtratus X eſt ad partes obſervatori oppoſitas.

PHÆNOMENON QUINTUM.

1320. *Solſtitia, ſeu ſolis ſtationes in tropicis.*

EXPLICATIO. Phænomenon hoc importat, ſolem bis in anno in ſua vera, aut apparente circa eclipticam revolutione aliquot diebus ad ſenſum nec ad æquatorem accedere, nec ab illo recedere. Jam oſtendimus qua ratione hoc contingat in hypotheſi ſolis eclipticam percurrentis (1171). Idem contingit in hypotheſi ſolis in centro mundi planetarii immobilis; tunc enim tellus eam ipſam curvam percurret, quæ ſoli tribuebatur; & ex opticæ legibus ſol ſemper in oppoſita hujus curvæ parte videbitur ad æquatorem accedere, aut ab illo recedere pro telluris ad æquatorem acceſſu, aut ab eo receſſu. Atqui tellus planeta eclipticam percurrens, cujus planum æquatorem ſecat ad angulum graduum ferme 23, 30′, alternis ad æquatorem accedit, & ab eo recedit ita tamen, ut duo exigui arcus in illa curva ſint, magis ſcilicet ab æquatore remoti, alter ad auſtrum, ad boream alter, in quibus ejus motus eſt æquatori ad ſenſum parallelus (1170). Exempli gratia, (*fig.* 10)

I. Quum tellus tranſit ab R in T ab auſtro ad boream, ab æquatore boream verſus recedit quantitate XM; ſol vero ſemper ad oppoſitam telluri partem viſus, æquali quantitate CE ab æquatore polum auſtralem verſus recedere videtur.

Quum tellus eſt in T ferme gradus 90 diſtans ab æquinoctio verno R; arcus, quem in ſua curva percurrit, eſt analogo æquatoris arcui ad ſenſum parallelus (1170): ſol viſus in E ad

par-

partes puncto T oppositas videbitur ergo ipse quoque nec ad æquatorem accedere, nec ab eo recedere: hac itaque ratione erit stationarius.

II. Quum post sex menses tellus erit in Q ferme gradus 90 distans ab æquinoctio autumnali P; arcus ab ea in sua curva percursus erit adhuc analogo æquatoris arcui ad sensum parallelus: tellus hunc arcum percurrens ad æquatorem ad sensum non accedit, nec ab eo recedit; & sol in M visus videbitur in consequentia signorum progredi, quin aliquot diebus ad æquatorem ad sensum accedat, aut ab eo recedat. Hinc *solstitiorum phænomenon*; quod in hypothesi terræ immobilis absonum (1314), simplicissimum est, & naturæ consonum in hyothesi telluris planetæ; in qua ut contingat, motum projectilem, & centralem telluris circa solem tantum postulat in vacuo, aut in medio non resistente. (1285)

PHÆNOMENON SEXTUM.

1321. *Solis mora in signis borealibus octo ferme diebus longior, quam in australibus.* (*fig.* 4)

EXPLICATIO. Sit A T B D A orbita elliptica annua telluris circa solem extra centrum C in foco F immobilem. Dum tellus planeta curvæ arcum borealem A T B percurrit, sol F semper ad oppositas partes videtur in signis australibus: dum tellus curvæ arcum australem B D A percurrit, sol F in signis borealibus videtur. Hinc simplex, & prona phænomeni explicatio.

Astronomicis observationibus demonstratur, ellipticæ telluris orbitæ A T B D A axem primum dirigi a borea in austrum, & solem esse in boreali foco F (1224): est ergo tellus perihelia in T, aphelia in D.

Binis rationibus mora solis in signis borealibus longior apparere debet, quam in australibus.

Harum *prima* est, quia eclipticæ pars ATB circa æquatorem sub signis borealibus minor est altera BDA ultra æquatorem sub signis australibus. *Altera* est, quia telluris velocitas in arcu BDA, quem percurrit ab æqinoctio verno ad autumnalem, quo tempore sol videtur in signis borealibus, minor est, quam in arcu ATB, quem percurrit ab æquinoctio autumnali ad vernum: planetarum enim velocitates absolutæ in diversis orbitæ punctis sunt semper in inversa radiorum vectorum ratione, (1281)

Uno verbo; sol diutius apparet in signis borealibus, quia pars australis BDA orbitæ terrestris est boreali ATB aliquanto major; & vera telluris velocitas est in prima aliquanto minor, quam in altera.

PHÆNOMENON SEPTIMUM.

1322. *Dierum, & noctium inæqualitas utrinque ab æquatore.*

EXPLICATIO. Citra æquatorem, puta in Gallia, dies a solstitio hyberno ad æstivum crescunt; ab æstivo ad hybernum decrescunt: hinc dierum, & noctium inæqualitas (1145): verum hoc dierum, & noctium augmentum, & decrementum singulis diebus non est uniforme. (*fig.* 10)

Ex genere, inter æquatorem, & circulos dies eo noctibus longiores sunt, quo sol diurnas revolutiones peragere videtur ab æquatore remotior visibilem polum versus. Si quotidie tellus ellipticæ suæ orbitæ partem percurrens æque ab æquatore recederet, aut ad illum accederet, puta minutis sex, sol eadem quantitate ab æquatore recedere, aut ad illum accedere videretur; & dierum, aut noctium augmentum in dies esset æquale: duæ tamen causæ huic uniformitati adversantur.

Prima est inæqualis telluris velocitas: hæc à per-

perihelio T hyeme minuitur usque ad aphelium Q æstate; deinde pari ratione crescit ab aphelio Q æstate usque ad perihelium T hyeme (1224, 1281). Tellus itaque in dies orbitæ arcum modo majorem percurrit, quo ab æquatore inæqualiter in dies recedit, aut ad illum accedit,

Altera est inæqualis ejus velocitatis directio ad æquatorem C X. Exempli gratia, prope solstitia telluris velocitas est ad sensum æquatori parallela: prope æquinoctia est æquatori obliqua, a quo propterea in dies magis recedit.

PHÆNOMENON OCTAVUM.

1323. *Stellarum citior, quam solis ad meridianum reditus* (*Fig.* 42).

EXPLICATIO. Sit ABCDEA telluris orbita sub zodiaco a sole distans leucarum ferme tercenties centena millia, immensum vero a zodiaco, & a ceteris stellis. Concipiatur axis terræ, circa quem singulis diebus rotatur, oblique occurrens orbitæ hujus plano sub angulo semper æquali graduum 66, 32′: axis hic erit semper saltem ad sensum parallelus in una telluris circa solem revolutione. Sit observator *n* in terræ superficie: linea A*n*, B*n*, C*n*, D*n*, E*n* hujus observatoris meridianum referet.

I. Tellus in A circa suum axem convertatur ab occidente in orientem directione *m n o m*, qui axis utrinque a plano eclipticæ promineat: Meridianus A*n* indefinite productus eodem instante solem S, & stellam Z attinget. Si tellus semper diurnas revolutiones faceret ad punctum *a*, nec in ecliptica progrederetur; sol S, & stella Z semper simul advenirent ad meridianum A*n* observatoris in *n* immoti.

II. At vero dum tellus alteram revolutionem diurnam facit circa suum axem, in ecliptica ab A in B progreditur in consequentia signorum.

Post integram telluris revolutionem circa suum axem, meridianus B*n* observatoris meridiano A*n* parallelus assequitur stellam Z, quæ æque in Z, & in *z* apparet, quum spatium AB die uno a tellure percursum immensæ stellarum distantiæ comparatum nullum sit. Meridianus hic B*n*, qui jam stellam Z assequitur, nondum solem S non minus stellis immobilem assequitur: ut eum assequatur, meridianus B*n* adhuc arcum *nx* percurrat oportet: tunc vero sol videbitur in V, & stella Z videbitur solem præcedere ad occidentem toto arcu VZ, qui est ferme unius gradus singulis diebus.

Hic jam apparet, diem naturalem, & civilem aliquanto longiorem esse una telluris circa axem revolutione: dies naturalis, & civilis est horarum 24. Telluris circa axem revolutio fit horis 23, 56′, 4″.

III. Tellus in transitu ab A in C revolutiones 90 circa suum axem expleverit: expleta postrema revolutione meridianus observatoris assequetur stellam Z, quæ ad distantiam veluti infinitam semper ad sensum in eodem cæli puncto apparet. Spatium *zz*Z spatio CS æquale in distantia infinita nullum censetur. At meridianus C*n* ut solem S assequatur, adhuc arcum *nx* percurrat oportet, seu revolutionis quadrans illi adhuc percurrendus est. Tunc sol S in meridie apparebit in X, & stella Z videbitur in occidente, seu gradus 90 a meridiano distans occidentem versus.

IV. Eadem ratione, tellure in D expletis jam revolutionibus 180 circa suum axem, meridianus D*n* stellam Z assequetur; & dimidiam revolutionem efficiat oportebit *nox*, ut solem assequatur. Quum deinde tellus erit in E, meridianus EN observatoris assequetur stellam Z, & adhuc tres revolutionis *nomx* quadrantes efficiat oportebit, ut solem, qui in Y videbitur, assequatur. Tandem quum tellus iterum erit

erit in A, meridianus A*n* simul & stellam Z, & solem S assequetur. At stella vicibus 366 per meridianum transierit, sol tantum vicibus 365.

1324. COROLLARIUM. Hic apparet cur, *licet telluris circa axem revolutio fiat horis* 23, 56′, 4″; *tamen dies naturalis, sive astronomicus sit horarum* 24.

EXPLICATIO. Ratio hujus est, quia dies naturalis, sive astronomicus a meridie ad meridiem, aut a media nocte ad mediam noctem computatur; & integra telluris revolutio circa axem dum interea in sua orbita procedit, non sufficit, ut loci ejusdem meridianus iterum ad solem redeat. Exempli causa: etsi in A, & B diurnæ telluris revolutiones *m n o m* ipsis horis 23, 56′, 4″ perficiantur; in B integra telluris circa axem revolutio nequit meridianum B*n* ad solem S adducere; sed hic meridianus ultra integram revolutionem, adeoque ultra totum æquatorem percurrere debet arcum *n x*; qui ut percurratur minuta 3, & 56″ ferme postulat.

Dico *ferme minuta* 3, 56″; aliquando enim aliquot secundis citius, aliquando serius centrum solis ad hesternum meridianum redit. Patet inæqualitates velocitatis telluris in sua orbita, hujus orbitæ inflexionis, distantiæ solis, inter arcus eclipticæ, & analogos æquatoris arcus ab horum circulorum obliquitate ortas aliquam in diebus naturalibus a meridie ad meridiem, aut a media nocte ad mediam noctem computatis diversitatem parere debere. Hinc dies verus a medio distinguendus.

Tempus verum, tempus medium.

1325. DEFINITIO. I. *Dies verus*, seu *tempus verum* illud dicitur, quod intercedit inter verum instans transitus centri solis per meridianum, & instans reditus centri solis ad eundem

meridianum. Tempus hoc nonnullis secundis aliquando longius est, aliquando brevius.

II. *Dies medius*, seu *tempus medium* illud dicitur, quod intercedit inter verum instans transitus centri solis per meridianum, & instans, quo centrum solis iterum per meridianum transiisset, si motus hujus astri in ascensione recta, & æquatori parallelus esset semper uniformis, & suo motui medio semper æqualis.

326. NOTÆ. I. *Telluris revolutio circa suum axem semper uniformis, & æque diuturna esse debet;* quum enim in vacuo fiat, aut in medio non resistente, nihil habet, unde ejus motus ullo modo mutetur. Ceterum hæc telluris revolutio a viribus centralibus non afficitur; vires hæ siquidem in omnes ejus partes æque agunt, nec unam altera magis urgent, nec diurnæ revolutionis æquilibrium perturbant, quæ eodem modo ad quamvis a sole distantiam, & posito quovis motu projectili, & centrali perficitur.

II. *Dies naturalis, verus, & medius longior est vera telluris circa suam axem revolutione, & apparente stellarum circa tellurem revolutione.* Stellæ siquidem quotidie breviori tempore, quam sol ad meridianum redeunt (1323). Telluris, & stellarum revolutio meridiani cælestis revolutioni tempore æqualis est. Ergo dies naturalis verus, aut medius una meridiani velocitate longior est.

III. *Die uno medio totus æquator sub meridiano transit, & præterea ejusdem æquatoris minuta* 59, 8″. Minuta hæc 59, 8″ respondent diurno solis motui in ascensione recta, seu mediæ sui motus diurni quantitati æquatori paralleli. Motus hic apparens solis respondet vero telluris motui per singulos dies in ecliptica.

IV. *Dies verus medio congruere nequit, nisi quum diurnus solis motus in ascensione recta est minutorum* 59, 8″: continget hoc ad diem 11 se-

februarii, ad diem 14 maii, ad diem 26 julii, & ad diem primam novembris. Ceteris diebus meridies verus erit a meridie medio diversus: exempli causa, quum sol est apogeus ad initium æstatis, dies verus die medio secundis 13 longior est.

V. Hinc apparet, *optimum horologium, cujus motus omnino æquabilis esset, fere nunquam ipsas horas 24 a meridie ad meridiem indicare debere*; quum necessario tempus medium indicare debeat.

Sequens pagina tabulam exhibet, in qua temporis veri a medio differentia invenietur, seu quot secundis horologium affabre factum solem præcedere, aut sequi debeat a meridie ad meridiem. Exempli causa, horologium accuratum ad horam solis positum meridie Kalendis Januarii, meridiem indicabit die sequenti antequam centrum solis sit in meridiano, seu antequam re ipsa meridies sit: *præcedet* secundis 28; postridie vero nonas ejusdem mensis præcedet secundis 28+27+27+26+26; sive 2′, 14″. Idem horologium ad horam meridianam appositum Kalendis septembris, die crastina meridiem indicabit secundis 19 postquam centrum solis per meridianum transierit: tardius itaque procedet secundis 19: die vero decima ejusdem mensis tardius procedet secundis 19+19+19+20+20+20+20+20+20, seu minutis 2, 59″; atque ita porro. A Kalendis novembris ad pridie nonas februarias horologium accuratum solem præcedere debet minutis 32; seu meridiem indicabit hora 11, & minutis 29.

Æquatio Horologii, seu TABULA SECUNDORUM, quibus Horologium accuratum quotidie Solis motum præcedere, aut sequi debet. P *præcedit*. S *sequitur*.

Dies Mens.	Januarius.	Februarius.	Martius.	Aprilis.	Majus.	Junius.	Julius.	Augustus.	September.	October.	November.	December.
	P	P	S	S	S	P	P	S	S	S	P	P
1	28	7	13	18	8	9	12	3	19	19	0	23
2	28	6	13	18	7	9	11	4	19	18	0	24
3	27	6	13	18	6	10	11	5	19	18	1	24
4	27	5	14	18	6	10	11	5	19	18	2	25
5	26	4	14	18	5	10	10	6	20	17	3	25
6	26	3	15	18	5	11	10	7	20	17	4	26
7	25	2	15	17	4	11	10	7	20	16	4	27
8	25	1	16	17	4	11	9	8	20	16	5	27
8	24	1	16	17	3	11	9	8	20	16	6	28
10	24	*S	16	16	2	12	8	9	20	25	7	28
11	23	1	17	16	2	12	8	10	21	14	8	28
12	23	2	17	16	1	12	8	10	21	14	9	28
13	22	2	17	16	1	12	7	11	21	13	9	29
14	21	3	17	15	*P	13	7	11	21	12	10	29
15	21	4	17	15	1	13	6	12	21	12	11	29
16	20	5	18	15	1	13	6	12	21	11	12	29
17	19	5	18	14	2	13	5	13	21	11	13	30
18	18	6	18	14	2	13	5	13	21	10	13	30
19	18	7	18	13	3	13	4	13	21	9	15	30
20	17	7	18	13	3	13	3	14	21	9	15	30
21	15	8	18	12	4	13	3	14	21	8	16	30
22	15	8	18	12	4	13	2	15	21	7	17	30
23	14	9	19	12	5	13	2	15	20	7	18	30
25	14	10	19	11	5	12	1	16	20	6	18	30
25	13	11	19	11	6	12	1	16	20	5	19	30
26	12	11	19	10	6	12	*S	17	20	4	20	30
27	11	12	19	10	7	12	1	17	20	4	20	30
28	10	12	19	9	7	12	1	17	19	3	21	29
39	10		19	9	8	12	2	18	19	2	22	29
30	9		18	8	8	12	2	18	19	1	23	29
1	8		18		8		3	18				29

PHÆNOMENON NONUM.

1327. *Præcessio æquinoctiorum, seu magna firmamenti revolutio circa polos ecliptica in consequentia signorum annis* 25740 (*Fig.* 6).

EXPLICATIO. Phænomenon est hoc in natura maximum in systemate terræ immobilis nullo pacto explicandum, quod sufficeret ad solis immobilitatem, & telluris motum ostendendum. Qua ratione fit, ut totum cælum quotidie revolutionem faciens ab oriente in occidentem circa polos æquatoris alteram revolutionem faciat ab occidente in orientem circa polos eclipticæ annis 25740? (1131, 1165). Primo phænomenon explicabimus ejus causam tantum indicantes: postea ostendemus quænam causa constans sit phænomenon pariens juxta notissimas naturæ leges.

Quæ causa lunam regredi facit in antecedentia signorum, æque concurrere debet ad æquatoris terrestris regressum æque in antecedentia (1240); quandoquidem æquator terrestris intumescens, & veluti extra globum extans eclipticæ plano, ut & lunaris orbita, est inclinatus; & quodvis hujus armillæ elementum motum habet ab occidente in orientem circa terræ centrum, ut & luna in sua orbita. Singula igitur hæc elementa sentiunt eandem vim perturbatricem, quæ in lunam agit, & qua per punctum magis occidentale eclipticæ pellitur in quavis revolutione (1238). Quare præter motum diurnum, & annuum supposito telluri *tertio motu*, quo partes ejus omnes lentissime regrediuntur in antecedentia signorum eclipticæ plano parallelæ, nihil, nisi necessario a legibus naturæ consequens supponetur. Quænam integra motus hujus tertii causa sit quamprimum perpendemus: hic illum supponamus, quæque inde sequantur videamus (*Fig.* 6).

I. Sit

I. Sit igitur A *p b m* A tellus: *p* T *m* *axis terrestris*, circa quem partes omnes telluris quotidie convertuntur ab occidente in orientem; *d* T *e*. *alter axis terrestris*, circa quem fit magna revolutio partium omnium telluris ab oriente in occidentem eclipticæ parallela annis 25740.

Axis *p* T *m* semper æquatori terrestri A T *b* perpendicularis perseverat; axis *d* T *e* semper eclipticæ FTG in quovis puncto F, T, G, in quo tellus sit in annua revolutione circa solem, perpendicularis perseverat. Ratio horum est, quia in vacuo, aut in medio non resistente, nihil est, unde alteruter axis directionem mutet: vires enim centrifugæ, & centripetæ, quæ tantum in hos axes agunt, æque agunt in omnes earum partes hinc inde a telluris centro æque distantes. quum vero semel partes hæ æquilibratæ sint, in telluris annuis, & diurnis revolutionibus æquilibratæ perseverare debent. Si sex mensibus punctum *m* paulo minus a sole distans magis ab hoc astro attrahitur, quam punctum *p*; sex mensibus sequentibus punctum *p* eandem attractionem subit; & æquilibrium aut perseverat, aut perpetuo restituitur.

II. Sub æquatore intumescente A *b* A, & armillam veluti efficiente circa axem terrestrem *p* T *m* sit urbs A: hæc in diurnis revolutionibus circa hunc axem successive ad zenith habet stellas omnes, & puncta omnia circuli VTV. Si urbs hæc nullum alium motum haberet præter diurnum, & annuum telluris, semper ad zenith easdem stellas haberet, eademque puncta, sicuti ad sensum pluribus mensibus habet.

Verum urbs hæc tertium motum habet, quo annis 25740 revolutionem faciet A *g a c* A ab oriente in occidentem circa eclipticæ axem D *d e* E. Urbs hæc ergo annis 12870 erit in *a*; tunc vero semper in terrestri æquatore sita, & diurnas revolutiones *a* B *a* faciens ab occidente in

in orientem habebit successive ad zenith stellas omnes, & puncta omnia cælestis circuli ZTZ.

III. Quum terræ partes invicem adhæreant, dum urbs A revolutionem retrogradam efficit *AgacA* circa polos eclipticæ, axis terrestris *p*T*m* revolutionem retrogradam *pqrsp*, *mnokm* efficere debet circa eclipticæ axem *d*T*e*. Axis terrestris hic *p*T*m* indefinite utrinque productus itaque annis 25740 describit circa eclipticæ polos D, E conos duos ad verticem T oppositos PTR, MTO; quod ejus ad planum eclipticæ inclinationem non immutat æqualem gradibus 90 dempto DP, vel DQ, vel DR, vel DS, qui sunt radii quatuor ejusdem circuli PQRS.

Motus hic conicus axis terrestris *p*T*m*, vel axis mundi PTM in dies non est sensibilis, aut in menses, quum quotannis sit tantum secundorum ferme 50; neque ad sensum parallelismum tollit, quem axi terrestri supposuimus in quavis solitaria circa solem revolutione (1314).

IV. Motus hic conicus aliquot sæculis efficere debet, ut totum immobile firmamentum loco motum esse videatur. Efficere debet, exempli causa, ut dum axis terrestris directionem, & positionem habet *p*T*m*; puncta cælestia P, M sint poli mundi; & stellæ V, V sint in æquatore.

At vero annis 12870 axis terrestris *p*T*m* transierit in *r*T*o*: polus cælestis borealis, qui erat in P, erit in R; polus cælestis australis, qui erat in M, erit in O: æquator cælestis, qui erat in VTV, erit in ZTZ: stellæ Z, Z quæ erant altera ad boream, altera ad austrum æquatoris, erunt in æquatore: ceteræ quoque stellæ omnes locum respectu æquatoris mutasse invenientur, aliis ad mundi polos R, O accedentibus, aliis inde recedentibus.

V. Quum totus æquator cælestis AT*b* perpetuo regrediatur in antecedentia signorum, jam ejus

ejus diameter retrogradam revolutionem faciens *AgacA*, *bfBbb*, eclipticæ planum 1, 2, 3, 4, secat in punctis quotannis magis occidentalibus, modo in 3, postea in 4. Atquum æquator terrestris cælestem definiat, hic quoque regredi videbitur in antecedentia signorum eclipticam secans in punctis semper magis occidentalibus.

Hinc stellæ quotannis progredi videntur eclipticæ parallelæ in consequentia signorum ea quantitate, qua æquator cælestis, & terrestris quotannis regreditur in antecedentia, scilicet 50″, 20‴ ferme. Exempli causa, stella, quæ annos ante 71 videbatur in intersectione eclipticæ, & æquatoris in æquinoctio verno, apparebit fermé gradum ultra punctum æquinoctii verni; quum modo æquator eclipticam secet in puncto ferme gradum magis occidentali. Hinc phænomenon præcessionis æquinoctiorum omnibus circumstantiis convestitum, ut observationibus exhibetur, & ut alibi illud exposuimus (1131).

VI. Motus hic telluris retrogradus circa axem eclipticæ causam constantem postulat. Est hæc solis, & lunæ simul attractio in protuberantem æquatoris terrestris partem agens: hanc in sequentibus explicamus.

Phænomeni hujus causa physica.

1323. ASSERTIO I. *Attractio solis in protuberantem æquatoris partem eum retrogradum reddere debet.*

EXPLICATIO. Tellus ad polos compressa est, ad æquatorem elevata, & æquatoris diameter axe per polos transeunte leucis 12, aut 15 longior est (*Fig.* 50). Si in hoc sphæroide concipiatur circulus, cujus centrum sit ipsum terræ centrum, diameter vero axis terræ, hic circa suam diametrum, seu axem terræ circumvolutus solidum sphæricum describet, circa quod ma-

materiæ ſtratum relinquet, cujus craſſities, ad polos nulla, utrinque uſque ad æquatorem creſcet: eſt hæc materia protuberans æquatoris, a qua oritur terræ revolutio circa polos eclipticæ in antecedentia ſignorum. Sit ergo tellus TAMBNA circa ſuum axem eclipticæ inclinatum diurnas revolutiones faciens AMBNA ab occidente in orientem (*Fig.* 14).

I. Materiæ ſtratum hoc AMBNA anuli extantis ſpeciem efficit utrinque ad eclipticæ planum NRM inclinati, quod in M & N ſecat. Quævis anuli hujus particula B tribus viribus agitur: projectili BD per tangentem: centripeta BT ad terræ centrum: altera centripeta BS ad ſolis centrum. Poſtrema hæc vis BS agit hic in particulam B extra planum æquatoris poſitam, ut alibi oſtendimus, eam agere in lunam extra eclipticæ planum poſitam (1238). Itaque,

II. Poſtrema hæc vis, ſive attractio ſolis obliqua eſt particulis omnibus anuli extantis, quæ non ſunt in eclipticæ axe STR. Vis ergo BS in duas reſolvitur BV, BT (1238, IV.), quarum altera BV nititur partem B ad ſolem adducere: altera BT eandem partem B nititur adducere ad planum eclipticæ NRM.

III. Pars hæc B ex vi projectili BD, & ex ſua gravitate BT ad terræ centrum pergeret planum eclipticæ ſecare in M. Verum ex ſolis actione BT, quæ eam quoque nititur ad eclipticæ planum adducere, citius, & propius planum hoc attinget in *n*, non ſerius, & remotius in N.

IV. Sit in centro terræ diaphanæ oculus particulam, ſeu urbem B obſervans dum per eclipticæ planum tranſit. Quum per illud tranſit in N, videtur in cælo in Q: quum in ſequentibus revolutionibus tranſibit per *n*, videbitur in cælo in P in puncto magis occidentali; & regreſſa videbitur arcu QP in antecedentia ſignorum PQXY.

V. Pars

V. Pars ergo hæc B in quavis revolutione circa terram, cujus centrum semper est in plano eclipticæ, hoc planum attinget in puncto semper magis occidentali; & repetitis suis revolutionibus planum eclipticæ secabit in innumeris diversis punctis, quæ visa e centro terræ referentur retrograda in antecedentia signorum ad omnia eclipticæ cælestis puncta Y X Q P O.

Spatium totum a tellure in annua circa solem revolutione percursum puncti instar est, infinitæ stellarum O P Q X Y distantiæ comparatum. Quare tellus veluti immota in T censeri potest; & molecula B veluti diurnas revolutiones suas B N A M B faciens eclipticam successive secans in N, *n*, *b*, M, *m*, &c.

VI. Idem continget particulæ cuivis N, A, M anuli hujus extantis, & plano eclipticæ inclinati: obliqua enim solis actio in quamvis particulam in duas resolvitur A Z, A T, quarum A T insumitur in particula A ad eclipticæ planum adducenda, & ad punctum *m* attrahenda, dum secus iret longius in M. Ergo ex obliqua solis actione quævis anuli hujus particula regredi debet. Ergo totus æquator terrestris, qui est ipsa harum partium collectio, ex hac solis actione regredi debet, & secum terram totam retrogradam reddere.

1329. ASSERTIO II. *Lunæ attractio in prominentem æquatoris terrestris materiam ipsa quoque in ejus motum retrogradum influit.*

EXPLICATIO. Æquator terrestris lunæ orbitæ quoque inclinatus est: & ex generalis attractionis lege quævis anuli illius extantis particula in lunam tendit, aut in solem, & in terræ centrum. Dum luna itaque circa terræ centrum convertitur, partes omnes anuli hujus B, N, A, M attrahit: at ejus actio, ut illa solis, in duas resolvitur. Quod supra de sole diximus, de luna hic dici potest. (*Fig.* 14)

I. Sit igitur luna in quovis orbitæ suæ NRM

S N

SN puncto S. Hic luna attrahet particulam terrestrem B directione B S. At hæc actio B S in duas resolvitur, quarum altera B V nititur partem B ad lunam trahere; altera illam ad planum orbitæ lunaris adducere, extra quam pars B sita est.

II. Pars B T itaque attractionis lunaris efficiet, ut particula B lunarem orbitam secet in n, non remotius in N; pars vero B citius planum eclipticæ attinget, ad quod luna extra ipsum sita semper tendit. Idem dicas de æquatoris terrestris particulis M, A, N.

Ex Neutoni supputationibus quantitas regressus ex actione lunæ in æquatorem terrestrem est ferme quater, & semis actione solis major.

1330. OBJECTIO. Revolutio retrograda nodorum lunæ a sola solis actione parta annis ferme 19 completur: quæ æquatoris terrestris revolutio retrograda a conjunctis solis, & lunæ viribus orta annis tantum 25740 campleatur?

RESPONSIO. Quatuor præcipuis rationibus æquatoris terrestris regressus orbitæ lunaris regressu multo lentior est. (*Fig.* 14)

I. Vis perturbatrix, qua luna in B regreditur, exhibetur per B T distantiam lunæ a centro terræ, hoc est terræ radios ferme 60: at vis perturbatrix, qua pars quævis æquatoris terrestris regreditur, exhibetur per B T, distantiam scilicet partis illius a centro terræ, seu radium unum terræ. Actio ergo solis, qua regreditur luna (1238), est sexagies major actione solis, qua pars æquatoris terrestris regreditur.

II. Pars extans æquatoris terrestris regredi nequit, quin totam terrestrem massam secum trahat. Quum vero hæc lunæ massam sexagies ferme, & quater excedat (1190); actio vim retrogradam lunæ imprimens, multo minorem multo majori telluris massæ imprimere debet.

III.

III. Telluris materia protuberans ab æquatore ad polos diffusa armillam sub æquatore collectam totam re ipsa non efficit: minus propterea a solis, & lunæ vi perturbatrice afficitur.

IV. Eo major est regressus, quo causa efficiens diutius agit, seu quo tempus periodicum diuturnius est. Atqui revolutio anuli terrestris completur horis 23, 56′: lunæ revolutio fit diebus 27, horis 7, 43′. Ergo ex his omnibus æquator terrestris lunari orbita multo lentius regredi debet. Non ergo mirum, puncta æquinoctialia revolutionem retrogradam circa polos eclipticæ complere tantum annis 25740, dum illam lunæ nodi complent annis ferme 19.

CONCLUSIO. Maximum hoc naturæ phænomenon, *præcessio æquinoctiorum* ita explicatur. In hypothesi terræ immobilis nullam explicationem admittit: in systemate terræ planetæ est tantum mutuæ corporum gravitationis consectarium.

Quam arcte omnia in natura connexa sint hic apparet; quam belle causæ physicæ phænomenis, hæc illis congruant; qua ratione phænomenon, quod solitarium videtur, cæteris rebus connexum sit: qua ratione æquatoris intumescentia, exempli gratia, quæ tantum legum generalium impulsus, & attractionis consectarium videtur, phænomenorum cælestium maximo connexa sit; & qua ratione hujus explicatio ceteras omnes intumescentiæ æquatoris demonstrationes confirmet.

PHÆNOMENON DECIMUM.

1331. *Aberratio fixarum; sive exiguus motus apparens, quo videntur quotannis circa suum verum locum curvam describere, cujus radius est secundorum ferme 20.* (1165, III)

LEMMA. Explicatio tradenda, & passim admissa auctorem habet celebrem superioris sæculi astro-

astronomum Bradleium Anglum. Duobus principiis passim receptis innititur, quorum alterum ad virium resolutionem spectat, alterum ad visionis theoriam.

I. Principium primum. *Si corpus incurrat in planum, quod moveatur, ictus non sequitur corporis percutientis directionem, sed diagonalem inter percutientis, & percussi corporis directiones.* Exempli causa (*Fig.* 39)

Sit corpus C in planum A B incidens. Si planum est immotum, percussio fiet directione A R. Si vero planum eodem tempore moveatur directione A B; hoc ex viribus conspirantibus A B, A R nitetur moveri directione A P; & percussio ex viribus A B, AR orta æquivalebit percussioni partæ a sola vi AP exhibita per diagonalem parallelogrammi, cujus duo latera sint vires conspirantes. (346)

II. Alterum principium. *Objecta videmus in directione ictus a radio lucido effecti quo momento radius oculum attingit.* (*Fig.* 41)

Quare si radius a corpore C adveniens oculum in A feriat directione A P; oculus objectum C videbit in Z. Si vero oculus A circa se convertatur semper ab eodem radio affectus directione AP; objectum C videbitur circa suum verum locum C describere circulum Z Y Z.

Ex hisce certissimis principiis facile apparens fixarum aberratio explicatur, quod phænomenon non nisi sæculo proxime superiore detectum fuit. Hoc initio incertas redditurum videbatur plærasque astronomicas observationes: at immortalitate tantum donabit eum, cujus acre ingenium illius causam physicam detexit, ipsumque exactissimo calculo subjecit. (*Fig.* 41)

1332. EXPLICATIO. A successivo lucis motu, & ab annuo telluris motu in ecliptica apparens fixarum aberratio procedit. Siquidem

I. Dum observatoris oculus A a radio C A a stella veniente afficitur, oculus hic motu A B

cum

cum tellure per eclipticam fertur: ergo oculi affectio fit, non jam directione AR radii oculum ferientis, nec directione AB telluris, qua asportatur, sed directione diagonalis AP parallelogrammi, cujus latera sunt vires duæ conspirantes AR, AB. Si ergo velocitas radii CA rationem finitam habet ad velocitatem AB, qua oculus cum tellure fertur per eclipticam; punctum radians C videbitur non in suo vero loco C, sed in extremitate lineæ percussionis PAZ, quandiu duæ directiones CA, AB angulum efficient in oculo in A sito.

II. Atqui velocitas radii oculum ferientis ad velocitatem telluris oculum asportantis finitam rationem dicit: dum enim lux horæ octante leucas percurrit 30000000 (895), tellus arcum percurrit secundorum ferme 19 in orbita, cujus diameter est ferme leucarum 60000000, & cujus peripheria est leucarum ferme 188000000 (*Math.* 480). Atqui in hac peripheria arcus secundorum 19 est ferme leucarum 2755; ut inveniemus dividendo leucas 188000000, per secunda 1296000, quot hæc peripheria continet. Datur ergo ratio finita inter radii oculum ferientis, & telluris oculum asportantis velocitatem; datur enim evidenter ratio finita inter leucas 30000000, & 2755. Ratio hæc est :: 10526 : 1; hoc est lucis velocitas major est telluris velocitate per eclipticam vicibus 10526. (*Fig.* 41)

Si radii velocitas esset telluris velocitati æqualis, stella C videretur in Z ad graduum 45 distantiam a vero suo loco. Si velocitas AR esset infinita velocitati AC comparata, stella C in suo vero loco C videretur; tellus enim velocitati infinitæ comparata veluti quiesceret; tunc vero latus AB telluris velocitatem referens, quum veluti nullum sit lateri AR radii velocitatem referenti comparatum, diagonalis PA, in qua objectum videtur, lateri RA ad sen-

sensum congrueret. At si velocitas A radii sit multo maxima, rationem tamen finitam dicens ad telluris velocitatem AB, stella C, a qua venit radius, videbitur in linea PAZ ad exiguam a suo vero loco distantiam quandiu radii, & telluris directio angulum in oculo A faciet.

III. Hic apparet, si phænomenon, quod explicamus, successivam lucis propagationem supponit, ipsum quoque hujus successivæ propagationis certissimum argumentum esse; sine hac propagatione siquidem explicari nequit.

IV. Alibi ostendimus, lucem ad nos a sole venire ferme horæ octante; unde sequitur, eam hoc tempore percurrere leucas ferme 30000000, & quovis secundo leucas ferme 66666. (895, 1221)

V. Si telluris orbita, seu leucæ 188000000 dividantur per tempus, quo hæc orbita percurritur, seu per dies ferme $365\frac{1}{4}$; seu per secunda 31557600, inveniemus a tellure percurri quovis secundo leucas ferme sex. Ergo *telluris motus annuus in sua orbita est ferme centies tricies celerior globi bellici motu mœnia diruentis.* (391); posita enim globi hujus celeritate centies tricies majore, non nisi leucas ferme sex quovis secundo percurreret, ut tellus.

Ex principiis hactenus statutis tria consequuntur, quæ cetera hujus aberrationis phænomena hactenus observata clara in luce statuent. (1165, III.)

1333. COROLLARIUM I. *Stellæ, quæ sunt in plano eclipticæ videri debent lineam rectam in hoc plano describere, quæ eas modo ad orientem, modo ad occidentem traducat; nec nisi bis in anno eas in vero loco videre sinit.* (*Fig.* 37)

DEMONSTRATIO. Circa solem S sit *abcda* ecliptica, sive orbis annuus telluris. Sit quoque ad immensam distantiam stella immobilis A in plano eclipticæ.

I. Ocu-

I. Oculus observatoris cum tellure translatus, & semper ad stellam A conversus exiguum arcum *aa* percurrat; qui ad sensum linea recta, aut planum erit; dum radius a stella A veniens partem spatii A *a* percurrit, & oculum mobilem in *a* attingit. Oculus a radio ictus directione *ax*, & a tellure translatus directione *an*, stellam A non in linea *a* A videbit, sed in diagonali *ra* B: stella igitur extra suum verum locum in B videbitur.

II. Idem oculus semper a tellure translatus, & ad stellam A conversus in *b* adveniat. Ibi motus telluris oculum transferentis, & motus radii oculum ferientis sunt in eadem directione *bb*, nec jam angulum faciunt, aut diagonalem præbent: oculus ergo est aut veluti in plano immobili, aut in plano, quod movetur in directione corporis percutientis. Ictus ergo, quo percutitur, totus est in directione corporis percutientis, seu radii A *b*: ergo stella A videbitur in linea, quam sequitur radis iu A *b* ab ipsa in oculum *b* conjectus: videbitur ergo in suo vero loco A.

III. Transeat ex *b* oculus in *c*. Ibi oculus directione *cm* translatus, & a radio ictus directione *cg* stellam A videbit non in linea *c* SA, sed in diagonali *vc* C: ergo stella A extra suum verum locum in C videbitur.

IV. Transeat oculus ex *c* in *d*. Ibi transfertur a tellure directione *d* K, & a radio afficitur directione *df*: directiones hæ concurrunt in eandem lineam K *df*: oculus in *d* semper ad stellam A conversus est aut veluti in plano immobili, aut in plano, quod movetur contra directionem corporis percutientis: nulla est igitur diagonalis: & ictus, quo oculus afficitur, totus est in directione *d* A radii. Itaque stella A iterum in suo vero loco A videtur.

1334. NOTA. Verosimillimum est, radium, a quo oculus afficitur quum stellam aspicit, ab

anno,

anno, & ultra ab hac stella erupisse; lucis enim propagatio est successiva; & radius horae octante percurrens leucas 30000000 annum, & ultra insumere debet ad spatium inter nos, & stellas minus remotas intercedens percurrendum. At temporis diuturnitas, qua radius a stella ad oculum in *d*, & *b* fertur, nihil stellae positionem immutat; quum enim stella A sit immobilis, hodie in eo ipso puncto est, in quo decem menses ante, aut annos triginta, aut mille erat. Nihil ergo interest, utrum radius A *d*, quo illam video in A quando sum in D, ab illa venerit aut unico instante, aut a pluribus mensibus, aut annis.

Posita stella A a tellure distante leucas 280000000000 (1340), & spatio a radio quovis horae octante uniformiter percurso leucarum 30000000 (895); calculo invenies, radium hunc non nisi mensibus 16, aut 17 ad terram appulsurum. Stella haec A ex telluri propinquioribus esse supponitur.

1338. COROLLARIUM II. *Stellae in polis eclipticae sita videri debent circellum describere quotannis circa proprium locum, quin unquam in illo videantur* (*Fig.* 38).

DEMONSTRATIO. Circa solem S sit ecliptica, seu orbis annuus telluris *a b d a*: sit quoque R stella in alterutro eclipticae polo.

I. Oculus perpetuo ad stellam R conversus feratur in ecliptica ab *a* in *v*: stella R videbitur in *m* in diagonali *r a m* (1332). Quum oculus a *b* in *c* transierit, stella R videbitur in *n* in diagonali *x b n*. Quum oculus erit in *d*, stella R videbitur in *o* in diagonali *t d o*.

Itaque stella R in telluris, & oculi revolutione videbitur curvam *m n o m* circa suum verum locum descripsisse, quin unquam in illo visa fuerit: directio enim radii oculum ferientis, & directio telluris oculum asportantis nunquam concurrunt, & semper inter se angulum faciunt

ciunt ad sensum rectum. Curva *m n o m* erit ad sensum circulus: omnes enim diagonales, quibus constat, sunt plano eclipticæ æque inclinatæ; seu potius describitur a revolutione ejusdem diagonalis semper secundis ferme 20 ad eclipticæ planum inclinatæ.

II. Quum telluris a sole distantia telluris a stellis distantiæ comparata ferme nulla sit (*fig.* 40); oculus circa eclipticam *a d b c a* conversus censeri potest circa se ipsum conversus in eclipticæ centro *c*; seu circa se ipsum conversus in A (*fig.* 41), semper nisu A B ad motum sollicitatus, & semper in directione A R a radio a stella C emisso affectus. Enimvero oculus hic circa se conversus in A semper stellam C videret in extrema diagonali P A Z, quæ diagonalis in cælo circulum Z Y Z describeret circa stellæ C verum locum.

1336. COROLLARIUM III. *Stellæ inter eclipticæ planum, & polos sita videbuntur circa suum verum locum ellipsim describere, cujus axis primus erit eclipticæ parallelus.*

EXPLICATIO. Stellæ, quæ sunt in plano eclipticæ quum lineam aberrationis, quæ sunt in eclipticæ polis quum circulum aberrationis describant; facile intelliges, eas, quæ inter eclipticæ polos, & planum sunt, eandem aberrationis quantitatem eclipticæ parallelam servaturas ad orientem, & ad occidentem; at aberrationis quantitatem polos, & planum eclipticæ versus eo minorem futuram, quo stella eclipticæ plano propinquior erit, ubi aberratio in latitudine, seu polos versus nulla est; eo majorem, quo stella polis eclipticæ propinquior erit, ubi aberratio in longitudine, aberrationi in latitudine æqualis est. Postremum hoc corollarium a duobus præcedentibus consequitur.

Qua ratione juxta opticæ leges aberratio in tribus hisce casibus in cælo tamquam plano considerato visa, & projecta esse debeat perpende-

re

re omittemus; neque enim explicationi traditæ hæc inquisitio est necessaria.

Parallaxis orbis annui.

1337. OBSERVATIO. Alibi adnotavimus, stellas a telluris centro, aut superficie visas semper ad idem cæli punctum referri; atque hac ratione nullam habere parallaxim. Astri enim parallaxis eo minor est, quo illud a terræ centro remotius est (1212); distantia vero stellarum a centro terræ quum centri hujus distantiæ a terræ superficie comparata sit veluti infinita, stellarum parallaxis erit veluti infinite parva; hæc vero semper est ad sensum nulla.

At si terræ radius hac ratione nullus est, num radius, & diameter quoque terrestris orbitæ erit infinite parva propiorum stellarum distantiæ a tellure comparata? Non item. Hoc modo explicabimus (*fig.* 37).

1338. EXPLICATIO. Circa solem S sit annua terrestris orbita *abcda*, cujus diameter *dSb* est ferme leucarum 60000000 (1221). Sit quoque stella A primæ magnitudinis in hujus orbitæ, nempe eclipticæ plano. Sit quoque oculus in *b*, alter in S, tertius in *d* omnes ad stellam A conversi. Jam ostendimus oculum in *b*, & *d* stellam A videre, quasi ipse non moveretur (1333).

Quum ultra stellam A spatium sit infinitum, tres hi oculi æquivalenter immobiles eandem stellam A in tribus diversis spatii infiniti punctis videbunt (912): oculus S illam videbit in Y; oculus *b* in X; oculus *d* in Z. Est hæc stellæ hujus parallaxis in orbe annuo: minima quidem, quam veteres astronomi non detexerant, at quæ a recentioribus comperta in angulo parallactico XAZ, vel *dAb* ad illustriores stellas, quæ nobis propinquiores censentur inventa est secundorum ferme trium, aut quatuor.

1339. DEFINITIO. *Parallaxis orbis annui* dicitur differentia inter verum locum astri a sole visi, & ejus a terra visi locum apparentem. Itaque,

I. Stella A in eclipticae plano immobilis nullam habebit parallaxim quum tellus erit in *a*, & *c*: tunc in Y, ut a solis centro, videbitur.

II. At quum tellure existente in *b*, aut in *d*, stella A erit in quadratura cum sole, seu gradus 90 ab illo distans, tunc maximam habet parallaxim. Exempli causa, tellure in *b* sita, ejus parallaxis est angulus X A Y, seu illi ad verticem oppositus S A *b*. Angulus hic in illustriorum stellarum centro est ferme 2″.

III. Si stella A semper aeque a tellure distans non in eclipticae plano, sed in polis esset; semper eandem parallaxim haberet, ubicumque in sua orbita tellus esset.

IV. Si stella A a tellure recederet; ejus parallaxis eo minor fieret, quo magis recederet. Quare omnium stellarum parallaxis non eadem est.

1340. PROBLEMA. *Data parallaxi stellae in quadratura cum sole, ejus a tellure distantiam invenire.*

SOLUTIO. Posita tellure in *b*, & stella in A in eclipticae plano, aut polis ad gradus 90 a sole, habebimus triangulum rectangulum AS*b*, in quo innotescit angulus AS*b*, qui est 90; angulum SA *b* datum, quem suppono 2″; & latus S*b*, distantiam telluris a sole notam leucarum ferme 30000000 (1221).

Qua methodo distantia lunae, aut solis a tellure invenitur (1220), eadem stellae a tellure distantia invenietur hac analogia: sinus notus anguli SA*b* 2″ est ad latus oppositum, & notum S*b* 30000000 leucarum; ut sinus notus anguli recti AS*b* est ad quartum terminum, qui exprimet latus *b* A, seu distantiam quaesitam:

& in

& in numeris 9.697: 30000000 : : 1000000000 : x (*Math.* 718).

Diviso mediorum producto per primum terminum, erit quotiens quartus terminus, seu quæsita distantia stellæ a tellure, leucarum ferme 300000000000.

Si stella A magis distet, angulus parallacticus erit minor, & minorem divisorem præbebit qui majorem distantiam exprimet. Si stella minus distet, angulus parallacticus maior erit, & si sit 2″, 6″, erit stellæ distantia leucarum 280000000000; ferme ut alibi indicavimus (1163 IV).

PROPOSITIO II.

1341. *Tellus est verus planeta, qui diurnas revolutiones faciens circa suum axem annuas revolutiones facit circa solem immobilem, aut veluti immobilem in centro mundi planetarii.*

DEMONSTRATIO. Innumeræ rationes non æque validæ, sed quæ simul sumptæ veram demonstrationem faciunt, motum telluris statuunt, & solis immobilitatem. Etsi alibi in hoc opere rationes hæ allatæ sint; operæ tamen pretium erit eas hic in unum collectas exhibere, ut sententiæ huic totius sanæ physicæ fundamento lux fulgidissima afferatur. Mox nihil in sacris literis huic sententiæ oppositum haberi ostendemus. Modo ad rationes veniamus; sunt autem,

I. *Diei, & noctis vices periodicæ*. Simplex telluris circa suum axem revolutio solis, planetarum, & stellarum præcipue revolutionem absonam, nec concipiendam circa tellurem horis 24 de medio tollit (1164, 1313).

II. *Anni temporum reditus periodicus*. Simplex terræ revolutio circa solem (1314), solis motum per spirales ab austro ad boream, & hinc illuc de medio tollit, cujus motus causa concipi nequit, quique motus notis motus legibus

 omni-

omnibus adversatur, nec stantibus notis naturæ legibus explicari potest; adeo ut, si sol re ipsa circa tellurem in ecliptica movetur, peculiari, & supra naturam Creatoris actione moveri debeat.

III. *Præcessio æquinoctiorum*. Simplex terrestris axis motus conicus retrogradus, cujus unica causa physica est mutua corporum gravitatio (1327), motum submovet totius firmamenti circa polos eclipticæ ab occidente in orientem eo ipso tempore, quo innumeras revolutiones explere deberet circa mundi polos ab oriente in occidentem: qui duo motus implicatissimam mundi totius machinam efficerent. Mira est nostræ hypothesis simplicitas; si tantum sententia tam solide statuta adhuc hypothesis dici possit.

IV. *Aberratio fixarum*. Sane, posita tellure immobili, stellarum motus esset maxime implicatus. Præter motum diurnum æquatori parallelum ab oriente in occidentem; præter earum motum retrogradum ab occidente in orientem eclipticæ parallelum, quotannis motum haberent periodicum aberrationis circa earum verum locum: aliæ quotannis lineam, aliæ circulum, aliæ ellipsim describent. Quorsum hæc omnia? Hypothesis telluris planetæ motus hos omnes frustra convulsos, & summo, ac sapientissimo Opifice indignos amovet. In nostra hypothesi fixarum aberratio est simplex illusio optica a telluris motu circa solem in ecliptica procedens (1332).

V. *Planetarum stationes, & regressus*. Simplex telluris circa solem revolutio majori velocitate, quam qua planetæ superiores moveantur, minori, quam qua inferiores, rem perficit. Hinc motus inepti planetarum supprimuntur, ad quos in hypothesi terræ immobilis adiguntur, eorumque motus æque simplices evadunt, ac globi bellici e tormento projecti motus, cujus curvam vires projectilis, & centra-
lis

lis definiunt. In systemate telluris planetæ, superiores planetæ, & inferiores semper re ipsa directi sunt, nunquam stationarii, aut retrogradi: eorum stationes, & regressus sunt tantum illusiones opticæ, quarum causa physica assignatur, & demonstratur (1317).

VI. *Celebres Kepleri leges.* Ex virium centralium theoria, ex secunda lege Kepleri, quæ una est ex præcipuis naturæ legibus corpora omnia circa idem centrum revoluta habent quadrata temporum periodicorum cubis distantiarum mediarum proportionalia (1261, 1303).

At vero, si tellus sit immobilis, jam sol, & luna circa tellurem convertuntur; ergo quadratum temporis periodici lunæ esse deberet ad quadratum temporis periodici solis, ut cubus distantiæ mediæ lunæ ad cubum distantiæ mediæ solis: quod evidenter falsum est, ut calculo admodum simplici ostendi potest. Si enim cubi distantiarum mediarum lunæ, & solis a terra essent ut quadrata temporum periodicorum; distantiæ eorum mediæ essent ut radices cubicæ quadratorum temporum periodicorum (1262). Ast luna revolutionem suam perficit mense uno: periodi hujus 1 quadratum est 1, & quadrati hujus radix cubica 1. Sol revolutionem suam perficit mensibus 12: hujus periodi quadratum est 144; & hujus radix cubica est 5, & paulo plus. Ergo media lunæ a tellure distantia esset ad mediam solis a tellure distantiam ferme ut 1 ad 5; quum observationibus constet, mediam lunæ ad mediam solis distantiam esse ferme ut 60 ad 20000, vel ut 30 ad 10000, vel ut 1 ad 333 (1220).

Certum est, secundam hanc Kepleri legem in omnibus corporibus valere planetis, aut cometis, quæ circa solem convertuntur, & in omnibus satellitibus planetarum primariorum (1261); ex theoria vero virium centralium constat, valere in corporibus omnibus curvam

in se redeuntem circa idem motus centrum describentibus (1303). Quare ergo lex ista in lunæ, & solis motu circa terram non valeat, si re ipsa circa terram convertantur? Quare nam divinus naturæ Auctor solem a lege corporibus omnibus communi exemerit? hoc non nisi certissima demonstratione admitti potest. Nequit ergo sol circa terram converti, nisi generales naturæ, & motus leges evertantur; non ergo sol circa terram movetur.

VII. *Telluris ceteris planetis analogia*. Quum ut ceteri planetæ opaca sit, ad sensum sphærica, nonnullis minor, curnam præ ceteris motuum omnium cælestium centrum effecta fuerit? Dum ceteri planetæ circa suum axem convertuntur, ut solis aspectum, & noctium, ac dierum vices habeant, quare nam tellus a communi corporibus sibi similibus lege eximatur? Quare sol, planetæ, cometæ, sidera omnia quotidie circa tellurem, quæ iis comparata punctum est, convertantur? Naturæ Auctor, qui omnia sapientissime disponit, qui magna paucis facit, non parva multis, num ita rerum, & idearum nostrarum ordinem everterit? totum ne, & totum maximum parti hujus totius minimæ subjecerit? Innumeras ne immanes machinas rapidissimo motu cieri voluerit, ut unicæ atomo id obtineret, quod simplici hujus atomi conversione circa se, & circa astrum, circa quod atomi omnes illi similes convertuntur, obtineri potest?

VIII. *Polorum depressio, & æquatoris elevatio* (1372). Si tellus est immobilis, cur maris aquæ sub æquatore sex, aut septem leucis altiores sunt, quam sub polis? quum juxta hydrostaticæ leges ubique æqualem obtinere debeant altitudinem. Phænomenon hoc, quod in hypothesi terræ immobilis explicari nequit, est tantum motus diurni telluris circa suum axem consectarium. Tellus enim circa suum axem ab oc-

occidente in orientem revoluta partibus suis omnibus vim centrifugam imprimit gravitati oppositam, quæ eo major est, quo quævis pars majori velocitate donata est: quævis vero pars velocitatem habet suæ ab axe rotationis distantiæ proportionalem (1295). Ergo vis centrifuga maxima esse debet in æquatore, minor in zonis temperatis, nulla ad polos. Ut ergo inter mare ad æquatorem, & ad polos stet æquilibrium, columnæ aqueæ ad æquatorem altiores, quam ad polos, esse debent, ubi quum vis centrifuga nulla sit, actionem gravitatis non imminuit. Æquatoris igitur intumescentia telluris rotationem circa suum axem ostendit, ut plura alia phænomena ejus circa solem revolutionem ostendunt.

Hæ præcipuæ rationes sunt, quibus præjudicium terræ immobilis sublatum fuit, & rerum universitas opus infinita sapientia dignum. Apud astronomos, & alicujus nominis physicos telluris motus non amplius problema, sed certa sententia est, de cujus veritate nemo, nisi omnino in re physica jejunus, per hos dies ambigit. Hypothesis vera ostenditur, quum omnibus naturæ phænomenis congruere demonstratur & hæc phænomena, rejecta hac hypothesi, absurda demonstratur. Talis vero est hypothesis telluris planetæ. Si plura ad rei veritatem quæras, eris profecto inter Pyrrhonicos pertinacissimus.

Nonnulla contra tres telluris motus (1196) objici possunt, quorum solutio Copernici, Kepleri, Neutoni, astronomorum omnium hujus ætatis theoriam de mundi systemate magis, magisque confirmabit.

Objectiones solvendæ.

1341. OBJECTIO I. Si tellus quotidie circa axem converteretur, corpora in ejus superficie

ſoluta, ut aqua, arenæ, ſaxa, naves, homines bruta per tangentem in ſpatia cæleſtia abire deberent. Sit enim homo ſub æquatore: ibi tellus (motu annuo circa ſolem non conſiderato), motu diurno quotidie percurrit leucas ferme 9000, ſingulis horis 375, quovis minuto 6 $\frac{1}{4}$, quovis ſecundo hexapedas ferme 238. Hic homo igitur velocitatem habet ſaltem duplo cum triente illa majorem, qua globus bellicus in mœnia fertur (391); ergo homo hic mira hac velocitate vi centrifuga tanta præditus eſſe debet, ut per tangentem a ſuperficie telluris repellatur.

Præterea hic homo motu annuo cietur circa ſolem centies tricies majore (1332), quam ſit globi bellici mœnia diruentis velocitas: ergo ex vi centrifuga a duobus his motibus orta a tellure repelli deberet.

RESPONSIO. Non raro invenies, qui parum in re phyſica verſati duplici hoc telluris motu terreantur, quin immenſo illo motu terreantur, qui poſita tellure immobili, ſoli, planetis, & ſtellis præſertim tribuendus eſt.

I. Motu telluris diurno corpora terreſtria per tangentem diſpelli non debent. Ex his enim quæ velociſſime moventur, tantum hexapedas 238 quovis ſecundo percurrunt; unde vim centrifugam obtinent, qua tantum lineis ſeptem, aut octo a terræ centro recederent (*Math.* 534; dum eorum vis centripeta nititur illa ad terræ centrum adducere pedibus 15 quovis ſecundo (248). Itaque ex vis centripetæ exceſſu tanto in telluris ſuperficie conſiſtere debent.

II. Neque ex annuo telluris motu corpora a tellure per tangentem proijci debent: centrum enim telluris eodem motu annuo, quo terreſtria corpora fertur: centrum hoc vero, ut & terræ ſuperficies vi centripeta in ſolem tendunt, qua vis centripeta orta a motu per tangentem ſemper æquilibratur. (1285.)

1343. OBJECTIO II. Si tellus tanta veloci-

tate circa suum axem converteretur, motum hunc sentire deberemus, vertigine corripi, aeris resistentiam, ut in vento vehementissimo, pati. Avis e nido ad occidentem volans nidum non amplius invenire posset, qui immensa velocitate ad orientem fugit. Glans plumbea e fistula verticaliter explosa procul admodum ad occidentem caderet; tormenta majora murum ad orientem diruerent, ad occidentem non læderent; ibi enim in murum ferretur globus velocitate telluris aucta velocitate a pulvere pyrio indita: hic pergeret velocitate a pulvere pyrio indita, dempta majore, & opposita telluris velocitate. At nihil horum contingit; ergo nec diurnus, nec annuus telluris motus datur.

RESPONSIO. Nullum ex objectis ex telluris motu fieri debet.

I. Telluris rotationem sentire non deberemus: corpora enim omnia, quæ conspicimus, nobiscum rotantur, & eandem ad nos positionem servant; nec ulla sensatio est, quæ nobis loci mutationem indicet. Ita homo navi inclusus in procella leucas centum percurrit nescius an vi procellæ longius feratur, an vero eodem in loco tantum agitetur: in spatio enim, in quo inclusus est, nihil illi sensationem ullam parit, unde noscat iter, quo fertur, aut motum, quo a loco, ubi erat ante procellam, longe asportatur.

II. *Vertigine corripi non debemus*. Quum circa idem punctum, aut brevi gyro rotamur, sanguis, & humores motu centrifugo rotationis velocitati proportionali corripi debent, quo humores hi extra corpus ferri per totidem tangentes nituntur: motus hic eorum cursum, ac totius humanæ machinæ harmoniam perturbare debet, unde animæ operationes pendent. At nihil tale a diurno telluris motu oriri debet: horis enim 24 unicam tantum circa nos conversionem facimus, in hac vero revolutione,

cujus omnes exiguæ portiones ad sensum lineæ rectæ sunt (*Math.*534) partes omnes nostri corporis modice], & uniformiter a tangente deflectunt ex simplici motu gravitationis illis naturali, & communi, in quo nihil violentum est, unde organorum munera perturbentur.

III. Neque *ab aere* sensibilem resistentiam pati debemus; in vacuo siquidem, aut in medio non resistente athmosphæra tellurem ambiens, quæcumque sit ejus altitudo (743) cum tellure & nobiscum motu communi convertitur. Ita in navi piscis in cratere aqua pleno innatans veloci navis motu fertur, quin ab aqua, cui innatat, ullam sensibilem, & insolitam resistentiam patiatur.

IV. Si athmosphæra cum tellure non converteretur, avis e nido evolans intra minutum plures jam leucas a nido procul esset. At quum athmosphæra eo ipso motu, quo tellus, convertatur, avis a nido ea tantum quantitate recedit quam volatu addit, aut adimit motui athmosphæræ, a qua secum abripitur. Ita quis aut secundo, aut adverso flumine natat. Si secundo, aquæ cursum prævertere nititur, si adverso, oppositam aquæ velocitatem superare contendit. Si natator aquæ motum non percipit, putabit inter lintrem aquæ cursum sequentem, quem assequi vult, & inter se [interjectum dumtaxat spatium percurrisse; dum alio motu, quem non percipit], ipse, & linter longe alio translati fuerunt a loco, ubi natare cœpit.

V. Glans plumbea a fistula verticaliter explosa in ipsam fistulam recidere debet: glans enim e fistula erumpit duplici motu acta: telluris per tangentem, & a pulvere pyrio indito huic tangenti perpendiculari; a quo duplici motu per duplicem parabolam ad locum, unde discessit, reduci debet. (350)

Etsi glans hæc ascendens, & descendens re ipsa duplicem parabolam describat; tamen per-

pen-

pendiculariter ascendere, & descendere videbitur oculo in ipso fistulæ orificio collocato; ascendens enim, & descendens per infinitas diagonales semper in ipsius oculi zenith invenitur, qui singulis instantibus zenith mutat, ut & glans ipsa. Si glans ista sit elastica, & in planum horizontale reflectens cadat; planum hoc quum moveatur novum motum illi imprimet a fistula impresso similem; & hic motus quoque verticalis apparebit; etsi re ipsa verticalis non sit. Idem de omnibus corporibus in terræ superficiem verticaliter labentibus dicendum est.

VI. Globus bellicus eandem ruinam faciet muri orientalis, ac occidentalis. Globus *in murum orientalem* incurrens motum telluris habet addito motu a pulvere pyrio impresso; at murus ab ictu se subducit tota telluris velocitate; impressionem ergo admittet tantum motui a pulvere impresso proportionalem. Globus *in murum occidentalem* impingens motum habet a pulvere impressum, dempto motu telluris; at murus ipsi occurrit tota telluris velocitate: ictus itaque adhuc est, ut prior, motui a pulvere impresso proportionalis. (323)

Utrobique aer æqualem resistentiam, & æqualem sibilum edit; sive enim aucta velocitate moveatur globus in aeris directione, sive velocitate imminuta contra aeris directionem, eodem modo illum traiicit, ac ejus elasticas moleculas inflectit, unde idem sibilus exoritur. (753)

1344. **OBJECTIO III.** Si tellus quotidie circa axem convertitur directione A B C D A, horis 2 homo B positionem D obtinebit: hinc vero quare a D in V per cæli spatia non ruat? (*Fig.* 11)

RESPONSIO. Monuimus jam, *in spatio infinito neque superius esse, neque inferius* (1289): corpora terrestria ad terræ centrum tendere nec alio pacto niti aut ad nadir accedere, aut a zenit-

nith recedere. Quare homo, aut corpus quodvis in superficie terræ semper ad ejus centrum nititur ex sua gravitate AT, BT, CT, DT, nec in ullo puncto supra, aut infra terræ superficiem ad stellarum regionem tendit, ad quam nullo sensibili nisu trahitur.

Nemo ignorat, navem e Britanniæ, aut Galliæ portu solventem, ut mundi ambitum perficiat, secus Americam meridionalem navigare, per fretum Magellanicum transire, oceanum meridionalem traiicere ad Galliæ, & Britanniæ antipodas, ad Sinicum Imperium, & Indas orientales appellere; inde redire per promontorium bonæ spei ad portum, unde solverat. In tota hac circa orbem terrestrem revolutione ejus gravitas eam aquis immersam tenet, & nititur ad terræ centrum trahere in oriente æque, ac in occidente, in Londini antipodibus, ut Londini. Quare navis in D non ad V, sed ad punctum T e diametro oppositum tendit.

1345. OBJECTIO IV. Si tellus quotannis circa solem in ecliptica converteretur, polum in cælo perpetuo mutare deberemus. Exempli causa, ponamus oculum in utroque extremo axis, circa quem tellus quotidie convertitur, dum hic axis semper æquatori perpendicularis eclipticam percurrit. (*Fig.* 10)

Quum tellus est in Q, oculo D polus cælestis erit punctum *m*: quum post sex menses tellus est in T, eidem oculo D polus cælestis erit punctum *o*. Atqui puncta hæc duo invicem distant leucis ferme 60000000, quantus est axis orbitæ terrestris, seu duplex distantia media telluris a sole.

RESPONSIO. Tellus eclipticam percurrens quovis instante re ipsa polum mutat; ejus enim axis *mm* indefinite utrinque productus quotannis in cælo cylindrum *mom* describit, cujus diameter est ferme leucarum 60000000. At quum hujus cylindri diameter *m* V *o* in cælo arcum

subtendat tantum secundorum 3, vel 4, ex celeberrimorum nostræ ætatis astronomorum supputationibus, diameter *m V o* veluti punctum in cælo apparere debet ; axis vero terrestris, qui circa hanc diametrum convertitur semper ad idem cæli punctum referri ad sensum videbitur.

Nemo ignorat, ex opticæ legibus duas parallelas *m m*, *o o* in immensa distantia concurrere videri (929). Sive ergo tellus sit in Q, sive in T, ejus axis *m m*, *o o* videri debet ad eadem cæli puncta V, V pertingere.

Tota recentium astronomorum sagacitas requirebatur, ut detegerent, axem terrestrem non semper ad idem cæli punctum referri ; & sex mensibus diversitatem haberi secundorum 3, aut 4. Quæ diversitas nullo instrumento deprehendi potest, nisi geometricis, & astronomicis acutissimis cognitionibus adjuvetur. Ergo in quavis annua revolutione eundem ad sensum axis terrestris polum respicit.

1346. OBJECTIO V. Si tellus circa solem convertitur, mundi polus alternis attolli, & deprimi debet respectu horizontis incolæ terrestris. Si enim ab austro ad boream leucas 25 sub eodem meridiano percurram ; video polum borealem ferme gradum unum attolli ; si sub eodem meridiano leucas 50 percurram, video eundem polum ferme duos gradus deprimi. Potiori ratione tellus poli altitudinem mutare deberet a tropico ad tropicum transiens & alternis ad alterutrum polum pluribus centenis millibus leucarum accedens.

RESPONSIO. *Altitudo poli* est minimus arcus, qui a polo ad loci horizontem duci possit. Arcus hic eidem loco semper idem est, in quovis tropico tellus sit ; axis enim terrestris, qui polum cælestem definit, semper ad sensum sibi parallelus est, & eandem ad loci horizontem inclinationem servat. Magna revolutio conica axis terrestris circa polos eclipticæ nec ipsa quidem

dem poli altitudinem mutare facit; loci enim horizon eodem modo convertitur, quo axis terrestris; hic vero in conica revolutione semper plano aequatoris inclinatus perseverat eadem quantitate, scilicet gradibus 66, 32′.

Si quaeras quare ab austro ad boream, aut a borea ad austrum procedens diversam habeat poli altitudinem, dum a tropico ad tropicum pergens eandem servat altitudinem, facile respondetur. Procedendo a meridie ad boream, aut vicissim in terrae superficie, mutatur horizon: contra vero a tropico ad tropicum super eodem puncto terrestris superficiei semper idem horizon habetur. In primo casu horizon respectu poli deprimitur, aut elevatur; in secundo horizon respectu poli eandem servat positionem. Exempli gratia, (*Fig.* 8)

I. Si in loco quovis A superficiei terrestris esset planum ASR horizonti FTP parallelum & quis in hoc plano procederet ab austro ad boream, aut vicissim, annis decem, aut centum; semper ad sensum idem zenith haberetur M, adeoque eadem poli altitudo; spatium enim percursum AS quum sit basis anguli AMS, effecti a duabus lineis ductis a zenith M ad duas spatii hujus extremitates, haberetur triangulum cujus basis AS lateribus comparata nulla esset. Ergo angulus M basi AS oppositus duobus aliis angulis comparatus nullus esset ad sensum (*Math.* 701): ergo duo anguli ad basim essent singuli ad sensum graduum 90: ergo punctum M semper in eodem ad sensum loco videretur.

II. Quum vero quis in superficie terrae ab austro ad boream, at vicissim procedit, in superficie curva incedit, quae perpetuo inclinata novum quovis instanti zenith, & horizontem praebet. Exempli causa, sint R, V poli mundi. Homo in C sub aequatore habet zenith punctum N, horizontem vero circulum RTV, cujus planum polos attingit. (*Fig.* 11)

Tran-

Transeat hic homo a C in *f*: ejus zenith erit punctum S, & horizon circulus HTG a polis distans toto arcu cælesti RG. Etsi spatium percursum C *f* leucarum centum, & ultra arcui cælesti NXSR comparatum nullum sit; tamen non exiguum est in arcu terrestri CK*f*B; & angulum efficit CT*f*, qui ad firmamentum productus totum arcum NXS continet, & polum R elevat quantitate RG.

III. Non itaque ex solo spatio ab austro in boream, aut vicissim percurso sensibilis zenith, & poli altitudinis mutatio fit, sed ex hujus spatii curvatura. Quare homo a cælesti tropico ad alterum transiens semper eidem terrestris superficiei puncto insistens neque zenith, neque poli altitudinem ad sensum mutat; tellus enim in ecliptica, ut in plano movetur; & spatium a tellure ab austro in boream, aut vicissim percursum veluti nullum est spatio stellis, & telluri interjecto comparatum.

1347. OBJECTIO VI. *Systematis Copernicani insigne vitium est duplex telluris motus, qui haberi nequit; alter scilicet ab occidente in orientem circa axem æquatoris; alter ab oriente in occidentem circa axem eclipticæ. Atqui duo hi motus sese invicem destruere debent; nec motus ab occidente in orientem in eodem mobili cum motu ab oriente in occidentem haberi potest. Ergo ruit systema Copernicanum.*

RESPONSIO. Si motus hi duo in tellure invicem pugnant; num in firmamento conciliabuntur? Ast evidens est, motus hos aut in firmamento, aut in tellure necessario dari. Quare objectio æque systema Ptolemaicum, Copernicanum, Tychonicum, & naturam ipsam oppugnat. In Copernicano systemate, quod tuemur, eam inanem esse ostendamus.

Repugnat, mobile simul ab occidente in orientem, & ab oriente in occidentem supra eundem axem converti; non vero supra duos

axes

axes diversos. Facile tres telluris motus exemplo omnibus noto dari simul posse ostendemus.

Turbo puerilis a funiculo circumvoluto motum rotationis concipit circa suum axem; ictus flagello in aera attollitur, & motum projectilem concipit, motu rotationis servato. In hoc turbine tres motus dantur, quos in telluri dari posse negatur.

I. Turbo in aerem elatus, & ab occidente, exempli gratia, in orientem projectus pergit supra suum axem rotari centrum gravitationi versus recidens: est hæc sensibilis *diurni*, & *annui telluris motus* imago, quæ dum ambobus his motibus agitur semper ad suum gravitationis centrum tendere pergit. (1285)

II. Si statim turbini tenuis lamina supponatur, illiusque motus sedulo consideretur; videbimus ejus axem, dum turbo circa illum convertitur, non semper esse plano sustinenti perpendicularem; sed ipsum axem, circa quem omnia turbinis puncta circulos parallelos describunt, *motum* habere, saltem sæpius, *conicum* modo majorem, modo minorem, qui axis motus motum rotationis non extinguit, quo partes omnes turbinis circa axem convertuntur, & sæpius directione opposita conicæ axis revolutioni. Itaque si turbo hic microcosmus esse supponatur; oculus in axis extremitate positus successive in cælo diversos polos haberet pro diversis ejus positionibus; & diversa hæc cæli puncta, ad quæ axis productus referretur, essent poli mobiles revolutionum omnium circularium circa axem.

En itaque imaginem motus conici telluris, cujus axis circa se conversus adhuc successive ab oriente in occidentem inflectitur, quin hæc regularis inflexio, cujus causam physicam attulimus (1328), motui circulari telluris circa ipsum ab occidente in orientem opponatur.

1348. NOTA. Tribus his motibus in eodem mobili conciliatis, non abs re erit illi in tellure qua

ra-

ratione dari possint speciatim ostendere. Malumus enim prolixitatis, quam obscuritatis notam incurrere. (*Fig.* 10)

I. In vacuo, aut in medio non resistente tellus primitus motum rotationis circa suum axem *bPb* conceperit: motus hic in tali spatio æternum perseverabit; nihil enim est, unde extinguatur. (307)

II. In hoc spatio tellus primitus & motum centripetam in sole a Deo acceperit, & motum projectilem per tangentem curvæ circa solem: tellus ex duabus hisce viribus conspirantibus debet juxta generales motus leges perpetuo & circa suum axem, & circa solem converti. (1285)

III. Axis terrestris *mm*, *nn*, *oo*, *rr*, *hh* quotidie circa se ipsum conversus dum anno uno circa solem convertitur, potest aut semper ad eadem cæli puncta dirigi, aut sensim sine sensu ad diversa, alicujus causæ physicæ perpetua actione: neque enim axis hic semper ad eadem cæli puncta dirigi necessario postulat dum circa se, & circa solem convertitur: patet enim, easdem axis hujus revolutiones circa se, & circa solem haberi posse, sive eadem semper cæli puncta respiciat, sive ad diversa deflectatur. (*Fig.* 6)

IV. Quum spatium a tellure circa solem percursum nullum sit spatio comparatum telluri, & stellis interjecto; telluris motu circa solem seposito, illam veluti immotam in T considéremus, ubi & motu diurno agatur circa axem *p*T*m* & retrogrado circa axem *d*T *e*.

Ut omnes telluris partes moveantur ab occidente in orientem circa æquatoris axem PTM, dum moventur ab oriente in occidentem circa eclipticæ axem DTE, quid requiritur? Unice, axem *p* T *m* æquatoris A T *b* quotidie circa se ab occidente in orientem conversum, sensim sine sensu in dies inflecti in occidentem in ante-

tecedentia signorum ita, ut omnes simul hae successivae inflexiones *p q r s p*, *m n o k m* annis 25740 duos conos efficiant TPQRSP, T M N O K M circa eclipticae D T E axem F T G.

Atqui patet, diurna axis *p*T*m* revolutione semper uniformi perseverante, axem hunc, qui nulla re cogitur semper eadem caeli puncta respicere, & quem causa physica permanens semper nititur inflectere ab oriente in occidentem directione *pqrsp*, & *mnokm* (1328), debere perpetuo inflecti motu conico ad caeli punctum magis occidentale: unde telluri oritur motus retrogradus ab oriente in occidentem, quam aequatori terrestri, & omnibus telluris partibus tribuit systema Copernicanum. Ergo motus conicus, & retrogradus axis terrestris *p*T*m*, vel P T M circa polos eclipticae nulla ratione opponitur motui diurno ejusdem axis circa polos aequatoris.

1349. OBJECTIO VII. *Systema Copernicanum*, quod tam apte observationibus, & physicis rationibus congruit, sacris literis opponitur, in quibus soli motus, telluri quies tribuitur. Ergo hoc systema veritatis specie gaudet; re ipsa falsum est.

RESPONSIO. Injuriosum est sacris literis eas perperam interpretari. Quidquid homines sacris literis de suo adiiciunt, humanam serius ocius imbecillitatem ostendit. En exemplum omnibus aetatibus memorabile.

Docent sacrae literae, solem ab oriente in occidentem transire, & ab austro in boream deflecti, nec a semita illi a supremo opifice definita recedere: aliquando tamen Omnipotentis Dei jussu ab illa divertisse: hoc vero miraculum perpetuum erga Deum grati animi obsequium ab ejus populo postulare. Hic ex genere sensus est scripturarum, in quibus solis motus, & mi-

ra-

raculosa motus hujus suspensio memoratur (*).

At enimvero auctoritates hæ nonne æque de *vero*, ac de *apparente solis motu* intelligi possunt? uterque enim æque aptus est in naturæ, & religionis œconomia Dei potentiam, & beneficentiam ostendere. Quare ergo de solo motu vero præpropere intelligantur, apparente prorsus excluso? Auctores sacri in his auctoritatibus unice intendunt divinæ providentiæ beneficia naturalia, & supernaturalia hominibus in mentem revocare, ut Dei sapientiam, & beneficentiam in utroque ordine admirentur, & adorent; non vero de re physica, aut astronomica doctrinam tradere (881). Postrema hæc, quæ nihil ad religionem, aut ad mores faciunt, sacræ literæ prætereunt. Quamobrem quum in sa-

(*) NOTA. *Auctoritates nonnullas subijcimus, quæ systemati Copernicano opposita putabantur, quæque profecto nullum astronomicum systema respiciunt.*

I. Oritur sol, & occidit, & ad locum suum revertitur: ibique renascens gyrat per meridiem, & flectitur ad aquilonem. *Eccles. cap. 1.*

II. Sol contra Gabaon ne movearis, & luna contra vallem Ajalon. Steteruntque sol, & luna donec ulcisceretur se gens de inimicis suis. Stetit itaque sol in medio cæli, & non festinavit occumbere spatio unius diei. *Josue Cap. 10.*

III. Invocavit itaque Isaias propheta Dominum; & reduxit umbram per lineas, quibus jam descenderat in horologio Achaz, retrorsum decem gradibus. *Reg. IV. cap. 20.*

IV. Firmavit orbem terræ, qui non commovebitur. *Ps. 92.*

V. Generatio præterit, & generatio advenit: terra autem in æternum stat. *Eccles. cap. 1.*

sacris literis aut mirabilia naturæ, aut quæ ad naturæ mirabilia spectant commemorantur, hæc ut apparent hominibus enarrant, & communi, ac vulgari hominum loquendi modo sese accommodant, qui nec in physicis, nec in astronomicis rebus versati sunt. Auctoritates sacræ igitur Copernico objectæ non magis motum verum, quam apparentem præseferunt. Alterum ergo, salvo scripturarum sensu, intelligi potest: quo posito objectio ruit. His præmissis dico:

I. Ubi in sacris literis soli tribuitur motus ab oriente in occidentem, ab austro in boream, *motum apparentem* intelligi; nihil vero esse, cur de motu vero intelligantur. Phrases has: *Sol oritur*, *transit per meridiem*, *occidit* in sacris libris, ut in ipso astronomorum ore, significare dumtaxat, solem, sive mobilem, sive immobilem, incipere horizontem illustrare, culminare supra horizontem, desinere horizontem illustrare.

II. Ubi legimus, Josue jussu solem horis 24 motum suspendisse, significari tantum *motus apparentis* suspensionem. Miraculum in sacris literis descriptum idem esse, sive motus verus, qui tunc interruptus fuit, solis fuerit, sive telluris. Addo, si Josue de telluris motu, & de solis immobilitate tunc edoctus fuisset, non alia ratione loqui debuisse; si enim dixisset, telluris motum suspensum fuisse, nemo stupendum miraculum intellexisset, cujus memoriam apud nationem suam perpetuam servari volebat. Miraculum hoc memorabile fuisse cessationem motus rotationis telluris circa suum axem, & in ecliptica integra die; quo factum est, contra naturalem rerum ordinem, ut sol integro die ad eundem cæli locum referretur, quod nec antea unquam, nec postea contigit.

III. Miraculosum solis regressum, Ezechia rege, fuisse *tantum apparentem*; tunc vero tellurem contra naturalem rerum ordinem, non jam

jam ab occidente in orientem, sed Dei omnipotentia ab oriente in occidentem supra suum axem revolutam fuisse, & arcum retrogradum decem graduum percurrisse; unde similis motus retrogradus in apparente ejus diurna revolutione contigit. Sive motus interruptus solis fuerit, sive telluris, miraculum idem est (952).

IV. Auctoritates allatas pro terræ immobilitate non ita esse intelligendas. Exempli gratia, verba Ecclesiastæ: *terra autem in æternum stat*, vitæ humanæ caducitatem terræ immutabili durationi opponunt; non de ejus immobilitate hic agitur, sed de permanentia. Verba psalmi: *firmavit orbem terræ, qui non commovebitur*, operum humanorum fragilitatem Dei operum indestructibilitati opponunt; hominum opera semper aliqua ratione ad ruinam properant; orbis terræ, Dei opus, nihil in se habet, unde dissolvatur, aut destruatur: hic quoque in sensu psalmistæ non de telluris quiete, sed de permanentia sermo est.

1350. OBJECTIO VIII. Data responsio sacræ auctoritati ubique motum apparentem vero substituens ipsam religionem prorsus evertit. Si enim simili ratione sacras literas interpretemur, pari jure dici poterit, exempli gratia, verbum carnem sumpsisse, aut mortuum esse non vere, sed apparenter. Tunc vero totum fidei depositum sublatum erit. Quare juxta axioma passim receptum sacræ literæ juxta sensum obvium, & naturalem accipiendæ sunt. Ergo systema, quod non nisi mutato naturali scripturarum sensu admitti potest, & quod a sacræ Inquisitionis tribunali in operibus Galilæi damnatum fuit, rejiciendum est.

RESPONSIO. I. Nulla hic facta metaphysica discussione de modo interpretendi scripturas, quæ plures sensus admittere videntur; certum est, nunquam sacris literis sensum absurdum, & certis veritatibus a ratione, aut a revela-

tio-

tione statutis oppositum esse tribuendum. Ita scripturas interpretari esset impietati arma præbere; & sacris libris mendacii notam infligere, qui ab ipso divino veritatis fonte emanarunt. Interpretationem a nobis allatam hoc axioma satis roborat. Impii enim, supponentes cum Tychone a sacris literis motum soli tribui, terræ immobilitatem, sic procedunt: *Deus nec inscius est, nec fallax*; ergo a Deo non sunt libri duas certas, ac demonstratas veritates oppugnantes, telluris motum, & solis quietem. Nihil est, quod his reponamus, si allatis auctoritatibus sensus tribuatur, quem increduli libentissime illis tribuerent. Ergo sensus a nobis allatis auctoritatibus tributus non modo illarum veritati non opponitur; imo is solus est, qui ipsis, salva recta ratione, tribui possit.

II. At non propterea ubique pro arbitrio apparens vero in scripturis substitui poterit; in universis enim sacris literis fortasse motus solis unicus est, in quo apparentia, & veritas eadem exhibeant prodigia, easdem credendas veritates, eadem erga Deum exigant grati, & religiosi animi obsequia. Nulla igitur inductione a solis motu ad divini Verbi incarnationem argui potest. Vera Verbi incarnatio est dogma præcipuum, totius religionis fundamentum, contra quod nihil habet ratio, nihil astronomia. Verus solis motus est quid omnino religioni adiaphorum, quod nullo modo theoriæ motus, physicæ legibus, astronomicis observationibus conciliari potest. Ergo quæ rationes necessario cogunt scripturas de apparente solis motu intelligere, nullam ansam præbent, cur auctoritates Verbi incarnationem, ut & alia innumera annunciantes de rei apparentia, non vero de veritate intelligamus. Axioma ergo generale amplectimur; semper scripturas sacras obvio, & naturali sensu intelligendas esse, quando nulla solida, & victrix ratio cogit eas alio sensu interpretari.

III.

III. Etsi a sacræ Inquisitionis tribunali in immortalis Galilæi operibus systema Copernicanum damnatum fuerit, non propterea ejus judicium ab ecclesia universali aut collecta, aut dispersa, aut a Summis Pontificibus confirmatum fuit: judicium hoc jam obsolevit, nec fidelium hac de re sententias coarctat.

At num propterea sacrum hoc tribunal, cui plærique tunc Cardinales præerant, improbandum est, quod Copernicanum systema proscripserit, ac tamquam verum tueri vetuerit? Nequaquam sane. Eo enim tempore, quo hoc systema proscriptum fuit, sacrarum scripturarum veritati oppositum censebatur, & rite credentibus offendiculum. Semper vero maxime opportunum est scandala tollere, & præoccupare, etsi pusillis tantum sint offendiculo. Ita quoque primis ecclesiæ temporibus religiosi episcopi nonnulli sacrarum imaginum cultum proscripserunt; eo scilicet tempore, quo cultus hic perperam acceptus fidelibus neophitis, & ab idolorum cultu recens avulsis idololatriæ occasionem præbebat.

Hac ætate, in qua jam nihil fidei a Copernici, & Galilæi systemate timendum est, nulla ab eo piis mentibus oritur scandali occasio: nihil jam illud sacris literis contrarium præsefert: illudque viri religiosissimi, si in physicis, & astronomicis rebus versati sunt, tamquam unicum verum mundi systema, nulla hæsitatione amplectuntur.

1351. OBJECTIO IX. Systemata hæc opposita aliqua ex parte conciliari posse videntur, tellurí motum revolutionis diurnæ circa suum axem tribuendo in eodem spatii infiniti puncto: soli motum annuum circa tellurem: planetis, & cometis periodicam circa solem revolutionem. In hac hypothesi tellus satis immobilis esset; sol vero, planetæ, stellæ motu diurno, qui tam absonus est, non agerentur.

RESPONSIO. I. Inepta conciliatio. Hanc hypothesim terræ immobilis assertores, si qui adhuc sunt, reijciunt; si enim scripturæ auctoritates, quibus unice innititur, veram telluri immobilitatem tribuunt; iis æque diurnus, ac annuus telluris motus adversatur.

II. Hanc hypothesim omnes Copernicani acrirer refellunt, & cum his astronomi omnes, & physici. Neque enim minus absurdum est motum soli tribuere, planetis, cometis, toti firmamento circa tellurem anno uno, aut annis 25740, quam die uno. Quare hypothesis hæc inter somnia recensenda est.

ARTICULUS QUINTUS.

TELLUS PLANETA.

1352. OBSERVATIO. Ex dictis articulo præcedenti plane constat, tellurem esse verum planetam tribus motibus actum, *diurno* circa axem æquatoris, *annuo* circa solem in ecliptica, *retrogrado* lentissimo circa axem eclipticæ in antecedentia signorum. Modo telluris planetæ definienda est positio, figura, magnitudo, axis directio, & positio respectu solis, & æquatoris. Hæc tribus sequentibus paragraphis tractabimus, in quibus gnomonicæ principia, theoria longitudinum, & latitudinum, geometricæ telluris dimensiones, & alia plæraque utilia, & jucunda occurrent.

PA-

PARAGRAPHUS PRIMUS.

TELLURIS IN CÆLO LOCUS.

1353. ASSERTIO, T*Ellus semper ad sensum est in centro firmamenti* (*Fig.* 40).

DEMONSTRATIO. In quovis suæ orbitæ annuæ *a d b e a* puncto tellus sit, sive in æquatore, sive in tropicis:

I. Horizon observatoris ubicumque siti semper cælum in duo æqualia hemisphæria partitur: hic enim semper sex zodiaci signa supra, sex infra suum horizontem habet: quod sane non contingeret, si tellus *a* propior sensibiliter esset libræ A, quam arieti B, cancro, quam capricorno.

II. Ubique terrarum stellæ diurnam revolutionem in æquatore facientes horis duodecim, demptis minutis 2, & secundis 2, ab oriente ad occidentem transeunt, eodem, ipso tempore ab occidente in orientem redeunt (1324); quod non contingeret, si tellus *b* non esset semper ad sensum in centro firmamenti æque distans ab oriente B, ab occidente A, a zenith, & a nadir.

III. Si tellus *d* esset ad sensum alterutri polo propinquior, incolæ sphæræ obliquæ æquinoctium non haberent quo die sol veram, aut apparentem suam revolutionem facit in plano æquatoris cælestis cælum in duo æqualia hemisphæria dividentis; horum enim populorum horizon, quum tunc circulum solarem in centro non secaret, necessario arcus, diurnum, & nocturnum, inæquales haberet. Atqui certum est, bis in anno in universa tellure æquinoctium esse binis iis diebus, quibus circulus solaris æ-

quatori cælesti ad sensum congruit (1314); ergo tellus ad sensum extra æquatorem cælestem non est; ergo nec alterutri polo propinquior.

Ergo tellus nunquam a polis, ab ariete, & libra, a zenith, & nadir inæqualiter ad sensum distans, semper ad sensum est in centro firmamenti. Q. E. D.

1354. COROLLARIUM. *Diameter terrestris orbita leucarum 60000000 distantia stellarum comparata puncti instar est.* In quovis enim annuæ orbitæ *a d b c a* puncto tellus sit, semper eadem apparent phænomena, quibus ostendimus ipsam semper in centro firmamenti ad sensum sitam videri (*Fig.* 40).

I. Potiori jure telluris radius stellarum distantiæ comparatus punctum erit. Ergo *in angulo a tellure ad duas stellas ducto promiscue pro vertice sumi potest aut telluris centrum, aut punctum superficiei, cui insistit observator.* Latera enim hujus anguli aut a centro, aut a superficie ducta non nisi quantitate radio terrestri æquali, quæ in casu nulla est, differre possunt (1340).

II. Dum sol circa tellurem convertitur, aut converti videtur, umbra a corpore a sole illuminato projecta eosdem ad sensum motus habet, quos haberet si sol ad stellarum distantiam situs esset; stella enim, quæ illa die est in conjunctione cum sole, in hypothesi, qua diurnam revolutionem eo ipso tempore, quo sol, efficeret, eandem ipsam huic umbræ revolutionem ad sensum tribueret. Quare in gnomonica sol ut infinitum a tellure distans haberi potest.

Dico, a sole, & a stella in conjunctione umbram terrestris corporis *ad eundem locum ad sensum* projectum iri; differentia enim potest esse dumtaxat parallaxis solis, quæ in horizonte ad summum est 9″ (1219), & ad zenith usque minuitur, ubi nulla est (1215), quæque

in

in horologio solari quantumvis magno nunquam sensibilis esse potest (921).

1355. PROBLEMA I. *Poli visibilis altitudinem invenire* (*Fig.* 11).

SOLUTIO. Alibi vidimus qua ratione proxime inveniri possit cæli punctum, circa quod fiunt solis, planetarum, stellarum revolutiones (1124). Ostendam modo qua ratione definiatur quantitas, qua punctum, quod polus dicitur, supra horizontem quemvis hinc inde ab æquatore attollatur. Sub æquatore enim uterque polus in ipso horizonte est (1142).

I. Sit *f* locus terrestris, cujus quæritur *altitudo poli* R: loci hujus zenith est punctum S, horizon circulus G T H; meridianus adhuc ignotus semicirculus R N V.

Inter stellas perpetuæ apparitionis, ut utriusque ursæ, una seligatur, puta stella *a*. Quadrante astronomico horizonti perpendiculari (*Math.* 421, 733) accurate observetur maxima, & minima ejus supra horizontem G altitudo, unica, aut pluribus diurnis revolutionibus. Minima stellæ *a* altitudo supra horizontem G addita dimidia maximæ, & minimæ altitudinis differentia erit altitudo poli. Exempli gratia, sit minima altitudo *a* G $=$ 40 gradibus; maxima *b* G $= 50°$, harum differentia est $= 10°$, quorum dimidium $= 5°$. Ergo altitudo poli erit $40 + 5$ in R.

II. Quandoquidem stella *a* quotidie circulum circa axem mundi describit, qui necessario per polos transit, certum est, stellam hanc quotidie supra, & infra hunc axem transire, & in maxima sua, & minima elevatione esse eam in plano meridiani; præterea in minima elevatione tantundem esse eam infra axem, quantum in maxima supra est. Si ergo a maxima ad minimam elevationem ducatur linea, erit hæc diameter circuli diurni a stella descripti, & lineæ hujus *a b* medium R erit punctum axis mundi, circa quod totius cæli revolutiones

fiunt. Punctum R, seu punctum indefinite remotius in linea T R sed semper eodem graduum numero supra horizontem G elevatum erit igitur polus mundi, cujus altitudo quærebatur. Hæc igitur poli R supra horizontem G elevatio erit minima stellæ altitudo supra horizontem addita dimidia minimæ a maxima elevatione differentia.

III. Circulus maximus, cujus planum transat per terræ centrum T per zenith S, & per polum R erit *meridianus loci f.* Circulus hic horizontem G T H perpendiculariter secat; & punctum intersectionis G tantundem est infra polum visibilem R, quantum punctum intersectionis H est supra polum visibilem V.

IV. *Polus borealis* est modo stellæ polari P proximus. Anno 1772. ineunte ab ea distabat tantum gradu uno, 54′, 44″. (*Fig.* 4).

At poli borealis positio non semper eadem est respectu stellæ polaris P; ob magnam enim firmamenti revolutionem circa polos eclipticæ (1131, 1365), stella P alternatim a polo mundi considerato ut immobili recedit, & ad eum accedit. Modo stella P magis in dies ad polum accedit, & quotannis accedit secundis 20.

Si cælum stellatum consideretur immobile, ut re ipsa est, erit *mobilis polus mundi*, qui modo ad polarem P quotannis accedit secundis 20. Alibi *motus conici* (*Fig.* 7) axis, & polorum telluris, & mundi causam, & effectus satis exposuimus (1327, 1348).

1356. PROBLEMA II. *In plano horizontali lineam meridianam describere.*

SOLUTIO. Linea meridiana est linea horizonti parallela, & plano meridiano inclusa (1118). Pluribus methodis describi potest: duas tantum trademus.

1357. METHODUS I. Invento noctu polo visibili ex præcedente problemate, relinquatur quadrans in ea positione, qua, ad polum directus,

ctus est. Hinc facile eadem directio lineæ ducendæ tribuetur; ad hoc enim satis erit plano horizontali planum perpendiculare statuere directione axis instrumenti ad polum directi. Puncta, in quæ cadet planum verticale, lineam meridianam in plano horizontali definient. Itaque:

I. *Ut describatur linea meridiana* in plano horizontali ad duo extrema axis quadrantis ad polos directi suspende filo duo perpendicula in cuspidem desinentia, quibus planum horizontale suppone: puncta duo plani horizontalis, in quæ cadent perpendiculorum cuspides, lineam per ea ductam definient: erit hæc recta meridiana.

Fila ipsa erunt in plano meridiani; singula enim ad zenith, & ad centrum terræ directa sunt; & utrumque est in plano ad mundi polos, ad loci zenith, & nadir directo (1116). Itaque radius visivus, cui filum unum ab altero occultetur, in plano meridiani est, & corpora omnia in horum filorum directione posita sunt in plano meridiani. Hac itaque methodo *loci meridianus, & linea meridiana invenitur.*

II. Ad australem lineæ hujus extremitatem erige *gnomonem perpendicularem* cylindricum, & exilem: erit hic in plano meridiani; quum vero ejus umbra in ipsam lineam meridianam cadet erit meridies; tunc enim centrum solis erit in ipso plano meridiani.

Si a vertice gnomonis ducatur in meridianam ad austrum productam *recta*, quæ cum plano horizontali angulum faciat angulo altitudinis poli æqualem, linea hæc utrinque producta erit axi mundi parallela, cum quo in cælo ad sensum confundetur (1354); & in diurna solis revolutione umbram jaciet semper illi parallelam, quam axis mundi jaceret: erit hic *gnomon horologii solaris horizontalis.*

III. Si plano verticali, ut parieti, infigatur

virga cylindrica ferrea lineæ obliquæ gnomonis supra memorati, seu axi quadrantis ad polum directi parallela; virgæ hujus umbra in solari revolutione easdem revolutiones subibit, quas axis ipse telluris: semper ad sensum erit, sicut axis ipse telluris, & mundi in plano meridianorum omnium, per quos successive sol transit. Poterit ergo virga hæc horas indicare in plano, cui infixa est; sive hoc ad orientem, sive ad meridiem, sive ad occidentem vergat.

Quum non semper instrumenta astronomica præsto sint, quibus proposita methodo loci meridianus, & linea meridiana inveniatur; & quum linea hac semper indigeamus sive ad horologia corrigenda, sive ad cæli aspectus dignoscendos, alteram mothodum, quæ istrumentis non indigeat, trademus.

1358. METHODUS II. Si planum, in quo *meridiana linea ducenda est* sit horologium solare marmoreum, aut metallicum, in illo describantur circuli concentrici duo, vel tres, & in communi centro stylus verticalis erigatur. Statuatur horologium horizontale; quam positionem libella obtinebis (*Math.* 532, 422).

I. *Stylus verticalis* totus est in plano meridiani; ad zenith enim, & ad terræ centrum directus est. Ergo ejus umbra tota erit in plano meridiani quum solis centrum sive æstate, sive hyeme in hoc plano erit; corporis umbra siquidem semper in plano est per punctum radians, & per corpus lucem intercipiens transeunte. Umbra *styli verticalis* meridiana longissima erit in solstitio hyemali, in quo sol minimam habet elevationem supra horizontem, brevissima in æstivo, in quo sol maxime elevatus est: quare hujus umbræ longitudo solstitiorum tempus proxime indicare potest.

II. *Styli hujus verticalis* umbra mane ad occidentem, vespere ad orientem dirigetur; & in solstitiis, in quibus sol ad sensum declinationem

non

non mutat (1220), umbræ hæ mane, & vespere æquales erunt in æquali solis a meridiano distantia, seu in æquali solis supra horizontem utrinque elevatione. Si ergo in solstitiis, in æstivo, exempli gratia, seu pridie, aut postridie hora nona aut decima matutina, & tertia, aut secunda vespertina, umbrarum longitudo notetur, facile meridiana linea quæsita invenietur. (*Fig.* 43)

Observetur enim mane umbræ semper decrescentis extremitas quum successive ad diversas peripherias concentricas pertingit, & notetur. Ita quoque vespere notentur puncta, in quibus umbra semper crescens ad easdem peripherias appellit. Tum arcus punctis duobus *a a*, *b b*, *c c*, umbrarum terminis interceptus bifariam secetur: linea MS a puncto divisionis ad styli pedem, commune omnium circulorum centrum, ducta, erit meridiana linea quæsita. Plures circuli non ducuntur, nisi ut de accurata operatione certiores simus.

III. Patet, si horis tribus, exempli gratia, ante meridiem styli S umbra pertingit in *a* ad occidentem, ejusdem styli umbram perventuram in *a* ad orientem hora tertia pomeridiana: in his duabus enim positionibus sol æque a meridiano distat, & æque supra horizontem attollitur. Quare medium M arcus *a* M *a* erit in plano meridiani, sicuti & stylus S: quum ergo horologium sit horizonti parallelum, linea MS erit meridiana.

1359. PROBLEMA III. *Altitudinem meridianam solis ingenti gnomone metiri.* (*Fig.* 46)

SOLUTIO I. Sit AB ingens gnomon plures hexapedas altus horizonti saltem ad boream perpendicularis. Sit quoque BCD linea meridiana horizontalis a gnomonis pede boream versus ducta. Sit VZ arcus meridiani, & Z, vel *z*, gnomonis zenith.

I. Gnomon hic totus AB est in plano meri-

diani, & quum centrum solis S erit in plano meridiani, gnomonis umbra in eodem plano erit, adeoque in linea B D.

Quum umbræ gnomonis extremitas difficile distinguatur, in summo gnomone collocetur lamina metallica plano meridiani perpendicularis, in qua sit foramen circulare diametro linearum aliquot; altitudo vero gnomonis ab hujus foraminis centro comparetur. Hoc foramine habebitur in meridie supra lineam meridianam B D circellus lucidus, cujus centrum erit gnomonis umbræ B C extremitas.

II. Instrumento accurate in gradus, minuta, & secunda diviso capiatur angulus ACB: tunc in triangulo A B C innotescet angulus B rectus, angulus C captus, & angulus A supplementum ad duos rectos.

III. Præcisa parallaxi, & refractione seorsim computandis, angulus A B C notus æqualis est opposito ad verticem V A z; atqui hic est mensura distantiæ solis a zenith Z; ergo angulus æqualis, & notus B A C distantiam quoque solis a zenith Z, vel z metitur.

IV. Altitudo meridiana solis semper æqualis est gradibus 90, dempto arcu V Z zenith, & vero loco optico solis intercepto; noto ergo arcu V Z, seu angulo VAZ innotescet altitudo meridiana solis quæsita.

1360. SOLUTIO II. Problema quoque solvi potest ex ratione longitudinis umbræ horizontalis ad styli altitudinem hac analogia: longitudo umbræ B C est ad gnomonis altitudinem B A; ut sinus totus ad tangentem altitudinis solis supra horizontem. Tres primi termini noti dant quartum, qui est ipsa meridiana solis altitudo.

Triangula C A B, C T H sunt similia, quum ambo fiant a linea horizontali, ab alia huic perpendiculari, & ab eodem radio solari C A S T; ergo CB : AB :: CH : TH (*Math.* 403). Eadem ratione c B : AB :: CH : t H. In utraque propor-

tio-

tione tres primi termini innotescunt, scilicet umbræ variabilis longitudo, constans gnomonis altitudo, & constans sinus totus (*Math.* 646): ex his quarta eruitur, variabilis scilicet tangentis longitudo. Tangens hæc ea ratione crescit, qua umbra breviatur; & reciproce; unde semper productum habetur æquale duorum constantium terminorum producto.

In tabulis quæratur angulus tangentis inventæ: erit hic meridiana solis supra horizontem altitudo. Exemplum. Posito sinu toto partium 100000, sit tangens inventa 97586: invenietur hæc spectare ad angulum graduum 44, 18'; qui erit angulus solaris altitudinis, seu arcus meridiani sole, & horizonte interceptus. Si tabulis careas, angulum quære methodo præcedente.

Gnomonica.

1361. DEFINITIO. *Gnomonica* scientia est docens tempus dividere, & metiri ex umbra gnomonis axi telluris, & mundi paralleli, & æquatori perpendicularis. Innititur scientia hæc theoriæ umbræ semper ad partes oppositas cadentis corporis lucidi, & opaci radios intercipientis, a *γνωμων stylus horas indicans*.

1362. EXPLICATIO. Sol quotidie percurrit seu percurrere videtur ab oriente in occidentem circulum æquatori ad sensum parallelum, & axi mundi perpendicularem. Axis hic ad sensum transit per centra circulorum omnium a sole singulis diebus descriptorum, quorum radii, etsi apparenter inæquales, omnes tamen sunt veluti infinite magni telluris radio comparati. Ex his certis, & notis principiis,

I. Quum circuli diurni cujuscumque peripheria in gradus 360 dividatur, & uniformiter a sole horis 24 percurratur; jam patet solem singulis horis percurrere hujus peripheriæ gradus 15.

gradum unum minutis 4; minutum gradus temporis secundis 4.

II. Si concipiatur axis mundi tamquam ingens cylindrus opacus ad duos polos cælestes terminatus, & per centrum telluris transiens; patet, hunc cylindrum projecturum umbram ad partes soli oppositas, sed in plano illius meridiani, in quo successive sol in diurna revolutione reperitur. Umbra ergo cylindri hujus indefinite producta singulis horis percurret gradus 15; gradum unum minutis 4 in parte firmamenti soli opposita.

III. Si tellus esset diaphana, axis opaci umbra in ejus superficie percurreret singulis horis gradus 15, singulis minutis quatuor gradum unum; ut in firmamento observavimus; superficies enim telluris, & firmamenti sphæricæ superficies ad sensum concentricæ sunt. (1353)

IV. Quum telluris radius radio firmamenti comparatus nullus sit (1354); si in telluris superficie supponatur globus vitreus diametro unius aut alterius pedis trajectus axe opaco axi telluris, & mundi parallelo; parvi hujus axis umbra easdem in parvo suo globo divisiones faciet, quas telluris, & mundi axis in telluris, & firmamenti superficie: percurret itaque, ut sol, horis singulis gradus 15, minutis 4 gradum unum in globi superficie soli opposita.

V. Si in parvi hujus globi superficie incipiendo a meridiano dividatur æquator per gradus 15, & ab ejusdem globi polis ducuntur arcus ad singula divisionis puncta; axis globi erit stylus horas accurate indicans; & ejusdem globi pars inferior in æquales partes divisa, & subdivisa erit accuratissimum horologium solare.

VI. Si globi hujus immoti excipiantur umbræ a suo axe in quamvis divisionem projectæ in planum quodvis fixum: umbræ hæ extra globum productæ, & lineis indefinitis in plano notatæ horologium efficient horas indicans.

Theo

Theoria hæc, ut patet, *methodum generalem* præbet *horologia ſolaria* in plano quovis horizontali, verticali, æquinoctiali, declinante *deſcribendi*. Tota difficultas eſt in directione ad polum viſibilem axi tribuenda; hoc tamen facile fiet lineam meridianam in plano horizontali deſcribendo, & axi inclinationem dando ſupra horizontem altitudini poli æqualem in plano meridiano (1357). Exempli cauſa, ſi polus viſibilis attollatur gradus 46, 30′ ſupra horizontem, debet axis globi in plano meridiani angulum efficere cum plano horizontali graduum 46, 30′.

VII. Si immoto axe globus tollatur, axis umbra eundem habebit motum, quem antea, & in quamvis objectam ſuperficiem eodem modo projicietur. Satis erit igitur umbras has notare in ſuperficiebus, in quas cadunt. Hinc orta horologia omnia ſolaria, & methodus ea deſcribendi in quavis ſuperficie ope globi artificialis diametro unius, aut alterius pedis, in quo ſit tantum æquator in æquales partes diviſus, & axis axi telluris, & mundi parallelus.

1363. NOTA. Ex his principiis *peculiare horologium ſolare* conſtrui poteſt a Kirkerio primum inventum; cujus tamen theoriam a Kirkeriana omnino diverſam tradere pergimus. (*Fig.* 44)

I. In pariete ſoli adverſo ſume pro libito punctum A, ſupra quod ingentem laminam ferream attolle GBHD, cujus planum cum pariete angulum efficiat illi æqualem, quem cum eodem pariete efficeret telluris, & mundi axis. Dein in hac lamina duc ab auſtro ad boream lineam MN, vel BD, vel GH, vel EF axi mundi parallelam (1357). Linea hæc, exempli gratia EF erit veluti totius horologii deſcribendi directrix.

II. Sit regula mobilis *mm*, *nn*, *rr* lamina ipſa longior, quæ cochleis laminæ affigi poſſit

jux-

juxta diversas directiones BD, MN, GH; pro parietis aspectu aut ad orientem, aut ad meridiem, aut ad occidentem. Habeas horologium solare accuratum; & die quovis sudo quum hoc indicabit, exempli gratia, horam octavam matutinam, regulam *mm* ita in lamina dispone, ut sit directrici EF parallela, & ejus extremitates *m*, *m* in parietem umbram proiiciant: hæc in pariete dabit lineam rectam per punctum A transeuntem.

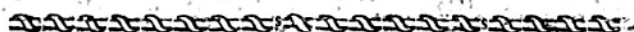
Patet, solem hora octava matutina esse in meridiano, cujus planum transit per punctum A (1354); & toto anno centrum solis hora octava matutina fore in eodem meridiano modo ad majorem, modo ad minorem altitudinem. Quare ducta in lamina linea *mm* regulæ parallela, & ibi incisione facta secus hanc lineam *mm* dabitur luci aditus ad punctum A toto anno hora octava matutina. Hæc lucis semita recedet a puncto A ad orientem quo magis sol ad meridianum, & occidentem versus procedet.

III. Quum horologium meridiem indicabit, regulæ mobilis extremitates in directione EF in parietem proijcient umbram EAF per A transeuntem, quod punctum semper est in plano meridiani. Quare ducta in lamina linea EF, & incisione in illa facta, lux illac transiens toto anno cadet in punctum A, & ante, & post meridiem perget ad occidentem, & ad orientem puncti A.

IV. Quum horologium solare indicabit horam tertiam pomeridianam, statuetur regula mobilis in *rr*, vel *ss* directrici EF parallela ita, ut ejus extremitates umbram jaciant per punctum A transeuntem. Patet, solem hora tertia pomeridiana esse in plano meridiani per punctum A transeunte; & incisionem *rr*, vel *ss* in lamina aditum luci daturam, quæ semper in punctum A cadet quum centrum solis ad eundem meridianum appellet modo altius, modo inferius hora tertia pomeridiana.

V.

V. Eodem modo reliquæ divisiones, & incisiones *nn*, *vv* in lamina fient, horis horologii solaris ducibus. Postea in superiori, & inferiori laminæ parte, in *mm*, *nn*, EF, *rr*, *ss*, *uu* scribentur horæ cujusque divisionis propriæ, & horarum puncta in lamina incidentur, ut a luce in pariete notari possint. Angelus, aut genius in pariete pictus, & sub lamina digito ad punctum A indicabit *horam præsentem*, quam a ceteris distinguere faciet æque in umbram parietis a luce indicatis, omnibus tamen extra punctum A positis.



§. II.

FIGURA TELLURIS.

1364. ASSERTIO. Tellus *est ad sensum sphærica*. (*Fig.* 11)

DEMONSTRATIO. I. Ab occidente in orientem, aut vicissim visum convertamus. Si tellus esset plana, idem astrum eodem instante oriretur, & occideret populis omnibus eandem superficiem incolentibus; punctum enim radians, cujus radii nullibi intercipiantur, omnia eodem tempore superficiei planæ puncta illustrat. Atqui oppositum contingit; scimus enim solem citius Constantinopoli oriri, quam Parisiis; quum Parisiis meridies est, esse tantum horam undecimam in loco gradibus 15 magis occidentali; & esse horam primam pomeridianam in loco gradibus 15 magis orientali; atque ita de ceteris. (1362)

II. Tellus ab austro in boream inspecta, aut vicissim eandem exhibet figuram sphæricam. Quo magis enim in meridiano a borea in austrum, aut vicissim progredimur, videmus polum, ad quem tendimus, attolli, & oppositum deprimi: quod

quod sane non contingeret, si tellus non esset ad sensum sphærica.

III. In mari sphæricitas terræ apertissime patet. In quamcumque partem oceano navigetur, procul aspiciuntur montium vertices, quo appellitur, antequam plana loca videantur; & illarum regionum incolæ prius navium malos, & vela vident, quam navim videant post aquarum convexitatem adhuc latentem: quod sane non contingeret, si tellus non esset ad sensum sphærica. Exempli causa, oculus in B nequit videre objectum in K; nam inter B, & K est tumor *f* telluris, aut aquæ vetans ne radii a K ferantur in B.

IV. Montes telluris sphæricitati non officiunt; sive quia quid minimum sunt toti telluris superficiei, sive quia eorum altitudo telluris radio comparata quid minimum est. Altissimi enim, qui & perpauci sunt, vix bis millesima pars sunt terrestris semidiametri: & communis montium altitudo vix est hujus diametri pars decies millesima.

Ergo tellus ea figura donata est, quæ late considerata a sphærica ad sensum non est diversa. Q. E. D.

1365. NOTA. Etsi tellus re ipsa ad polos paulum compressa sit, ad æquatorem elata, ut mox ostendemus; eam modo ut sphæricam considerabimus, qualis nobis appareret, exempli gratia, e luna, aut e quarta hujus distantiæ parte inspecta. Mox quomodo hæc corrigenda sint indicabimus.

Meridiani terrestris dimensiones.

1366. PROBLEMA. *Meridiani terrestris ambitum metiri.* (*Fig.* 11)

SOLUTIO. Sit MTN æquator cælestis: R, V poli cælestes: RNVM meridianus cælestis terrestri BCDA dimetiendo analogus.

I. Observationibus ubique terrarum habitis constat, corpora terrestria ubique ad terræ centrum gravitare; & gravitationis lineam ubique esse superficiei terrestri perpendicularem, & sensibili, atque astronomico puncti hujus, in quod cadit horizonti: lineam hanc in cælum productam designare zenith punctorum omnium terrestris superficiei: quæ zenith ubique a sensibili, & astronomico horizonte distant gradus 90. Ex his, quæ axiomatis instar habenda sunt, sequitur, hominis A zenith esse in M; hominis B in R; hominis C in N: hominis D in V; hominem C, si in K transeat, habiturum zenith in X; si in *f* transeat, habiturum zenith in R; atque ita porro, quocumque, & quaquaversum feratur.

II. Posita tellure sphærica, meridiani terrestris A B C D, & cælestis M R N V sunt duo circuli concentrici, quorum arcus quivis *fk*, SX iisdem radiis TS, TX intercepti sunt similes. Si ergo arcus cælestis SX est unius gradus, & terrestris similis *fk* erit unius gradus. Ergo si SX est $\frac{1}{360}$ meridiani cælestis, etiam *fk* erit $\frac{1}{360}$ meridiani terrestris. Ergo si arcus *fk* longus est exempli gratia, leucas 25; totus meridianus terrestris A B C D A longus erit leucas 25 X 360. Satis ergo est spatium *fk* accurate metiri gradus unius terrestris meridiani duobus radiis interceptum, qui gradum unum comprehendunt cælestis meridiani.

III. Quum zenith eo magis ad polum accedat, quo magis in terrestri meridiano ab æquatore receditur; si a *k* in *f* transeam, meum zenith ab X in S transibit ex superius allato axiomate. Sint igitur *k*, & *f* stationes duæ in eodem terrestri meridiano, puta Parisii, & Amianum, seu locus quivis Parisiis australis, aut borealis sub eodem cælesti meridiano facile inveniendus. (1357.)

Quadrante in gradus, minuta, & secunda accura-

curate diviso (*Math.* 431), in *k* poli R altitudinem metior (1355): sit arcus RX, poli a zenith distantiæ mensura, graduum 42. A *k* in *f* supra eundem meridianum procedo ab austro in boream; & eodem instrumento in *f* altitudinem metior poli R. Sit arcus RS, poli a novo meo zenith distantia, graduum 41. Jam in triangulo STX arcus similes SX, *fk* sunt singuli unius gradus.

IV. Pertica, aut trigonometrice spatium *fk* metior utraque statione interceptum, quarum zenith gradum unum meridiani cælestis continent; & spatium inventum est $\frac{1}{360}$ meridiani ABCDA. Si mensura accurate capta est, si arcus cælestis SV accurate observatus, si terræ superficies est perfecte sphærica; jam eadem certitudine totius meridiani terrestris ambitum obtinui; quum capta distantia sit ad amussim $\frac{1}{360}$ hujus meridiani.

1367. NOTA. Hac methodo specie simplici, re ipsa difficultatibus aspera inventus est gradus meridiani Parisios inter, & Amianum hexapedarum ferme 57072; unde totus meridianus erueretur hexapedarum 57072 X 360, seu 20545920 quæ leucas communes Gallicas 8984 proxime efficiunt.

Dixi *hexapedas ferme* 57072; idem enim meridiani gradus Parisios inter, & Amianum subinde a celeberrimis astronomis, & geometris captus non easdem prorsus mensuras exhibuit. Per Picardum arcus *kf* Parisios inter, & Amianum est hexapedarum 57060; per Maupertuisium, qui ex parte Picardi mensuris stetit, est hexapedarum 57183; per Cassinum arcus medius gradus unius meridiani in Gallia est hexapedarum 57061. Lalandius in egregio suo opere astronomico gradum hunc inter Parisios, & Amianum statuit hexapedarum 57072. Hanc mensuram sequimur. Ne-

Ne mireris, aliquam in hisce mensuris exiguam diversitatem inveniri. Nemo enim ignorat, mensuras geometricas physicis mensuris inniti, in quibus omnimoda præcisio non est speranda. Exempli causa: si homines decem, aut duodecim spatium hexapedarum 40, aut 50 in plano vel maxime æquabili seorsim dimetiantur, semper eorum mensuræ vel accuratissime captæ nonnullarum linearum discrimen offerent. Minimæ hæ diversitates in ingenti spatio iteratæ tandem nonnullarum hexapedarum discrimen offerent; attamen re ipsa mensuræ æquales censendæ sunt. Ad inevitabiles hos errores corrigendos mensura sumitur inter maximas, & minimas media; ut certe hic a Lalandio factum fuit.

Graduum meridiani terrestris inæqualitas.

1368. OBSERVATIO. *Gradus meridiani terrestris* non sunt ubique æquales. Ab æquatore ad polos sensim sine sensu longiores fiunt. Probat hoc, quod mox ostendemus, tellurem, etsi ad sensum sphæricam, tamen ad polos paulum depressam, ad æquatorem paulum elatam esse.

Sex terrestris meridiani gradus celeberrimi nostræ ætatis astronomi geometrice dimensi sunt. Subiicio ex Lalandio graduum horum mensuras, loca, altitudines, & illustrium mensorum nomina.

I. In Peruvia inter Cotchesqui, & Tarqui mensi sunt Bouguerius, & Condaminius: Eorum speculæ, quarum altera erat sub ipso æquatore, & latitudine carens, spatium hexapedarum 176950, seu leucarum ferme 80 continebat in eodem terrestri meridiano. Primus gradus ab ipso æquatore polum australem versus inventus est hexapedarum 56750.

II. Ad promontorium bonæ spei ultra æquato-

torem, inter promontorium, & Klipfonteyn, in australi latitudine graduum 33, 18′ mensus est Caillius. Extremæ stationes spatium comprehendebant hexapedarum 69669 in eodem terrestri meridiano. Ibi meridiani gradus inventus est hexapedarum 57037.

III. In Italia Romam inter, & Ariminum in boreali latitudine graduum 43 mensi sunt Patres Boscovikius, & Maire. Ibi gradus meridiani inventus est hexapedarum 56979.

IV. In Gallia australi in latitudine graduum 45 mensi sunt Caillius, & Thurrius: ibi gradus meridiani terrestris est hexapedarum 57028.

V. In Gallia boreali Parisios inter, & Amianum in latitudine graduum 49, 23′ mensi sunt Picardus, Maupertuisius, &c. Ibi gradus meridiani terrestris est hexapedarum 57072. (1367 .

VI. In Laponia sub circulo polari inter Torneam, & Kittis in latitudine graduum 66, 20′ mensi sunt Maupertuisius, Cleralutius, Camus, Monnierius, & Celsius astronomiæ professor Upsalæ. Ibi gradus inventus est hexapedarum 57422.

Mensuræ hæ omnium, quæ haberi possint accuratissimæ, quum & a peritissimis viris, & exquisitissimis instrumentis, & ea ætate captæ sint, qua astronomia ad summum perfectionis apicem erecta est, consentiunt omnes in gradibus meridiani terrestris ab æquatore ad polos majoribus ostendendis. Hæ ipsæ mensuræ postquam publici juris factæ fuerunt ad rigidam trutinam revocatæ sunt. Postquam vero ab Eulero, a Lalandio, a pluribus aliis summis geometris invicem comparatæ fuerunt, exiguis nonnullis correctionibus castigatæ fuerunt, quibus primis mensuris a celeberrimis viris captis hexapedæ nonnullæ additæ, aut demptæ sunt.

In-

Latitudo, & longitudo terrestres.

1369. PROBLEMA I. *Loci terrestris latitudinem invenire* (*Fig.* 11.).

SOLUTIO. *Latitudo loci terrestris*, puta Londini, aut Parisiorum, est arcus meridiani æquatore, & zenith loci interceptus. Sit ergo *f* locus, cujus latitudo quæritur in meridiano GSH, cujus horizon est GTH.

I. Quadrante accurate in minuta, & secunda diviso (*Math.* 421), in *f* metior distantiam zenith S a polo R (1335). sit hæc distantia R S graduum 42. Quum polus ubique ab æquatore distet gradus 90; jam arcus R S graduum 42 est complementum arcus S N, qui erit graduum 48.

II. Anguli STN, *f*TC sunt æquales, quum sint idem angulus: ergo arcus SN, vel *f*C sumi promiscue possunt ut hujus anguli mensura. Quum ergo arcus SN sit graduum 48, etiam *f*C erit graduum 48. Quum ergo zenith S distet ad boream gradibus 48 ab æquatore cælesti N; locus *f*, qui eandem habet latitudinem, quam suum zenith, distabit quoque ad boream ab æquatore terrestri C gradibus 48; ergo loci, seu puncti *f* latitudo inventa. Alibi speculativam, & genericam problematis hujus solutionem tradidimus, supposito noto polo cælesti (1149).

Jam intelligis, iisdem peractis locorum omnium latitudinem tum absolutam tum relativam inventum iri, quæ facile in tabulas geographicas transferetur.

1370. PROBLEMA II. *Inter duo loca terrestria differentiam longitudinis invenire* (*fig.* 45).

SOLUTIO. *Longitudo loci terrestris*, puta Parisiorum, aut Constantinopoleos, est arcus æquatoris, seu circuli illi paralleli interceptus meridiano per insulam Ferri transeunte, & meridiano loci, cujus quæritur longitudo. Arcus hic

hic innotescit ope eclipsium lunæ, seu adhuc aptius ope fere quotidianarum eclipsium primi satellitis Jovis (1199). Rem explico:

Sit A B C pars terrestris superficiei, in qua tres sint urbes A, B, C prima magis occidentalis, duæ reliquæ magis orientales. Sit urbs B in ipsa insula Ferri, ubi primum meridianum, & æquatoris initium ponimus, ab hoc primo meridiano gradus longitudinis in æquatore numerando, vel in circulo huic parallelo, ab occidente in orientem (1146).

I. Sol motu suo diurno seu vero, sive apparente uniformi per omnes meridianos transit horis 24; & meridiem efficit sub eo meridiano, in quo invenitur. Ergo quum centrum solis est in meridiano Constantinopoleos, ibi meridiem efficit; dum Parisiis non nisi multo tempore post meridies erit, quum scilicet sol in Parisiensi meridiano versabitur.

II. Si æquator, & circuli omnes illi paralleli in æquales partes a totidem meridianis divisi supponantur, quot sunt illorum gradus, tellus, & cælum a polo ad polum dividentur a meridianis 360, quos sol uniformiter percurrit horis 24: percurrit ergo sol meridianos 15, seu gradus 15 æquatoris, & cujusque paralleli singulis horis. Quum ergo Parisiis meridies est, sub meridiano gradibus 15 magis orientali est jam hora prima pomeridiana; & sub meridiano gradibus 15 magis occidentali est tantum hora undecima matutina. Ergo horologium ad meridianum Parisiensem accommodatum hora una differt ab horologio accommodato ad meridianum loci gradibus 15 magis orientalis, aut occidentalis; atque ita de reliquis.

III. Sint modo urbes duæ A, & C altera magis ad orientem, altera magis ad occidentem, in eadem, aut diversa latitudine, in quibus astronomi duo eamdem ejusdem satellitis Jovis eclipsim observent. Satelles L circa plane-

netam primarium I revolutionem suam faciens immergitur umbræ I L sui planetæ; nec lucere incipit, nisi quum emergit. Emersio hæc eodem instanti videtur ab utroque observatore in A, & in C; & longitudinem indicat inter has duas urbes.

Supponamus enim, emersionem hanc contingere eo momento, quo in A pendulum ad meridianum loci accommodatum horam indicat noctis duodecimam, & quo in B alterum horologium ad loci meridianum accommodatum horam indicat secundam matutinam. Patet, urbes has longitudine differre iis gradibus, quos sol horis duabus percurrit; atqui sol horis duabus percurrit æquatoris, seu paralleli gradus 30; ergo urbes A, B longitudine differunt gradibus 30.

IV. Ponamus, tertium astronomum eandem eclipsim observare in media insula Ferri B, ubi a nobis statuitur primus meridianus; & hanc satellitis L emersionem fieri, quum horologium ad loci meridianum accommodatum indicat horam undecimam vespertinam; patet, insulam Ferri B longitudine differre gradibus 15 ab urbibus A, & C; & longitudines numerare incipiendo a B, ubi longitudo nulla est, urbis C longitudinem fore graduum 15, urbis A graduum 345.

Hac methodo absoluta, & relativa locorum terrestrium longitudo obtinetur, ut in tabulis geographicis notatur. Loco eclipsium satellitum uti possumus eodem modo eclipsibus lunæ. In his ipsum instans initii, aut finis eclipseos, ipsum instans immersionis, aut emersionis sedulo adnotandum est, & hoc instans horæ a fideli horologio indicatæ comparandum. Si hora indicata eadem sit in B, & in V; urbes hæ eandem habent longitudinem. Si hora a duobus horologiis indicata in C, & D diversa est; urbes

urbes hæ longitudine differunt ea ratione, quam horæ observationis indicant.

1371. NOTA. Ad *longitudines in mari* obtinendas duo difficillima requirerentur, *horologium exactum*, cujus navis motus vibrationes non perturbaret; & quadrans circuli, quo accurate loci, in quo maris est, meridianus innotesceret, navis agitatione observationem non impediente.

Patet, ex dictis problemate præcedente, horologium semel ad meridianum loci accommodatum, cujus longitudo nota sit, puta portus Brivatum, indicaturum horam primam, quum sol transiret per meridianum navis jam progressæ gradibus 15 ad occidentem: horam tertiam, quum sol transiret per meridianum navis jam gradibus 45 ad occidentem distantis: deinde horam secundam quum sol transiret per meridianum navis Brivatos versus ad orientem gradibus 15 regressæ; atque ita porro.

Celebris artifex in Anglia postremis hisce temporibus hujusmodi horologio constructo summam laudem sibi comparavit, cujus automatis ope longitudines in mari ita accurate captæ sunt, ut latitudines, ea scilicet certitudine, quæ satis est ad tuto navigandum.

Polorum depressio.

1372. OBSERVATIO. Ante sæculum decimum septimum tellus putabatur perfecte sphærica, cujus semidiametri omnes æquales essent, cujus meridiani omnes circuli essent æquatori æquales. In hac hypothesi quilibet meridiani gradus spatium æquale, æqualem leucarum, hexapedarum, & pedum numerum continebat.

Illustris Cassinus quum celebrem Galliæ lineam meridianam definivisset, & omnes arcus dimensus esset meridiani Parisiensis, Dunikerka

Cau-

Caucoliberim usque in Ruxinensis Comitatus finibus, palam fecit, ex mensuris a se captis gradus terrestris meridiani inæquales esse, eosque a meridie in boream breviores fieri; unde telluri figura ellipsodis oriebatur ad polos producta, ad æquatorem depressa.

Neutoni, & Hugenii theoria virium centrifugarum (255); gravitas a Richero inventa minor sub æquatore, quam inde procul (251), Cassini sententiæ adversabantur. Adhuc sub judice lis erat.

Ut itaque *telluris figura* certo definiretur potentissimus Galliæ Rex magnis sumptibus annis 1735, & 1736 Gallos Academicos misit, alios in Peruviam, alios in Laponiam, ut illi sub æquatore, hi sub circulo polari meridiani terrestris gradum metirentur. Aliquanto post celebris Caillius ad id ipsum peragendum missus est ad promontorium Bonæ spei ultra æquatorem. Ita accuratissimam habuimus geometricam mensuram gradus unius terrestris meridiani ultra æquatorem, sub æquatote, in Gallia, sub circulo polari (1368): omnes vero hæ geometricæ mensuræ probant, gradus meridiani terrestris ab æquatore ad polos longiores esse, non breviores, ut Cassinus enunciaverat. Quis non falli se posse putet, quum & magnus Cassinus falsus fuerit?

1373. ASSERTIO. *Tellus et si ad sensum sphærica, re ipsa sphæroides est aliquantum ad polos depressus, ad æquatorem elevatus.*

DEMONSTRATIO. Tria certa principia assertionem probant: *Telluris revolutio diurna* circa suum axem, *imminutio gravitatis*, quo magis a polis ad æquatorem accedimus, & *major graduum longitudo*, quo magis ab æquatore ad polos procedimus. Tria hæc singillatim expendemus.

PRINCIPIUM I. Certum est, tellurem quotidie circa suum axem converti (1341). Ergo

omnes telluris partes circulos æquatori parallelos circa axem describunt: corpora sub æquatore majores circulos describunt, majori velocitate feruntur, majorem obtinent vim centrifugam, & majorem absolutæ gravitatis partem amittunt, quam corpora polis propinquiora. Nequeunt ergo corpora sub æquatore sita corporibus ad polos sitis æquilibrari, quin tantundem volumine, & massa crescant, quantum gravitatis amittunt. Ut ergo inter maria æquinoctialia, & polaria æquilibrium detur, prima attolli, postrema deprimi debent (1295). Ergo maria polaria telluris centro æquinoctialibus propiora esse debent: Ergo tellus ad polos compressa esse debet, ad æquatorem elevata.

PRINCIPIUM II. Observationibus ubique habitis constat, ejusdem corporis gravitatem majorem esse ad polos, quam in Gallia, majorem in Gallia, quam sub æquatore (251, 1417): constat vero, corporum gravitatem esse in ratione duplicata inversa distantiæ a sui motus centro (1272). Ergo quum gravitas corporum major sit ad polos, quam sub æquatore, & prope æquatorem; poli minus æquatore a terræ centro distare debent: ergo tellus, etsi ad sensum sphærica, esse debet sphæroides paulum ad æquatorem elevatus, ad polos depressus.

PRINCIPIUM III. Si tellus esset perfecte sphærica, meridianus terrestris æquatori æqualis esset, & omnes gradus extensione in utroque circulo æquales essent; in sphæra enim omnes circuli maximi sunt æquales. At astronomicis mensuris in Gallia, in Laponia, in Italia, ad æquatorem, & ultra æquatorem captis constat, *gradus meridiani terrestris breviores esse sub æquatore, quam ad polos*, & ab æquatore ad polos successive longiores fieri (1368). Ergo non modo tellus non est sphærica, imo vero magis magisque curvitatem amittit, & ad tangentem accedit, quo magis ab æquatore distat;

ſtat; ut facile oſtenditur ſolidiſſimma, & ſimpliciſſima demonſtratione (*Fig.* 8).

Sit A T E æquatoris elevati diameter: *d* T *p* polorum depreſſorum diameter: M N O P peripheriæ meridiani terreſtris portio; A B C D E F ſphæra telluri ad polos depreſſæ circumſcripta: A *b c d* arcus meridiani terreſtris æquatore A, & polo boreali *d* interceptus. Meminiſſe hic oportet, quod certiſſimum eſt, *lineam gravitationis corporum terreſtrium eſſe ubique horizonti & tangenti ſuperficiei terreſtris, per quam tranſit, perpendicularem*.

I. Igitur ſi homo in ſuperficie terreſtri planum, ſeu tangentem R A S leucarum 100, aut 1000 percurreret, *zenith ad ſenſum non mutaret*; quum enim linea gravitationis ſemper ſit puncto, in quo homo eſt, perpendicularis, indefinite producta in cælum ſemper ad ſenſum ad idem punctum M pertingeret; in triangulo enim M R S baſis R S lateribus S M, R M comparata nulla eſt.

II. Hinc ſequitur hominis in meridiano terreſtri progredientis *zenith eo citius, & ſenſibilius mutari*, quo ſuperficies, per quam incedit, magis a tangente recedit; & reciproce eo minus zenith mutari, quo minus hæc ſuperficies a tangente recedit.

III. Sequitur quoque, ſi tellus eſſet prorſus ſphærica, zenith mutationem ſemper fore ſpatio in tellure percurſo proportionalem. Quum enim in ſphæra ſemper tangens ſit radio perpendicularis, zenith ſemper eſſet in radio producto. Quare ſi tellus eſſet ab auſtro in boream ſphærica, ut A B C D, homo in A, in B, in C, in D æqualia ſpatia percurrens æque diſtantia zenith haberet M, N, O, P.

IV. Sequitur tandem, ſi tellus ad polos depreſſa eſt, zenith mutationem ab auſtro ad boream ſuper eundem meridianum procedendo *non fore ſpatio in tellure percurſo proportionalem*.

N 2 Sint

Sint enim in cælesti meridiano M N O P zenith quatuor singula gradibus 30 invicem distantia. Procedendo ab æquatore terrestri A, in superficie sphærica percurrendum esset spatium A B, ut haberetur alterum zenith N positum in summo radio T B N; & spatium B C = A B, & spatium C D = A B, ut alia zenith O, P haberentur posita in summis radiis T C O, T D P. At in superficie curva magis a sphæræ tangente remota percurrendum dumtaxat erit spatium A *b*, ut novum zenith N habeatur, positum in linea gravitationis *m b* N perpendiculari tangengenti ad punctum *b*: deinde spatium majus *b c* percurrendum erit, ut alterum zenith O habeatur, positum in linea gravitationis *n c* O perpendiculari tangenti ad punctum *c*; tandem percurrendum erit spatium adhuc majus *c d*, ut habeatur zenith seu polus cælestis P, positum in perpendiculari tangenti poli terrestris *d*.

Ex eadem theoria facile intelliges quid continget homini totum meridianum obeunti, qui sit curva ad polos *d*, *p* depressa. Hic ab æquatore A per eundem meridianum A *b c d* pergit ad alterutrum polum, puta ad borealem P. Ut graduum unum ab æquatore hunc polum versus procedat satis est, si percurrat hexapedas 56750; deinde hexapedæ aliquæ supra 56750 illi percurrendæ sunt, ut alterum gradum percurrat (1368). Quum Parisios advenerit, hexapedas 57072 percurrat oportet, ut ejus zenith gradu uno fiat polo propinquius. Tandem sub circulo polari, ut ejus zenith gradu uno fiat polo propinquius, hexapedas percurrat oportet 57422.

V. Si ergo tellus esset sphæroides ad æquatorem *d* T *p* depressus, & ad polos A, E, elongatus, oppositum contingeret homini ab æquatore ad polum per meridianum procedenti. Hic ab æquatore *d* profectus percurreret primo ingens spatium *d c*, ut zenith O haberet: deinde minus spatium *c d* ad zenith N assequendum;

tan-

tandem adhuc minus spatium *b* A, ut polum P zenith haberet. Tria hæc zenith eodem graduum numero invicem distantia supponuntur.

Ex tribus hisce principiis, quorum postremum ad rigidam demonstrationem sufficit, evidenter sequitur, tellurem non esse perfecte re ipsa sphæricam, sed sphæroidem paulum ad polos depressum, ad æquatorem elevatum. Q. E. D.

Recens auctor polorum depressionem negare ausus est, & Europæ Academias provocare, ut inanibus suis objectionibus responderent. Quodnam responsum obtinuit? quod Pyrrhonico superficiei sphæricæ cum convexa cylindri circumscripti superficie æqualitatem in dubium revocanti dedit Archimedes. Nullum.

Nucleus gravitationis in tellure.

1374. COROLLARIUM. Ex nostra gravitatis theoria semper horizonti, & superficiei terrestris tangenti perpendicularis sequitur; *in hypothesi telluris sphærica corpora omnia ad ipsum telluris centrum gravitare* directionibus A T, BT, CT, DT; at *si tellus sphæroides sit ad polos depressus, ad æquatorem elevatus, corpora terrestria non ad ipsum telluris centrum, sed ad diversa axis terrestris puncta paulum a centro T distantia gravitare* (*Fig.* 8).

EXPLICATIO. Corpus in A gravitat in T: corpus in *b* gravitat in *m*: corpus in *c* gravitat in *n*: corpus in *d* gravitat in T: corpus in *h* gravitat in *m*: corpus in *k* gravitat in *v*. Lineæ hæ omnes gravitationis circa terræ centrum sese intersecant, & puncta omnia intersectionis circa centrum terræ nuclei T*mnrvsn* speciem efficiunt, qui est veluti gravitationis corporum centrum commune. Alibi rei hujus causam physicam trademus (1420).

Quantitas intumescentiæ æquatoris.

1375. OBSERVATIO. Non ita facile æquatoris intumescentia accurate definitur, seu quantum æquatoris diameter A T E axem terrestrem *d T p* excedat. Telluris enim mensuræ ad circulum polarem, in Gallia, in Italia, sub æquatore, & ultra æquatorem captæ, etsi omnes consentiant in æquatoris diametro majore quam axis telluris statuenda (1368), non tamen eandem ipsam æquatori intumescentiam concordes assignant (*Fig.* 8).

I. Ex mensuris ad circulum polarem cum mensuris in Gallia captis comparatis diameter æquatoris inquit Maupertuisius, est ad axem terrestrem ferme ut 178 ad 177: fortasse ratio hæc paulo nimia est. Ex mensuris ad æquatorem & in Gallia captis simul comparatis, diameter æquatoris est ad axem terrestrem ferme ut 216 ad 215; ex mensuris ad promontorium Bonæ spei, ut 241 ad 240; ex Neutoni supputationibus, quæ has mensuras præcesserunt, ut 230 ad 229. Telluris figuræ ex diversis hisce mensuris exortæ adeo parum dissentiunt, ut potius earum concordiam mirari liceat, quam majorem similitudinem postulare.

Eulerus geometra summus hisce mensuris rite perpensis, & cuique minimis erroribus appositis ad illas conciliandas, statuit eam inter æquatoris diametrum, & axem terrestrem rationem, quam Neutonus posuerat, 230 ad 229; neque tellus figuram admodum diversam habere posse videtur.

II. Posita accurata hac postrema ratione, & posita æquatoris diametro leucarum 3000, habebitur analogia: æquatoris diameter est ad axem, ut 230 ad 229; seu $230 : 229 :: 3000 : x = 2987$ ferme. Unde æquatoris diameter axe terrestri leucis ferme 13 longior eruetur; adeoque ma-

ria

ria sub æquatore leucis sex aut septem magis, quam ad polos elata sunt, seu a terræ centro magis distant.

III. Scire cupiet lector quibus principiis ratio hæc inter æquatoris diametrum, & axem telluris inveniatur. Hæc & ab experimentis gravitatis corporum, & a theoria virium centrifugarum descendit.

EXPLICATIO I. Experimentis in corporum gravitate ubique captis constat, corporum gravitatem ab æquatore ad polos crescere (251); & pedis cubici aquæ, exempli gratia, gravitatem sub æquatore esse ad ejusdem gravitatem sub polis ferme ut 200 ad 201; ut alibi indicavimus (252).

Supposito ergo orbe nostro initio fluido, columnæ aqueæ sub æquatore eo altiores esse debuerunt, quo minus graves erant: secus aquæ æquatoris leviores gravioribus ad polum æquilibratæ non fuissent (502, IV.). Ergo harum columnarum a telluris centro ad superficiem sub æquatore altitudo ad columnarum sub polis altitudinem esse debuit ut 201 ad 200. Columnarum sub æquatore altitudo fuerit leucarum 1500: habebitur analogia: 1500: x :: 201 : 200. Invenietur x, radius ad polos, ad radium æquatoris comparatus ferme leucarum 1492 $\frac{1}{2}$: quæcumque sit harum leucarum longitudo. Erit ergo radius æquatoris ad radium ad polos ut 1500 ad 1492 $\frac{1}{2}$; & differentia est leucarum ferme 7, aut 8.

Supposita jam tellure primitus fluida, aut molli, & ejus partibus omnibus circa commune centrum collectis juxta leges hydrostaticæ (652) ex mutua earum attractione; supponamus modo, ejus intima sensim obduruisse juxta leges crystallizationis (120): eadem perseverabit analogia: & maria stratis solidis imposita concentricis ad æquatorem, & ad polos eam altitudinem obtinebunt, quam in hypothesi flui-

ditatis obtinebant. Erit ergo marium ad æquatorem, & ad polos altitudo, ut 201 ad 200, vel ut 1500 ad 1492 $\frac{1}{2}$.

EXPLICATIO II. Telluris figura, & polorum depressio proxime erui potest ex theoria virium centrifugarum, quæ eo magis cujusque elementi gravitatem minuunt, quo in majoribus circulis circa axem terræ hæc elementa rotantur (1295). Qui hac theoria depressionem definire velit, Neutoni opera consulat, aut institutiones Neutonianas Sigorgnii a pagina 243 ad 280.

Telluris dimensiones.

1376. OBSERVATIO. Quoniam radius T E major est radio T *d*; jam radius T V ad mediam ferme æquatoris, & poli distantiam, minor erit primo, major postremo; & magnitudine ferme inter utrumque medius erit. (*Fig.* 8)

I. Si radius T V circa se convertitur in plano meridiani, circulum XVYZ describet, qui ultra meridianum ad polos extendetur, & ultra quem meridianus terrestris extendetur sub æquatore: qui tamen totus sumptus meridiano terrestri A *d* E *p* A ferme æqualis erit. Sumi ergo potest radius T V ut medius telluris radius; est vero hic radius telluris in Gallia, & in latitudine quavis Galliæ latitudini æquali.

II. Quoniam in Gallia radius terrestris est medius inter radios polorum, & æquatoris; tellus tota simul sumpta censeri potest sphæra, cujus radius esset radius terrestris in Gallia. Atqui sphæra hujus radii meridianum haberet ambitu leucarum communium ferme 8984 (1367); ergo meridiani terrestris quoque ad æquatorem elati, ad polos depressi ambitus est ferme leucarum communium 8984.

III. Quum æquatoris radius T E longior sit leucis ferme septem radio T *d* polorum (1375);

jam radius TE major erit radio medio TV leucis ferme $3\frac{1}{2}$. Ergo meridiani terrestris ambitus erit ad æquatoris ambitum proxime, ut peripheria descripta a radio TV ad peripheriam descriptam ab eodem radio producto per leucas $3\frac{1}{2}$. (*Math.* 755)

1377. COROLLARIUM. *Radius terrestris in Gallia est leucarum ferme* 1430.

DEMONSTRATIO. I. Convertatur radius terrestris Parisiorum circa centrum terræ in meridiano Parisiensi: describet circulum meridiano cælesti concentricum, & hujus circuli gradus unus ad sensum confundetur ad borealem Parisiorum plagam cum arcu terrestri, cujus mensura capta fuit Parisios inter, & Amianum (1368). Atqui hic arcus unius gradus ibi dimensus dat peripheriam hexapedarum ferme 20545920 (1367); ergo radius terrestris Parisiorum eandem quoque daret peripheriam.. (1366)

II. Nota circuli peripheria, ejus radius quam proxime invenitur (*Math.* 479) Metii ratione sumpta peripheriæ ad diametrum. Habebitur ergo analogia, cujus quartus terminus erit duplus radius Parisiorum $355 : 113 :: 20545920 : x =$ 6539969 hexapedis. Est ergo Parisiis terrestris radius hexapedarum ferme 3269985, seu pedum regiorum 19619910, seu leucarum communium 1430, demptis hexapedis tribus.

III. Telluris radius ad polos tribus, aut quatuor leucis minor est (1375); totidem ad æquatorem major. Posita æquatoris diametro leucarum communium 2867, invenies ex Metio æquatoris ambitum esse ferme leucarum 9000 hac analogia: $113 : 355 :: 2867 : x = 9000 + \frac{1}{3}$. Est ergo ambitus æquatoris terrestris major ambitu meridiani leucis Gallicis communibus ferme 16. (1367)

IV. Posita telluris superficie æquali superficiei sphæræ, cujus radius esset leucarum 1430 (est hic medius telluris radius); invenietur e-

jus superficies in leucis, hexapedis, & pedibus quadratis, ut alibi descripsimus 496); imo si lubet & ejus soliditas, quæ est productum superficiei in tertiam partem radii. (*Math.* 754)

V. Telluris radius medius erit ferme leucarum 1500, si leuca supponatur continere hexapedas 2180: erit hæc hexapedis 107 communi brevior, quæ hexapedas habet 2287. Ita aliquando supputationes simpliciores fiunt quum de corporum cælestium distantia, aut magnitudine sermo est. (1187)



§. III.

AXIS TERRESTRIS POSITIO, ET DIRECTIO.

1378. OBSERVATIO. SÆpius in hoc tractatu ostendimus (*Fig.* 6)

I. Tellurem quotidie circa axem *p* T *m* converti ab occidente in orientem; & hunc axem in cælum productum polos cælestes P, M definire, circa quos totum cælum quotidie directione telluris revolutioni opposita converti videtur.

II. Axem mundi P T M ex motu retrogrado æquatoris terrestris circa alium axem *d* T *e* in cælo annis 25740 describere duplicem circulum PQRSP, MNOKM diametro graduum ferme 47. (1327)

III. Hunc axem mundi P T M, vel R T O diversa in cælo puncta successive respicere, dum semper æquatori cælesti, & terrestri perpendicularis perseverat, qui eosdem motus veros, aut apparentes habet, quos hic telluris, & mundi axis.

IV. Conicam axis terrestris revolutionem T *p q r s p*, T *m n o k m* in plano eclipticæ hujus axis inclinationem ad eclipticam ad sensum sal-

tem

tem non mutare; hic axis enim in conica suâ revolutione ab oriente in occidentem in antecedentia signorum semper ad sensum angulum facit PTG, vel RTF gradum ferme 66, 52' cum plano immoto eclipticæ FTG.

His positis, quæritur num diurnæ telluris revolutiones semper fiant circa eadem puncta terrestria *p*T*m*; & num axis *p*T*m* sit semper eclipticæ plano æque inclinatus. Horum problematum solutione, qualiscumque dari potest, articulum concludemus.

Polorum terrestrium immutabilitas.

1379. ASSERTIO. *Telluris poli in diurna revolutione semper eadem terrestria puncta esse videntur.* (*Fig.* 6)

EXPLICATIO. I. Convertatur modo tellus circa puncta *p*, *m*, quæ erunt ejus poli sintque hi urbes duæ, vel alia duo quævis insignia objecta. Nulla innotescit in natura causa, qua tellus cogatur polos hos in alia puncta duo diversa mutare; ergo semper circa eosdem polos converti debet juxta motus primitus impressi, nec mutati exigentiam. (307.)

II. Si tellus modo circa duas urbes, seu puncta duo *p*, *m*, modo circa duo alia *r*, *o* converteretur; jam regiones A, & *b*, quæ sunt sub æquatore dum revolutiones fiunt circa *p*, & *m*, non amplius sub æquatore essent quum revolutiones fierent circa alia puncta *r*, & *o*. Quæ regiones in primo casu sunt sub eodem meridiano, non amplius sub illo essent in secundo. At ab observationibus, & ab historia constat, urbes, & regiones eam ad polos positionem per hos dies obtinere, quam Hyparchi, & Ptolemæi temporibus obtinebant: ergo poli terrestres iidem nunc sunt, qui tunc erant; ergo & æquator idem est.

III. Alibi diximus, puncta polaria *p*, *m* mo-

cum retrogradum habere circa polos eclipticæ; at motus hic retrogradus non obest, quominus diurnæ revolutiones circa eadem puncta fiant *p*, *m* axis terrestris extrema, circa quæ primitus telluri rotationis motus impressus fuit. Axis hic ad diversa cæli puncta deflecti potest ex causa physica constante (1329), quin esse desinat commune centrum diurnarum telluris revolutionum. Quare puncta *p*, & *m* sunt, & erunt telluris poli, ad quodvis cæli punctum R, & O dirigantur; & si punctum *p*, exempli gratia, sit urbs hæc, erit semper boreale axis terrestris extremum in *p*, *q*, *r*, *s* in revolutione sua eclipticæ parallela annis 25740.

IV. Identidem tellus exiguam aliquam subire potest centri gravitatis mutationem, ut alibi innuimus (510); at hæ mutationes axem terrestrem ad sensum non immutant. Sive enim centrum gravitatis perseveret in T, sive aliquot hexapedis extra punctum T feratur, diurnæ partium terrestris revolutiones semper primigeniam directionem servant, & semper fiunt aut circa axem *p*T*m*, aut circa axem huic omnino proximum, & parallelum.

1380. OBJECTIO. Picardus celebris astronomus Gallus anno 1671 meridianam lineam duxit in diruta specula Tychonis Uraniburgi; & summa admiratione vidit, lineam a se ductam a Tychonis linea meridiana differre minutis 18. Ergo a Tychone ad Picardum sæculi unius decursu poli mutationem subierunt minutorum 18.

RESPONSIO. I. Chazellius geometrice, & astronomice pyramidis ægypiæ maximæ positionem observavit, ut habemus in actis Academiæ scientiarum ad annum 1710; & ejus quatuor latera accurate ad quatuor puncta cardinalia conversa reperit. Quum hanc positionem temere, & casu pyramidi datam fuisse non sit putandum; patet jam annis ferme 3000 telluris polos eosdem permansisse.

II.

II. Insignis linea meridiana a celebri Cassino in D. Petronii æde Bononiæ ducta anno 1655, per hos dies quoque meridiani positionem servat: ergo annis 117 poli telluris non sunt mutati.

III. Hinc colliges, aut Tychonis lineam recte positam non fuisse; aut, quod verosimilius est, ejus speculam in parva insula maris Baltici sitam loci mutationem subiisse aut a soli mobilitate, aut ab aliquo terræ motu.

Obliquitas ecliptica.

1381. OBSERVATIO. Ecliptica est curva a tellure in annua sua circa solem revolutione descripta. Ejus planum indefinite productum æquatoris terrestris planum oblique secat; eorum vero communis sectio hoc anno 1770, juxta Lalandium, angulum efficit graduum 23, 28′, 7″, 7‴. Quæritur num hæc obliquitas constans sit, an varia; & si varia, qua quantitate quotannis varia fiat. (*Fig.* 6)

Celebres astronomi nonnulli, inter quos Volfius, & Maupertuisius, quæstionem definire non ausi sunt, quæ ad hoc novas accuratissimas observationes per plura sæcula illis postulare videbatur. Illustris Lalandius astronomus æque doctissimus eam definit ex observationibus ab Hyparcho ad nostra usque tempora. Per hunc auctorem planum eclipticæ perpetuo accedit ad planum æquatoris: angulus ATF, vel BTF perpetuo minuitur, & quantitas media suæ diminutionis est ferme minuti unius quovis sæculo; quare annis ferme 140000 ecliptica æquatori congruet, & tellus universa perpetuo vere gaudebit saltem pluribus sæculis (1145, III.). Itaque tellus præter tres motus notos quartum haberet, quo ejus axis a borea in austrum, & vicissim converteretur annis ferme 2160000; nec propterea Laponia in zonam torridam transiret, ut nonnulli auctores asseruerunt; Laponia enim

sem-

ſemper eſſet in latitudine graduum ſupra 60.
(1279)

Cauſa hujus acceſſus planorum eclipticæ & æquatoris juxta Lalandium eſt actio planetarum, qui perpetuo planum æquatoris ad eclipticæ planum attractione inflectunt.

I. Alibi oſtendimus, non leves mutationes in eclipticæ obliquitate fieri poſſe (508); quarum cauſa ab allata admodum diverſa eſt. Cauſa harum mutationum nullum periodicum effectum pareret; ea æque eclipticæ inclinationem augere, ac minuere poſſet.

II. Comparatis invicem obſervationibus ab Hyparcho ad nos uſque, ecliptica ad æquatorem aliquantulum acceſſiſſe videtur. At antiquis obſervationibus ea certitudine conceſſa, qua fortaſſe non gaudent, illæ difficile conſentiunt in diminutione a Lalandio ſtatuta minuti unius quovis ſæculo; ut in ſequenti tabula apparebit, in qua obſervationes annorum bis mille collectæ ſunt. Hæc partim ex Volfio, partim ex Lalandio deſumpta eſt.

Py-

	Gradus,	minuta,	secunda,	anni ante Christ.
Pytheas	23	52	41	324
Erathostenes	23	51	20	230
Hyparchus	23	51	20	140
				anni æræ Christ.
Ptolemæus	23	50	22	140
Papus ferme ut modo				340
Albategnius	23	35	0	880
Regiomontanus	23	30	0	1460
VValterus	23	30	0	1476
Copernicus	23	28	0	1525
Rotmannus & Brigius	23	30	0	1570
Tycho Brahe	23	31	30	1587
Keplerus	23	30	0	1627
Gassendus	23	31	0	1636
Riccciolius	23	30	20	1646
Cassinus	23	30	0	1672
De la Hire	23	29	0	
Lovillius	23	28	0	1714
Condaminius	23	28	24	1736
Caillius	23	28	19	1750
Lalandius	23	28	7 7'''	1770

III. Ex his observationibus annis 2094 planum eclipticæ ad planum æquatoris accesset minutis ferme 24, 34''. Verum Ricciolius in sua astronomia reformata contendit, ex quatuor primis observationibus iterum correctis obliquitatem eclipticæ tunc temporis fuisse tantum graduum 23, 30'; & antiquos hosce astronomos in suarum observationum, ceterum satis accuratarum consectariis deceptos fuisse. Gassendus Pytheæ observatione Massiliæ facta iterum repetita obliquitatem eclipticæ infert graduum 23, 31'. In hoc observationum, & sententiarum conflictu, illustris Lalandii sententia non impugnata, cum Volfio, & Maupertuisio rem hanc nondum satis certam esse arbitramur.

IV.

IV. Fieri ne potuit, ut eclipticæ obliquitas aliquando aucta, aliquando imminuta fuerit ex revolutionibus in terrestri globo, aut ex aliqua exigua mutatione centri gravitatis (516)? Opinio hæc admodum simplex discordes sententias omnes componeret.

Nutatio axis terrestris.

1382. OBSERVATIO. Vidimus axem telluris, & mundi revolutionem conicam facere circa axem eclipticæ in antecedentia signorum annis 25740; & hujus revolutionis præcipuam causam esse actionem lunæ in elevatum terrestrem æquatorem (1329). Hæc eadem actio lunæ aliud parvum edit phænomenon ad eclipticæ obliquitatem spectans, quod modo exponemus. Ipsa exiguam regularem, & periodicam in axe terrestri nutationem parit, qua alternis ad eclipticæ polos accedit, & ab illis recedit; nec ab exposita eclipticæ obliquitate pendet. (*Fig.* 6)

I. Si axis telluris, & mundi PTM semper a polis eclipticæ æque distaret, annis 25740 describeret circulum PQRSP, nec unquam ab illo diverteret.

II. Verum observationibus constat, annis ferme 19 axem hunc PTM alternis ad eclipticæ polos accedere, & inde recedere: ita, ut obliquitas eclipticæ, quæcumque sit præsens hæc obliquitas, annis novem crescat, totidem decrescat, atque ita porro periodice. Differentia inter maximam, & minimam eclipticæ obliquitatem in hac periodo juxta Caillium est secundorum ferme 18. Maxima contingit quum nodus ascendens lunæ est in puncto æquinoctiali verno; minima, quum hic nodus est in puncto æquinoctiali autumnali.

III. Hinc sequitur, axem PTM præter motum diurnum, quo circa se rotatur, & annuum

nuum, quo ingentem cylindrum circa solem quotannis describit, & retrogradum, quo circa polos eclipticæ conos duos describit vertice oppositos ad terræ centrum, quartum quoque motum habere, quo conice circa se convertitur annis 19, & quo non jam circulum PQR SP, sed circa diversa hujus peripheriæ puncta plures epicyclos describit ad eclipticæ polos alternis accedens, & inde recedens. Hic est motus periodicus *nutationis*, qui a nobis explicandus erat, & cujus arcus S P speciem exhibet.

Theoriam phænomenorum sequitur theoria causarum ingenio simul, & phantasiæ jucunda, *Felix qui potuit rerum cognoscere causas*.

ASTRO-

ASTRONOMIÆ
SECTIO SECUNDA.

ASTRONOMIA PHYSICA, SIVE THEORIÆ CAUSARUM, A QUIBUS CÆLESTIA PHÆNOMENA PROCEDUNT.

Vetus, & recens systema pleni, & vorticum, utcumque temperatum, fabulosum.

Vacuum immensum in natura datur, præsertim in spatiis cælestibus, ubi nulla habetur impulsio.

Datur attractio reciproca, & universalis in directa ratione massarum, & in duplicata inversa distantiarum. Ejus natura, & leges.

Hujus legis attractionis influxus in corporum gravitatem, in motum curvilineum planetarum & cometarum, & in maris æstum.

THEORIA CÆLI.
SECTIO SECUNDA.
ASTRONOMIA PHYSICA.

1383. DEFINITIO. A*stronomia physica* est scientia causarum primigeniarum, quæ corporum cælestium motus pariunt, aut perpetuo servant. Causæ hæ primigeniæ, unde magna omnia oriuntur phænomena in mundo planetario sunt per Cartesium *impulsio in pleno*, per Neutonum *attractio in vacuo*.

Diffi-

Difficile duo magis opposita systemata excogitari poterunt, in quibus unius falsitas alterius veritatem apertius trahat. Primum magno plausu, sed brevi invaluit. Præclarissima europæ ingenia illud a ruina incolumen servare omnibus viribus studuerunt, quo illud trahunt simplicitatis, & verisimilitudinis defectus, & a phænomenis difformitas; sed frustra. Alterius regnum minori plausu cœpit; sed tempus fabulis inimicum in dies, & in sæcula magis magisque sententias confirmat, quibus naturæ arcana deteguntur. Si aliquandiu inter duo hæc systemata docti viri divisi fuerunt, per hos dies nemo Cartesio favet, Neutonum omnes sequuntur.

Cartesius, & Neutonus in prima motus causa, in vero mundi systemate, in cælestibus phænomenis omnino consentiunt. Ambo materiæ inertiam tribuunt, Deum motus omnis causam efficientem asserunt; solem, & stellas dicunt immobiles, aut minimo motu cieri volunt: tellurem planetam dicunt, qui per curvam ellipticam circa solem agitur dum quotidie circa suum axem ad sensum semper sibi parallelum convertitur, atque ita de ceteris. Quare magni hi duo viri Dei actionem ad motum necessariam statuentes, in modo, quo in phænomena influit, tantum dissentiunt.

Per Cartesium Deus motum in corporibus cælestibus perpetuo non servat, nisi consequenter ad præsentiam, & impulsum materiæ cujusdam fluidæ, a qua impelluntur. Per Neutonum Deus motum perpetuo in corporibus cælestibus servat nulla materiæ fluidæ præsentia, impulsu nullo. Omnia plena sunt, inquit Cartesius & motus omnis ab impulsione oritur. Vacua dantur, æque immensa in spatiis cælestibus, inquit Neutonus; & motus corporum cælestium causa non impulsio est, sed attractio.

Hac sectione, quam in duos articulos tribuemus,

ſcilicet: quandoquidem ſtella quævis ſol eſt noſtro ſimilis; & cuilibet ingenti hujus materiæ portioni motum indidit diverſis directionibus circularem, aut ellipticum circa ſolem proximum. Hinc *ingentes vortices*, qui ipſi alios *ſecundarios vertices* includunt, ut quamprimum explicabimus. Idem motus initio materiæ æthereæ inditus, a Deo perpetuo reſtituitur, & conſervatur; materia ſiquidem hæc æthérea, juxta Carteſium, nullum invenit obſtaculum, quo ejus motus interrupatur, aut turbetur. (*Fig.*59)

III. *Magni hi vortices* non omnes eadem directione circumaguntur. Exempli cauſa: dum noſter vortex ſolaris revolutionem facit *m n o m* ab occidente in orientem circa ſuum ſolem T; magni vortices ſtellarum propinquarum, qui illum premunt, & coercent, circumaguntur ab oriente in occidentem ſinguli circa ſuam ſtellam S directione *a b c a*; & dum magnus vortex IKL circumagitur ab auſtro ad boream in meridiano; magnus vortex VXZ circumagitur a borea in auſtrum. Ita eorum revolutiones ſunt magis analogæ, & minus aptæ ſeſe mutuo deſtruere. Eadem ratione magni ſtellarum remotiorum vortices ſimili ferme pacto diſpoſiti eſſe debent inter ſuperiores, & inferiores vortices, quos comprimunt, & a quibus comprimuntur; ita ut quivis magnus vortex intermedius circumagatur directione a ſuperioris, & inferioris vorticis directione diverſa. Ita rota dentata duabus aliis rotis dentatis inſerta circumagitur directione diverſa a directione rotarum, quas ipſa movet.

Quum poſtremum cujuſque vorticis ſtratum nitatur ſemper fugere per tangentem juxta leges motus (303); quumque ſtratum hoc nullam propriam gravitatem habeat, quæ ejus motum inflectat; in hoc ſyſtemate alii, atque alii vortices in infinitum requiruntur, quibus inferiores vortices coerceantur. Hinc Carteſii mundus in-

mus, plenum, & vacuum expendemus, tum attractionis theoriam, quæque inde consequuntur.

ARTICULUS PRIMUS.

PLENUM, ET VACUUM DISCUTITUR.

Systema Cartesii.

1384. EXPLICATIO. CArtesius tribus suis elementis excogitatis, ut alibi explicavimus, (163) ex materia ramosa solidos planetarum & cometarum globos efficit: materiam globulosam in circulum, aut ellipsim circa solem, & planetas rotari vult: materia subtili interstitia omnia duorum aliorum elementorum replet.

I. Omnia per Cartesium plena sunt ita, ut si hodie Deus cubicum materiæ pollicem creare vellet, illumque inter solem, & stellas propinquas collocare, omnes data proportione mundi universi limites ulterius propellere deberet. Spatium immensum undequaque inter solem, & stellas diffusum plenum est materia globulosa, & subtili, quæ mixtæ fluidum efficiunt, quod *ætherem, seu materiam subtilem* vocat. Huic materiæ æthereæ, fluido huic cohæsione, & gravitate carenti innatant globi aliquot solidi, planetæ, & cometæ cum exiguis eorum athmosphæris. Per Cartesium globuli secundi elementi, qui præcipue ætherem efficiunt, sunt corpora infinita duritie prædita: per Malebranchium, & Privatum Molierium hi iidem globuli flexiles sunt, atque elastici, vorticilli sunt aliis vorticillis referti.

II. Deus initio temporum materiam ætheream, quæ mundum universum replet, in totidem ingentes portiones divisit, quot stellæ sunt, soles sci-

indefinitus, qui tandem infinitus est, & chimæricus. (*Math.* 439, 442)

IV. In nostro vortice solari dispositi sunt ad diversas a sole distantias planetæ, & cometæ, qui singuli proprium habent vorticem circa se rotatum dum a magno solari vortice circumfertur. Hinc *vortices secundarii*. Vortex planetæ primarii alios minores vortices continere potest, quorum rotationes fient intra vorticem planetæ pr marii. Hujusmodi est vortex telluris, qui vorticem lunæ, & vortex Jovis, qui quatuor suorum satellitum vortices continet.

V. Motus omnis per Cartesium impulsione incipit, aut desinit, augetur, aut minuitur, hac aut illa directione communicatur. Quare impulsio omnium in natura motuum causa est. Hinc necessitas *fluidi moventis* universum replentis, quo planetæ, & cometæ circumferantur, actio lucis ad oculum transmittatur, fit inter omnes mundi partes medium communicationis. Fluidum hoc movens est materia ætherea.

VI. Materia hæc vi sua impulsiva planetas nostros vehit circa solem ab occidente in orientem; neque hac eadem vi impulsiva cometas quosdam retardat, qui directione illi opposita ab oriente in occidentem feruntur. Idem juxta Cartesium in aliis solaribus vorticibus contingere debet respectu suorum planetarum, & cometarum.

VII. Materia hæc ætherea per Cartesianos nullam ipsa gravitatem habet, nec ab alio obtinet: quare ipsa nullo tendit, neque in solem, circa quem agitur, neque in corpora solida, quæ circumvehit. Corpora solida, ut planetæ, & cometæ, neque ipsa per se ullam gravitatem habent; at materia ætherea sua impulsione motum illis imprimit ad quædam centra, qui motus est eorum gravitas. Quare materia ætherea omni prorsus ipsa gravitate carens omnis in natura gravitatis causa fit.

Ut

Ut motum hunc centralem corporis solidi in æthere Cartesiano concipiamus, sit globus bellicus ad altitudinem hexapedarum 30. Ibi ipse de se, & ex naturæ legibus non magis nititur descendere, quam ascendere. Verum materia ætherea circa terram revoluta eo velocius agitur, quo a terræ centro remotior est; quare pars hujus globi superior validiores inferiore impulsus subit: hic vero percussionis excessus in superiori parte illum cogere debet, ut motu accelerato tendat illuc, ubi ictus semper languidiores sunt, minusque efficaces.

En brevibus verbis obsoletum jam vorticum systema, cujus vitia quamprimum singillatim indicabimus.

Systema Neutoni.

1385. EXPLICATIO. Omnia per Cartesium plena sunt: omnia ferme per Neutonum vacua sunt. In immenso spatio soli, & stellis interjecto alia materia non est, nisi qua constant sex planetæ primarii, secundarii, & cometæ nonnulli adhuc parum noti (1201). Deme pauca hæc corpora solida suis exiguis athmosphæris circumdata, deme radios nonnullos lucis hac illac diffusos, qui ob maximam divisionem ne considerari quidem debent, omnia in mundo nostro planetario vacua sunt. Quare in immenso spatio solem inter, & stellas plenum vacuo comparatum ferme infinite parvum est; verosimile vero est, rem eodem modo se habere in spatio stellis interjecto, quæ totidem soles sunt, unde lucem hauriunt alii planetæ, & cometæ circa illas diffusi. Itaque in Neutoni sententia:

I. Planetæ, & cometæ circa solem immobilem in spatio vacuo, seu veluti vacuo aguntur, in quo nihil eorum motibus obest: propterea libere, & nulla perturbatione moventur.

II.

II. Corpora omnia gravitatem, seu nisum ad sui motus centrum habent: hujus vero gravitatis causa est non impulsio ullius materiæ, non qualitas materiæ inhærens, sed generalis, & primigenia lex a Deo lata, qua initio temporum jussit, corpora omnia invicem gravitare vi æquali producto massæ per quadratum distantiæ diviso (1273).

Per Cartesium impulsio unica est motus causa in natura. Per Neutonum præter impulsionem alia motus causa datur, nempe attractio, seu gravitas, quæ, ut habeatur, nullius corporis impulsionem postulat.

III. Si Deus postquam corpora cælestia creavit, illa a mutua attractione agi sivisset, corpora opaca in propinquum sibi solem cucurrissent. Ne hoc contingeret quid fieri oportuit? Tantum Deum, quiescentibus corporibus lucidis, corpori cuivis opaco motum projectilem indere, cujus directio angulum quemvis cum gravitatis directione efficeret. Ex corporis lucidi quiete, ex mutua gravitationis lege, ex motu projectili corporibus opacis indito omnes planetarum, & cometarum motus circa illorum solem, seu centrum motus in vacuo consequuntur (1286).

Hoc paucis est sublime mundi systema Neutonianum, cujus simplicitas naturæ mire consentit, & cujus principia quum naturam faciant semper a suo auctore maxime dependentem, optime veris religionis principiis congruunt, consectaria vero astronomicis observationibus apprime conformia sunt, accuratissime nota phænomena explicant; sæpius quoque nova inventa disponunt, quorum veritatem subsequentes observationes in dies comprobant.

Accurata vacui notio.

1386. NOTA. Per Cartesium non modo vacuum in natura non datur, imo in se repugnat,

gnat. Per Neutonum vacuum non modo non repugnat; imo immensum in natura datur. Quum plenum, & vacuum sint horum oppositorum systematum præcipua fundamenta, alterutrius probatio alterutrius quoque systematis ruinam inducet.

I. In metaphysica ostendimus, vacuum dari posse, illud infinitum extra naturam existere (*Metaph.* 127). Reliquum est, ut videamus num re ipsa vacuum in natura detur, in spatio scilicet sole, & stellis intercepto.

II. Magni momenti est rectam vacui, de quo quæstio, ideam sibi effingere. Vox hæc *vacuum* ideam admodum diversam excitat in vulgo, & in philosophis. Vulgus hac voce spatium intelligit, in quo nullum corpus sit aptum sensus afficere. Philosophus spatium intelligit, ubi nullum corpus sive sensile, sive insensile existat. Phiala in qua multus aer condensatus sit, multa materia ignea, lucida, electrica, magnetica, vulgo vacua esset. Ut vere phiala vacua sit in sensu philosophi, nihil in ea sit oportet neque aeris, neque ignis, neque lucis, neque alius materiæ cujuslibet. Vacuum, de quo agimus, est cujusvis materiæ privatio in immensa spatii parte sole, & stellis intercepta.

III. Ostendemus primo, sine vacuo corporum, quibus circundamur, motus obtineri non posse: deinde planetarum, & cometarum motus circa solem sine vacuo ferme perfecto in spatiis cælestibus fieri non posse. Hinc probabitur dari tum vacuum disseminatum, tum ingens vacuum coacervatum, quod in systemate Neutoniano requiritur, & quod in Certesiano impugnatur.

PARAGRAPHUS PRIMUS.

VACUUM DISSEMINATUM

PROPOSITIO.

1387. *Motus corporum, quibus circumdamur, obtineri nequit sine innumeris vacuis in natura.*

DEMONSTRATIO. Motus in natura datur: dantur corpora, quorum partes aliæ ad alias accedunt, aut invicem recedunt; ergo vacuum in natura datur contra Cartesianos. Ostendo.

I. Quum materia non sit, nec esse possit in infinitum divisa (67), Cartesianis ipsis fatentibus, sint materiæ elementa duo speciei omnium minimæ contigua: ex motu, quem in natura videmus, constat, elementa hæc invicem separari; atqui separari nequeunt, quin vacuum relinquant a nullo corpore occupandum. Alterum enim ex his elementis ab altero recedere nequit tota sua diametro, quin antea semidiametro recesserit: atqui quo momento hæc elementa omnium minima sola semidiametro distant, vacuum inter illa est, quod nulla materia replere potest. Ut enim repleretur, dari deberent elementa, quorum diameter esset diametri illorum dimidia; ergo hæc minimis omnium minora essent; quod implicat.

II. Si minimum elementum alteri majori contiguum sit, neque hæc separari poterunt, quin vacuum inter se relinquant a nullo corpore occupandum. Patet enim, minimum elementum a majore dimidia sua diametro recedere debere antequam tota diametro recedat; ergo minimum

a ma-

a maximo ſejungi nequit, quin vacuum in natura relinquat.

III. Si innumera elementa in maſſam collecta ſint, nullo vacuo interjecto, adhuc hæc elementa ſejungi nequeunt, quin innumera vacua relinquant quo momento ſeparantur. Sit enim maſſa hæc aqua, farina, ſalibus, oleis, fluidis omnibus inviſibilibus, quæ corpora permeant, conflata. Ut in hac maſſa non habeatur vacuum, elementorum majorum interſtitia a minoribus repleri debent: vacua vero ab his ipſis relicta ab adhuc minoribus repleri debent; atque ita porro uſque ad omnimodam omnium elementorum in omnibus ſuperficiei punctis contiguitatem. Tunc vero minima elementa vel paribus ſunt contigua, vel majoribus; at vero in neutro caſu ſeparatio ſine vacuis relictis fieri poteſt, ut oſtendimus.

IV. Ergo elementa, exempli gratia, guttæ aqueæ vel nunquam ſejungi poſſunt, vel ſucceſſiva eorum ſeparatio neceſſario infert vacuum diſſeminatum. Atqui hæc elementa ſeparantur, nec in aqua modo, ſed in omnibus corporibus; ergo innumera vacuola in natura dantur; & vacuum Carteſianum motus phænomenis opponitur. Q. E. D.

1388. OBJECTIO. Materia ſubtilis Carteſiana, cujus munus eſt aliorum duorum elementorum interſtitia replere, indefinite ductilis ſupponi poteſt. Quid obeſt igitur quominus dum duo materiæ ſubtilis elementa invicem recedunt dimidia, aut quarta parte diametri, alia materia ſubtilis, ſua ductilitate ulterius attenuetur ad ſpatium ſemper replendum, quod illa elementa dum ſejunguntur, relinquunt?

RESPONSIO. Infinita hæc materiæ ſubtilis ductilitas omnino falſa eſt.

I. Alibi oſtendimus, primigenia materiæ elementa, principia corporum, a Deo ita ſolida creata fuiſſe, ut nulla vi unquam immutentur:

ceterum nihil in natura fixum, ac permanens esset, quam tamen semper sibi similem videmus (145). Quare ab hac lege omnibus elementis communi materia subtilis eximatur? Qua vi, quove machinamento materia hæc subtilis infinitas diversas uno instante figuras subeat, primigenia sua natura non mutata?

II. At detur hæc infinita materiæ subtilis ductilitas, & quid inde consequatur videamus. Sint duo lucis globuli multo minimi contigui. In hypothesi Cartesiana, ut invicem tota diametro separari possint, debet materia multo tenuior successive occupare spatium illis intermedium uni eorum diametro æquale. Nec satis: debent præterea hæc innumera tenuis materiæ strata interjecta invicem separari: ceterum natura tota iners, & motu carens quamprimum esset. At vero stratum a strato segregari non potest per spatium suæ crassitiei æquale, nisi prius, quarta, dimidia, &c. diametri suæ longitudine recesserit, atque ita porro. Ut igitur impediatur vacuum debent innumera alia materiæ subtilis strata semper adhuc magis tenuia implere semper magis, ac magis minora intersticia a stratis præcedentibus relicta dum quarta, tertia, dimidia, &c. suæ crassitiei parte invicem recedunt, quæ crassities jam est infinite minima pars diametri globuli jam veluti infinite parvi. Et nondum satis: ut postrema hæc strata adhuc invicem separentur, quorum crassities jam est infinite minor priorum crassitie, infinita nova strata supponenda sunt materiæ semper magis, magisque attenuatæ, ut stratis, quæ separantur, sese possint inserere ad vacuum impediendum; atque ita porro in infinitum. An non hæc somnia, & deliria sunt?

§. II.

§. II.

DATUR VACUUM IMMENSUM.

1389. OBSERVATIO. Per Neutonum spatia inter solem, & stellas intercepta vacua sunt, ubi nulla materia est præter planetas, & cometas, eorumque exiguas athmosphæras, & aliquot maxime rarefactos lucis radios, qui nihilo æquiparandi sunt; si enim in massam colligerentur spatium veluti infinite minimum occuparent.

Per Cartesium spatia hæc plena sunt materia infinite densa, at infinite fluida, cui planetæ, & cometæ cum suis athmosphæris innatant.

Priusquam altrutram sententiam amplectamur, nonnullæ prodromæ veritates statuendæ sunt, unde fluet judicium de re hac recentioris physicæ basi ferendum.

Theoremata prodroma.

1390. THEOREMA I. *In systemate Cartesiano corpora omnia sunt æque densa.*

DEMONSTRATIO. Per Cartesianos omnia plena sunt materia, quæ homogenea creata, divisione, & trituratione naturam intimam non mutavit; ergo tantundem materiæ pedi cubico aeris inest, ac pedi cubico marmoris. Consequentiam Cartesius, ejusque discipuli concedunt.

In systemate Cartesiano pes cubicus aeris pede cubico marmoris levior est, etsi eadem utriusque sit absoluta densitas; pes enim cubicus aeris fere totus materia subtili, & globulosa constat, quæ gravitate carent; pes vero cubicus marmoris parum continet materiæ subtilis, & globulosæ, multum ramosæ, quæ sola per

Cartesianos gravis est. Hinc in duabus hisce massis æqualis materiæ quantitas, pondus inæquale. Q. E. D.

1391. THEOREMA II. *Corpus per fluidum ferri nequit, quin motus sui partem amittat.*

DEMONSTRATIO. Nequit corpus per fluidum transire, quin ejus partem luco dimoveat, illique motum suum communicet. At ex certa naturæ lege, corpus ab alio impelli, & loco moveri nequit, quin corpus impellens motus quantitatem amittat æqualem quantitati, quam corpus impulsum acquirit (310). Ergo corpus per fluidum, quod impellit, & loco movet ferri nequit, quin sui motus partem amittat. Q. E. D.

1392. THEOREMA III. *In fluido quovis vis inertia, qua mutationi status resistit (286), est in ratione composita densitatis fluidi, superficiei corporis per fluidum se moventis, & quadrati velocitatis hujus corporis.*

DEMONSTRATIO. Etsi de resistentia mediorum alibi egerimus (295); illic dicta breviter repetere opportunum erit, in hypothesi Cartesiana, in qua medium, per quod corpora cælestia moventur, cohæsione nihil resistit.

I. Medium densius corpori per illud moto majorem materiæ depellendæ quantitatem obiicit; major vero hæc materiæ quantitas majorem motus quantitatem adimit a corpore propellente: ergo resistentia medii ejus densitati est proportionalis.

II. Corpus in fluido motum eo majorem fluidi quantitatem depellit, quo major est ejus superficies. Ergo resistentia fluidi est superficiei corporis depellentis proportionalis.

III. Mobile fluidum depellens motum illi imprimit quadrato suæ velocitatis proportionalem (302). At talem motum a fluido acquiri nequit, nisi tantundem corpus depellens amittat; nec motum quadrato velocitatis suæ proportio-

na-

nalem mobile amittere potest, nisi a fluido resistentiam subeat huic quadrato proportionalem; ergo hæc resistentia est quadrato velocitatis mobilis proportionalis. Q. E. D.

1393. THEOREMA IV. *Cylindrus in fluido æque denso motus dimidiam suam velocitatem amitteret dum spatium percurreret suæ diametro æquale.*

DEMONSTRATIO. Cylindrus in fluido spatium suæ diametro æquale in hujus diametri directione percurrere nequit, quin massam suæ massæ æqualem dimoveat, posita utrinque æquali densitate. At ex certissima motus lege, corpus materiæ massam suæ æqualem dimovere nequit, quin illi dimidiam suam velocitatem communicet (322); ergo cylindrus in fluido æque denso motus suæ diametro parallelus dimidiam suam velocitatem amittet dum diametri suæ longitudinem percurrit. Q. E. D.

1394. THEOREMA V. *Si sphæra, & cylindrus, cujus basis, & altitudo sint sphæræ diametro æquales, eadem velocitate in fluido moveantur, æqualem resistentiam perferent.*

DEMONSTRATIO. Si cylindrus suæ diametro parallelus moveatur, ejus bases nullum fluido motum imprimunt, nec ullam a fluido resistentiam subeunt. In hac hypothesi, in qua procedimus, sola superficies convexa cylindri, quæ sphæræ superficiei æqualis est (*Math.* 573) resistit. Atqui quum fluidi densitas, & mobilium velocitates eædem sunt, fluidi resistentia est superficiebus depellentibus proportionalis; ergo sphæra, & cylindrus quum æquale fluidi volumen depellant, æqualem resistentiam subibunt. Si ergo sphæra eandem motus quantitatem habeat, quam cylindrus, dimidiam suam velocitatem amitteret dum spatium suæ diametro æqualem percurrit. Q. E. D. (1393).

1395. THEOREMA VI. *At quum sphæra massa duas tertias tantum valeat massæ cylin-*

dri, dimidiam suam velocitatem amittet, quum spatium æquale duabus tertiis suæ diametri percurrerit.

DEMONSTRATIO. Positis sphæræ, & cylindri velocitatibus æqualibus, motus quantitates erunt ut massæ (273); at massa sphæræ est $\frac{2}{3}$ massæ cylindri ejusdem basis, & altitudinis (*Math.* 624); ergo motus quantitas est tertia parte minor in sphæra. Ut ergo dimidiam suam velocitatem sphæra amittat satis erit, si columnam fluidi duabus tertiis cylindri, adeoque duabus tertiis sui axis æqualem dimoveat. Q. E. D.

1396. THEORIA VII. *Si cylindrus quiescat, & fluidum movetur, cylindrus dato tempore eam motus quantitatem acquiret, quam eodem tempore amisisset, si velocitate fluidi per illud processisset.*

DEMONSTRATIO. Quum mobile fluidum propellit motus quantitatem amittit fluidi resistentiæ proportionalem: quum mobile a fluido propellitur quantitatem motus acquirit impulsui fluidi proportionalem. Posita ergo utrobique æquali velocitate, fluidi resistentia, & impulsus æquales esse debent. Ergo resistentiæ, & impulsus effectus æquales erunt. Ergo impulsus fluidi in cylindrum quiescentem illi quantitatem motus communicabit æqualem quantitati, quam cylindrus fluidum impellens amisisset. Q. E. D.

1397. COROLLARIA. Ex hisce theorematis, ex postremo præsertim colliges:

I. Si cylindrus primo quiescat in fluido æque denso, *cito eadem, qua fluidum, velocitate motum iri.*

II. Si sphæra primo quiescat in eodem fluido, *citius eadem, qua cylindrus, velocitate motum iri*; tertia parte minorem siquidem resistentiam obiicit.

III. Si sphæra contra fluidi cursum movetur,

cito

cito in fluidi directione, & plano motum iri. Fluidum enim perpetuo dimidiam velocitatem sphæræ adimens dum illa duas tertias suæ diametri percurrit; cito totum illi motum adimere debet, & suum communicare.

Hisce præsertim armis Neutonus Cartesii plenum profligat. Aliquod ex allatis theorematis, exempli gratia, quartum rigidiorem geometricam demonstrationem admittit. At ubi veritas etiam sine his satis elucet, ab hac supersedere satius duximus.

IV. Si *pleno perfecto* Cartesiano *vacuum disseminatum* substituas, *iidem effectus sequentur*, licet non ita brevi tempore. Exempli gratia sphæra omnino plena, quæ in fluido semivacuo moveretur, non dimidiam, sed quartam sui motus partem amitteret duas tertias suæ diametri percurrens. At tandem totum suum motum adhuc amitteret, & brevi fluidi directionem sequi cogeretur.

PROPOSITIO I.

1398. *Motus corporum terrestrium pleno Cartesiano adversatur, & magnum vacuum Neutonianum probat.*

DEMONSTRATIO I. Si omnia plena sunt, densitas mediorum æqualis est densitati solidorum, quæ in illis moventur (1390). Ergo nullus globus in medio quovis, puta in aere, moveri potest, quin dimidium suum motum amittat dum duas tertias suæ diametri partes percurrit (1395). Atqui experientia oppositum evincit; nam globus bellicus non modo dimidium motum suum aera traiiciens non amittit dum duas tertias suæ diametri percurrit, imo vix paululum retardatus videtur, postquam millies ducenties, vel quingenties suam diametrum percurrerit. Ergo globus hic in medio minimum denso movetur; ergo quod magna ex parte va-

cuum ſit, & multo, ac multo minorem materiæ quantitatem habeat ſub eodem volumine, quam globus bellicus, qui tamen plus vacui habet, quam ſolidi (199).

Fruſtra dices, ætherem Carteſianum, quo juxta Carteſium, & aſſeclas magna ex parte athmoſphæra conſtat, non eſſe gravem, adeoque globo bellico non reſiſtere. Inanis ſubterfugii ineptam falſitatem quamprimum oſtendemus (1400).

DEMONSTRATIO II. Pluribus experimentis Neutonus oſtendit, ſphæras in aere motas ſemper reſiſtentiam pati ſuperficiebus proportionalem, quæcumque earum denſitas ſit: exempli gratia, globus chartaceus diametro ſemipedis eandem ipſam in aere reſiſtentiam ſubit, quam globus plumbeus ejuſdem diametri. Atqui ſi omnia plena eſſent, ſphæræ hæ reſiſtentiam pati deberent non tantum ſuperficiebus, ſed his, & denſitatibus proportionalem. Materia enim ſubtilis quum mira per Carteſianos tenuitate ſit, debet ſphærarum interſtitiis inſinuari, & non ſolum externis ſolidis partibus, ſed & internis omnibus reſiſtere; ergo ſphæris his reſiſtere non in ratione ſuperficierum, ſed in ratione harum, & ſimul denſitatum; quod falſum eſt. Ergo hypotheſis pleni hic quoque experientiæ adverſatur.

DEMONSTRATIO III. Quum machina pneumatica aer e prælongo vitreo tubo exantlatus fuit, eadem velocitate in hoc tubo aurum, plumbum, pluma libere deſcendunt (245). Ergo aerem exantlando plurimum hujus medii denſitas minuitur: ceterum corpora hæc etiam aducto aere reſiſtentiam paterentur ſuo volumini proportionalem, qua inæquali velocitate deſcenderent. Ergo educto aere multo minus materiæ in tubo eſt. Ergo æther Carteſianus, qui embolo non educitur, plenum perfectum non facit; neque enim denſitatem habet aptam ſenſibili-

biliter corporibus per illum labentibus resistere.

CONCLUSIO. Ex dictis hactenus sequitur, athmosphæram nostram ea densitate non gaudere, quam Cartesiani illi adscribunt; sed in ea plurimum esse vacui, quod quantum sit certis principiis definiri potest. Scimus enim aeris densitatem esse ponderi comprimenti proportionalem (691), & aerem eo minus compressum esse, quo magis ejus strata supra mare attolluntur (738); unde sequitur, aerem, qui jam prope terræ superficiem octingenties aqua rarior est (736), minuere densitatem, & plus habere vacui, quo magis ejus strata a tellure recedunt.

Neutonus calculo invenit, ad quadraginta milliaria Anglica, quæ sunt ferme leucæ Gallicæ tredecim cum dimidia, aerem supra mare elevatum esse ferme millies rariorem, quam prope terram; ad altitudinem milliariorum 80, seu leucarum 27, aerem fore rariorem decies centies millies; ad milliaria 160, seu leucas 54, rariorem fore vicibus 1000000000000, adeoque in hac ratione fore ibi ejus vacua. Si ergo ulterius calculo procedamus, inveniemus lunam, planetas, cometas, in vacuo ferme perfecto moveri. Q. E. D.

PROPOSITIO II.

1399. *Phænomena motus corporum cælestium systema pleni, & vorticum refellunt, & vacui ferme perfecti in spatiis cælestibus necessitatem ostendunt.*

Demonstrationes duæ, altera a planetis, altera a cometis deducta propositionem statuent.

DEMONSTRATIO I. a planetis ducta. Observationibus astronomicis constat, planetas inæqualibus *temporibus* circa solem converti: *curvas* describere, quarum sol focum, non cen-

trum occupat: in *planis* inter se non parallelis, imo se intersecantibus. Hæc cum pleno, & cum vorticibus stare nequeunt. Siquidem

I. Si magnus vortex materiæ æthereæ, qui circa solem volvitur planetas ab occidente in orientem secum vehit; quarenam Mercurius quatuor ferme revolutiones peragit, dum tellus unam facit? quarenam tellus ferme triginta revolutiones complet dum Mars quindecim, Jupiter duas & dimidiam, Saturnus unam tantum facit? Sane quia diversa solaris vorticis strata eo citius revolutiones complent, quo soli propinquiora sunt (*Fig.* 54).

At quanam ratione fiet, ut strata inferiora breviori tempore, quam superiora revolutiones suas faciant, quin in perpetuo affrictu ad tardiora strata propinqua quidpiam velocitatis amittant, quin velocitatis suæ partem communicent stratis, in quæ perpetuo impingunt; quin vorticilli flexiles, & elastici, quibus juxta recentiores omnes Cartesianos constant, invicem in perpetuis hisce incursibus dissolvantur, a quibus alternis eorum poli, & æquator comprimuntur, & attolluntur? Si hoc sit naturæ machinamentum, fateamur necesse est, esse hoc mysteriorum omnium naturæ maxime incomprehensibile; neque hunc rerum nexum, atque ordinem sine perpetuo miraculo contra omnes motus leges stare unquam posse.

II. Si magnus vortex solaris in sua ellipsi planetas vehit circa solem in foco positum, & extra vorticis centrum, qui fit, ut vortex hic solem loco non moveat? qui fit, ut illum tandem ad ellipseos centrum ad æqualem a focis distantiam non propellat? Exempli gratia. (*Fig.* 23).

Quum major amplitudo T S vorticis solaris transit in minorem S E; patet materiam T S in S E translatam debere motum accelerare, & vim suam impulsivam in solem S augere. Qua ratio-

ratione fit, ut sol S tanto majore vi impulsus, quo fluidum contiguum velocius est, perseveret in S, nec transeat in O vorticis centrum? Qua ratione fit, ut omnia vorticis hujus strata S T in arctum spatium SE transeant, quin commisceantur, & quin minimi vortices elastici, & flexiles, quibus componitur, interturbentur; quin unquam periodicæ eorum circa solem revolutiones mutentur, quarum tempora in diversis planetarum distantiis sunt in subduplicata ratione cuborum distantiarum cujusque strati concentrici (1262)? Cui adeo implicatum, & secum pugnans machinamentum naturæ ipsius systema esse persuadeas?

III. Si magnus vortex solaris ab occidente in orientem planetas vehit; planetæ vorticis, a quo aguntur, directionem sequentur. Qui fit igitur, ut planetæ circa solem diversis directionibus ferantur in vortice, in quo partes omnes curvas parallelas describere debere videntur? quare telluris orbita ab austro in boream, & vicissim sub diversis angulis secatur ab orbita Mercurii, Veneris, Martis, Jovis, Saturni (1180)? Frustra in solari vortice diversas stratorum concentricorum directiones confinges. Hæc enim strata sese ita invicem secantia sese in pleno evidenter destruere debent; atque hæc confingere ad permanens naturæ phænomenon explicandum est a Scylla in Charybdin incidere.

IV. Ex his sequitur, vortices Cartesianos utcumque confictos non esse causas motus planetarum: eos in natura non existere: si darentur diutius non perseveraturos, quin invicem permiscerentur, & destruerentur: si darentur, motus in planetis effecturos omnino diversos ab iis quos videmus, qui cum vorticibus componi nequeunt, neque cum materia quavis vorticibus substituta; nec motus istos planetarum regulares, & uniformes fieri posse nisi in spatio libero, & vacuo, ubi materia nulla illis sensibiliter resistat. Q. E. D.

DE-

DEMONSTRATIO II. a cometis desumpta. Certum est cometas esse globos opacos mundo coævos, planetis nostris similes (1204). Observationibus constat, cometas periodice circa solem revolutos quaquaversum in cælestibus spatiis moveri, alios ab occidente in orientem, alios ab oriente in occidentem, ab austro in boream, & vicissim. (1201)

At enimvero si vortex materiæ æthereæ planetas ab occidente in orientem circa solem vehit; jam vorticis hujus impulsus cometarum motus ab oriente in occidentem sistere debet, eorum qui a borea in austrum, aut hinc illuc feruntur, motum distrahere, illosque secum, & sua directione ab occidente in orientem asportare. Hæc aliquanto fusius explicemus.

I. Inter quinquaginta novem cometas a recentioribus diligentius observatos solos quadraginta tres consideremus, quorum semitas illustris Abbas Caillius indicavit anno 1755, & quorum tabulam edidit suæ astronomiæ pagina 254, numero 571. Inter hos, quorum viginti, & unus directi sunt, ceteri retrogradi, viginti duo ibant in antecedentia signorum; adeoque contra solaris vorticis directionem, qui planetas in consequentia signorum vehere supponitur. Qua igitur ratione cometæ hi retrogradi in hoc vortice contra ejus directionem moveri potuissent? qua ratione dum vorticis impulsus tanta celeritate planetas ab occidente in orientem vehit, hic idem impulsus nihil agit in globos ejusdem cum planetis naturæ, quos libere ab oriente in occidentem progredi sinit? Concipe navim remis, & velis destitutam in velocissimo fluvio, quæ libere adverso flumine feratur, & motum certa lege contra aquæ cursum acceleret quo magis ad certum terminum accedit, deinde eadem lege post hunc terminum motum retardat: erit hoc singulare phænomenon a veteri, & recentiori systemate Cartesiano in naturam invectum.

II.

II. Ex his quadraginta tribus cometis viginti, & unus procedebant, ut planetæ, in consequentia signorum, ab orbitis sese invicem secantibus, & ferme cælum totum complectentibus. Observatum est enim, ex his alios ab austro in boream declinare, alios a borea in austrum sub diversis angulis a gradibus 2 ad 88 (1201). Atqui evidens est, horum cometarum directorum motus æque, ac retrogradorum, cum hypothesi pleni, & vorticum conciliari non posse. Dum enim vorticis solaris directio est ab occidente in orientem zodiaco parallela; qua ratione globi illi immersi pergant ab austro in boream, aut vicissim directionibus inæqualiter eclipticæ obliquis in vortice, qui omnia sua directione abripere debet; & cui diversæ directiones, quæ se invicem destruerent, tribui nequeunt?

Sive cometæ sint globi ignei emphatici, aut opaci permanentes, nihil ad rem facit; quæcumque enim eorum natura sit, in hypothesi Cartesiana, motus in illis observatos habere nequeunt.

III. Cometæ fere omnes diligentius observati quum in planetarum regionem devenerunt multo magis, quam tellus, ad solem accesserunt: fere omnes Saturni, Jovis, Martis, telluris orbitas trajecerunt (1201). Qua ratione peculiares planetarum vortices eorum semitæ oppositos ingredi potuerunt, quin eorum directio mutaretur, quæ eadem semper perseverat? Postquam vero diu in his vorticibus versati sunt usque ad solis vicinias (1202); qua ratione inde emerserunt? Quo miraculo viribus vorticum Saturni, Jovis, Martis, Telluris restiterunt, quorum quilibet eos in suam directionem abripere debuisset? Quo miraculo hinc emersi, & ultra Saturni vorticem evecti adhuc aliquando majori velocitate, quam Saturnus ipse, ferebantur; etsi per Cartesianos vorticum strata eo lentius

omni gravitate destitutus supponitur, nihil motui cometarum obsistere potest.

RESPONSIO. Difficile paucioribus verbis plura paradoxa, & pugnantia includerentur. Singula persequamur.

I. Alibi ostendemus, ætherem Cartesianum non esse causam gravitatis (1436): & materiam quamvis gravitate gaudere, quæ sit productum suæ massæ divisum per quadratum distantiæ a centro, ad quod trahitur (1440): gravitatem hanc materiæ cuivis inhærentem esse effectum generalis naturæ legis, qua corpora omnia invicem tendunt vi massæ corporis trahentis divisæ per quadratum distantiæ a corpore attracto proportionali. (1418)

II. Si quoque æther Cartesianus gravitate careret, non propterea non resisteret. Inest enim corporibus vis inertiæ, qua præcisa gravitate, motui resistunt. Ostendo. Sint globi duo diametro semipedis, alter plumbeus, alter chartaceus, alter gravissimus, alter levissimus. Si globos hos dum libere demissi cadunt ambos ictu mallei percutiam, resistentiam sentio, quæ certe a gravitate esse nequit; gravitas enim non modo ictui non resistit, imo globum ab ictu subducit; ergo præcisa gravitate, globus resistit.

Frustra dices, resistentiam oriri ab aeris gravitate, in qua globus percussus movetur. Si enim aer esset causa unica resistentiæ, quum uterque globus æqualem aeris columnam dimoveat, æqualem resistentiam faceret: quod prorsus contra experientiam est, qua patet, globum plumbeum magis chartaceo resistere. Ergo præcisa gravitate, corpora resistentiam habent eorum naturæ inhærentem, densitati proportionalem a vi inertiæ procedentem (286). Etsi ergo æther Cartesianus gravitate careret, ut gratis supponitur, non propterea non resisteret.

III. Experimentum globi cerei nihil probat. Globus hic gravitate tunc non caret; ejus enim

gravitas ad quandam altitudinem ſuſtinet volumen fluidi globo æquale. Gravitas globi, & fluidi, quod ſuſtinet, invicem eliduntur in ſuis æqualibus, & oppoſitis effectibus, non in eorum natura invicem in oppoſitam vim agente. Gravitas globi fluido immerſi permanenter agit; ergo perſeverat; ergo non eſt ſublata.

IV. Verum, ſi lubet, demus globum hunc in fluido gravitate carere; & funiculo illum in ipſo fluido horizontaliter, aut verticaliter celerrime trahamus: reſiſtentiam ſentiemus creſcentem ut quadratum velocitatis; etſi gravitas fluidi nihil reſiſtat motui horizontali, aut verticali globi cum fluido æquilibrati. Ergo corporibus reſiſtentia ineſt, præciſa gravitate. Ergo etſi æther Carteſianus gravitate careret, quod contra leges a Deo in natura ſtatutas eſt, nihil minus maximam corporibus cæleſtibus in illo motis directione illi oppoſita reſiſtentiam objiceret.

V. Patet, veram, & propriam percuſſionem inter duo corpora dari non poſſe ſine *reciproca reſiſtentia* inter utrumque. Corpus enim ictum reſiſtentiam habet ad motum, quæ non niſi a majore, & oppoſita corporis percutientis reſiſtentia vinci poteſt. Quomodo corpus percutiens alterum loco depellet, niſi percutiens oppoſitæ percuſſi reſiſtentiæ reſiſtat? Ergo ſi æther Carteſianus planetas impulſu trahit, ut Carteſius, ejuſque aſſeclæ contendunt, debet æther hic reſiſtentiam habere vi inertiæ planetarum oppoſitam, & hac majorem. Si ergo ætheris hujus actione moventur planetæ in ejus directione, idem in cometis præſtari debet.

Cometæ ſunt *lapis Lydius* ſyſtematis Carteſiani. Vel enim vortices ſunt cauſa phyſica motuum cæleſtium; tunc vero eodem modo in planetas, ac in cometas agere debent; aut in cometas non agunt; & tunc neque in planetas agent. Si non agunt, inutiles in natura ſunt; ſi agunt eo-

eorum actio naturæ phænomenis est opposita & innumeris modis perturbari, & destrui debet. Ergo vortices fabula, & somnium sunt, non motuum cælestium causa.

1401. OBJECTIO II. Certum ne est cometas esse corpora permanentia planetis similia periodice circa solem se convertentia? certum ne est eos, si planetis similes sint, re ipsa retrogrados fieri, non apparenter, ut planetarum regressus tantum apparens est (1317)? Certum ne est, cometas hos revolutiones suas ultra verticem solarem non peregisse? Certum ne tandem cometas proprium verticem habere non posse in omnibus planetarum vorticibus, & in ipso solari vortice? Nonne in fluviis ipsis aquarum decursus videntur a fluvii directione diversi? Quare igitur cum recentioribus astronomis, ac physicis fere omnibus a cometis certam systematis vorticum ruinam edicamus, quod nonnulli recentiores non uno in opere tueri conati sunt?

RESPONSIO. Non unica cometarum theoria Cartesianum systema falsum ostendit, quod satis ex se falsum evincitur, nec naturæ, & motus legibus ullibi conciliari potest. At quoniam probatio a cometis desumpta invictissima est, Cartesianorum subterfugia singillatim expendamus.

I. Inepte de cometarum natura quis ambiget, quum jam & eorum semita calculo definita fuerit, & reditus enunciatus; eventus vero calculum & prædictionem veram ostenderit (1205)? Adeo certum est per hos dies, cometas esse corpora opaca permanentia in curvis in se redeuntibus circa solem revoluta, ut tales esse Saturnum, Jovem, aliosque planetas nostros certum est.

II. Neque illusio optica dici potest cometarum regressus; quum omnes astronomi, qui certe verum ab apparente regressum optime distinguunt, unanimes affirment, viginti, & ultra co-

me-

metas ex hactenus accurate observatis re ipsa, & celerrime in antecedentia signorum processisse, iis omnibus subductis, quæ hac in re illusionem opicam parere possent. Æque certum est hos cometas re ipsa in antecedentia signorum processisse, ut certum est, planetas nostros in consequentia procedere. Idem dicas de orbitarum inclinatione ad eclipticam: quibus astronomicis regulis planetarum orbitæ inclinatio ad eclipticam definitur, iisdem & cometarum orbitæ inclinatio definitur.

III. Certum, ac demonstratum est, cometas saltem nonnullos dum apparebant fuisse in regione planetarum, & pluribus planetis soli propinquiores; quod aut ex eorum parallaxi, aut ex observationibus eodem tempore diversis in locis habitis definiri potuit (*Fig.* 45). Eorum igitur orbita tota ultra verticem solarem, a quo planetæ vehi supponuntur, sita non erat. Nequit igitur supponi, ad vorticum hypothesim tuendam, cometas omnes converti in vortice ultra verticem solarem sito, & diversa a vortice solari directione moto.

IV. Quum certum sit, plures cometas postremis his sæculis observatos in apparitione Saturni, Jovis, Martis, telluris vortices trajecisse; (1201) censemus, rem hanc nulla alia ratione explicari posse, nisi supponendo materiæ alicujus cursum, qua per hos vortices, & per solarem cometa deferatur.

At vero hi materiæ cursus nonne evidenter inepti sunt, & fabulosi? Quomodo in materia, quæ ab occidente in orientem elliptice fertur, alia peculiaris materia ab austro in boream, alia a borea in austrum feratur; & alii plures sint, & fortasse mille materiæ cursus, qui diversis directionibus se invicem secent?

Quum in fluvio, aut lacu peculiares sunt aquæ cursus, videmus horum causam aliquam physicam dari, quæ passim apparet: hos cursus bre-

breves esse: eorum motum quo magis ab origine recedit, eo magis decrescere, mutari; & tandem extingui. Porro hæc nihil habent commune immensis illis materiæ cursibus permanentibus, & immutabilibus, qui in cometis per solarem vorticem supponuntur.

Maritimi aquarum cursus a fluviorum, & lacuum cursibus non nisi magnitudine diversi sunt: eorum motus communicatione languescit, & extinguitur: a causa physica sunt: hac cessant. Ut a marinis cursibus ad suppositos cometarum cursus valeret illatio, deberent marini perpetuo ab oriente in occidentem, ab austro in boream fieri, eorum motu nec immutato, nec unquam extincto: qui motus quidem alternis acceleratur, ac retardatur; at semper sibi similis est, nec ejus ulla extra se causa est, aut principium ullum.

V. Quodnam delirium tutore caruit? nihil in hominibus certum esset, si certitudo non intrinseca, aut extrinseca evidentia, sed unanimi hominum consensu inniteretur (1205). Præcipua opera perpendimus in quibus auctores vorticum hypothesim cometarum theoriæ conciliare contendunt; & ingenue fatemur, omnia arbitrarias, & discordes hypotheses assumere naturæ legibus, & phænomenis oppositas, a quibus nihil solidi pro vorticibus deduci possit.

Qui olim cometas globos igneos emphaticos dicebant, consentiunt modo, illos periodice redire, eorumque reditus non secus, ac eclipses prævideri, & prædici posse; volunt tamen eos non jam esse globos opacos planetis similes (1204) sed *ignes electricos* a mutuo vorticum affrictu excitatos; vortices, exempli gratia, Veneris, & telluris in perihelio quum velocissime, & magis arcta semita feruntur, fortius perfricari debere, & ignes electricos excitare modo majores, modo minores, qui a materiæ cursibus directis, aut retrogradis vecti erunt cometæ dire-

recti, aut retrogradi. Lectoribus nostris injuriosi esse crederemus, si in his deliriis serio confutandis immoraremur. Futiles observationes obtrudunt, quibus ajunt, planetam visum fuisse in duas partes dividi, magno igne coruscare & momento temporis evanescere. At si observatio vera sit, verosimillimum est, quo tempore adhuc Aristotelis de cometis sententia vigebat, nec cometæ accurate observabantur, ab observatore meteoron, ceu globum igneum (1100) cometam putatum fuisse; veri enim cometæ, non secus ac planetæ, nec dividuntur, nec destruuntur.

1402 OBJECTIO III. Spatia cælestia immensa materiæ lucis copia plena sunt: in quovis enim cæli puncto oculus a luce solis imaginem excipiet. At lux ista est ipse æther Cartesianus; ergo hic existit.

RESPONSIO. Lux per spatia cælestia diffusa nec plenum Cartesianum ullo pacto est, nec vacuo Neutoniano opponitur, nec regulares motus cælestes impedit.

I. Plenum Cartesianum vortices sunt. Lux ab his vorticibus omnino diversa est. Vortices Cartesiani siquidem directione communi moventur ferme superficiei sphæricæ parallela; lux vero per rectam lineam movetur quaquaversum per radios sphæræ, cujus sol centrum est. Vortices Cartesiani eandem ubique densitatem servant: lucis densitas decrescit in duplicata ratione distantiæ a puncto radiante. (898)

II. Lux vacuo Neutoniano non opponitur. Etsi enim in spatiis cælestibus locus nullus sit, in quo oculus radios a sole, & stellis modo plures, modo pauciores non excipiat; non propterea magna est in cælestibus spatiis materiæ quantitas. Ut concipiamus qua ratione lucis radii in quovis cælestis spatii puncto innumeris modis sese intersecent, nec propterea vacuo Neutoniano officiant, huc revocanda sunt, quæ alibi de

ma-

materiæ divisione, & divisibilitate dicta sunt. Ibi pluribus experimentis ostendimus, materiam ultra, quam mente concipi possit, divisam esse: ratione probavimus, materiæ divisibilitatem nullos limites habere; & minimam materiæ massam, puta arenæ granum, aut alam muscæ, ita dividi, atque ita per immensum spatium distribui posse, ut vacua inter partes divisas relicta sint quavis assignata extensione minora. (61)

Si materia lucis ita divisa, ut re ipsa est (41); & facile intelliges, posse ipsam per omnia cælestium spatiorum puncta sensibilia distribui, quin magnis Neutoni vacuis officiat; lucis enim massa arenæ, aut alæ muscæ æqualis in adeo minimas partes distribui potest, ut ex his plures in quovis sensibili spatii cælestis puncto collocari possint; quin omnes simul collectæ arenam aut alam muscæ massa excedant: quæ quantitas respectu vacui relicti profecto nulla dicenda est,

III. Lux motuum cælestium libero progressui nihil obstat. Primo enim quantitas lucis quovis instante globos cælestes impellens eorum massæ comparata nulla dici potest: non ergo quovis instante obstaculum ponet nisi infinite parvum. Deinde quum irradiatio permanens sit, lux per radios sphæræ divergentes projicitur: si ergo tandem quid obstaculi faceret, aliquo tempore planetæ & circa suum axem rotato, & circa solem revoluto obsisteret, alio æquali tempore faveret; & summa motus in planeta eadem perseverat, ac si in vacuo moveretur. Exempli causa. (*Fig.* 10)

Sit tellus P in libra. Si conus lucidus DSF P tellurem ad libram C propellere posset; alter conus lucidus DSFR tellurem a libra removeret pari modo, si lux solis obstaret diurnæ telluris P rotationi in occidentali parte hemisphærii illuminati, hæc ipsa lux rotationi in parte orientali hemisphærii illuminati faveret. Nequeunt ergo regulares planetarum, & come-

ta-

tarum motus a minimæ massæ lucidæ impulsu perturbari, quum neque projectilem, neque centralem eorum vim, a quibus eorum motus est immutare possit. (1285)

1403 OBJECTIO IV. In pleno magnifica Dei opera apparent, in vacuo exigua. Per Cartesium Deus mundum creavit immensum, totum creatis rebus refertum. Per Neutonum Deus in spatio æterno, & infinito, ut ipse est (*Math.* 127), pauca tantum creavit puncta solida immensis vacuis invicem sejuncta; opus condidit, in quo res creatæ quid minimum sunt, nihilum infinitum.

RESPONSIO. Satis magnum, ac magnificum est Creatoris opus, ut fabulis amplificari non indigeat. In spatio immenso, in quo Deus solus existebat, omnipotens ejus vox e nihilo innumeros eduxit globos partim opacos, partim lucidos magnitudine, & natura diversos. *Globos lucidos* circa suum axem rotari jussit, & intime effervescere, ac in spatium vacuum & increatum materia tenuissima mira & inextinguibili celeritate jaculari. *Globos opacos* circa suum axem & per varias curvas circa lucidos converti jussit, motu projectili, & centripeta illis impresso (1283), quem nihil in vacuo destruit. Hoc est Creatoris opus simplicissimum, maximum, sua sapientia, & omnipotentia dignissimum.

Vivida Cartesii mens machinæ hujus mirandæ vacua replere ausa est, illique plura affingere, quibus diruitur. Sublime Neutoni ingenium hæc omnia naturæ extranea rejecit; & verum Creatoris opus nobis patefecit. Hæc de Neutono legimus in opere, quod vorticum regnum restituisset, si ingenio fabulæ regnum restitui posset.

AR-

ARTICULUS SECUNDUS.

THEORIA ATTRACTIONIS.

NEutoni theoria motus corporum cælestium sublimis, atque profunda *mutua* horum corporum attractione innititur. Attractionem nos dari ostendemus, tum ejus leges, & actionem expendemus: atque hisce tribus operi finis fiet.

PARAGRAPHUS PRIMUS.

ATTRACTIO DATUR.

1404. DEFINITIO. A*ttractio* est corporum nisus permanens, quo alterum ad alterum accedere conatur: quæcumque sit nisus hujus, aut motus causa.

Ex hac *mutua* corporum *attractione*, quæ quoque gravitatio, aut gravitas nuncupatur, lũna perpetuo ad tellurem accedere nititur, & si huic nisui nihil obstaret, luna motu accelerato in tellurem ferretur per rectam a lunæ centro ad telluris centrum ductam.

Ex hac mutua attractione tellus quoque perpetuo in lunam tendit; & si nihil obstaret, tellus quoque motu accelerato in lunam ferretur per rectam ab eorum centris ductam.

Pari modo inter tellurem, & solem, & inter hunc, & illam similis attractio datur. Si huic nihil obstaret, invicem sibi occurrerent per rectam inter eorum centra ductam. Idem dicas de mutua telluris, & Martis attractione; ac de ceteris corporibus universis.

1405. DIVISIO. Attractio corporis ad aliud, exempli gratia, telluris ad lunam simul activa, & passiva est.

I. *Attractio activa* dicitur, quam corpus exercet in aliud corpus attractum, motus scilicet, quem corpori attracto ad se imprimit. Exempli causa: tellus vim attractivam in lunam habet, qua tellus in luna nisum parit tellurem versus: hæc telluris actio in lunam, motus hic a tellure lunæ impressus est attractio activa telluris in lunam.

II. *Attractio passiva* est actio, quam corpus perfert a corpore attrahente, motus, qui illud ad corpus attrahens adducere nititur. Exempli causa: tellus lunam ad se trahens eodem tempore a luna suum centrum versus trahitur. Nisus hic telluris ad lunam, motus hic in lunam telluri impressus a vi attractiva lunæ est attractio passiva telluris ad lunam.

Hinc colliges, lunam quoque attractionem activam habere, qua tellurem trahit, & attractionem passivam, qua a tellure trahitur. Idem dicas de aliis corporibus quibuscumque, quorum mutuæ attractiones invicem comparentur.

Attractionis natura, & causa.

1406. OBSERVATIO. Quod passim in attractione displicet est falsa, quæ confingitur, ejus naturæ, & causæ idea. Hanc recte efficiamus: nihil jam erit, quo physicus a rationibus, quibus statuitur, discutiendis avertatur.

I. Activa corporum attractio consideranda non est tamquam qualitas eorum naturæ intrinseca, aut tamquam materiæ vis activa, & efficax, ut ipsorum corporum occultus influxus, seu vis, aut actio a libera, & permanente Dei actione sejuncta. Attractio ita sumpta, *occultas qua-*

lita-

stitates jam rejectas iterum in physicam inveheret.

II. Quamcumque de gravitatis causa occasionali sententiam sequamur; sive cum Cartesio impulsioni, sive cum Neutono attractioni tribuatur; certum est, motus gravitationis *causam efficientem* esse non ipsius materiæ, aut qualitatis creatæ materiæ inhærentis actionem, sed efficacem, & permanentem Dei actionem, qui motus omnis in natura est unica causa efficiens (76). In hoc Cartesius, & Neutonus consentiunt; & secum eorum asseclæ gravitationis, & motus omnis causam efficientem Deum ipsum dicunt; at in causa occasionali gravitationis non item concordes sunt.

Cartesius causam occasionalem gravitationis *materiæ impulsionem* statuit: vult quippe, Deum corporibus motum, quo invicem tendunt, non imprimere, nisi occasione contactus, ictus, impulsionis materiæ in hæc corpora incurrentis. Neutonus contra vult, gravitationis causam occasionalem esse non materiæ cujusvis impulsum, sed *simplicem horum corporum coexistentiam*; hac scilicet data coexistentia, Deum sive in vacuo, sive extra vacuum corporibus motum imprimere, quo ad invicem tendant juxta quasdam leges, quin ad motum hunc nisus, contactus, ictus, impulsus ullus occasio sit.

III. Quænam igitur in systemate Neutoniano causa occasionalis est, qua posita Deus imprimit corporibus nisum hunc, quo perpetuo invicem tendunt, & quem promiscue attractionem, gravitatem, gravitationem nuncupemus? Est hæc *primigenia naturæ lex*, seu Dei voluntas efficax, & permanens, qui decrevit corpora omnia circa solem coexistentia reciproce ad invicem tendere. Hæc sola coexistentia sine ullo corporum impulsu sufficit, ut Deus juxta legem a se conditam perpetuo in corporibus motum efficiat, quo ad invicem tendunt. Hæc per

Neutonum est causa occasionalis mutuæ corporum attractionis in natura.

PROPOSITIO.

1407. *Datur attractio, & est generalis naturæ lex.*

DEMONSTRATIO. I. Attractio, aut gravitas, aut gravitatio est *tendentia permanens* corporum ad invicem, & ad quædam communia centra; atqui hæc tendentia evidenter datur in planetis, & cometis in solem, in satellitibus in suum planetam primarium; ergo in his corporibus attractio evidenter datur.

II. Tendentiæ hujus mutuæ corporum cælestium, & ad sui motus centrum non est causa materiæ impulsus ad hoc centrum illa adigentis; corpora hæc enim in spatiis vacuis moventur (1399), in quibus nulla materia est apta illos sensibiliter impellere, & in quibus materia lucida ea potius a centro solis repelleret. Ergo datur in his corporibus *attractio sine impulsione*, cujus unica causa occasionalis est eorum coexistentia, & primigenia Dei lex, qualis a Neutono admittitur.

III. Hæc corpora cum cometis totam naturam, quam observare possumus, efficiunt; ergo tota natura nostris observationibus obvia attractioni obnoxia est. Ergo judicio analogo idem in natura nobis impervia continget, puta in cometis adhuc ignotis, & in iis, quæ circa stellas convertuntur. Ergo attractio est generalis naturæ lex. Q. E. D

Objectiones diluendæ.

1408. OBJECTIO I. Attractio, utcumque explicetur, est qualitas occulta, principium obscurum, causa abstracta nihil physice influens. Ergo systema, cujus basis attractio est, rejiciendum est. RES.

RESPONSIO. I. Adnotavimus jam, attractionem nihil *occultis qualitatibus* peripateticorum habere commune: illæ siquidem nec definiri possunt; hæc nitidissime concipitur, & definitur. Attractio est motus duobus corporibus a Deo impressus, quo ad invicem tendunt: hujus occasio est eorum coexistentia: effectus est perpetuus horum corporum mutuus accessus, seu resistentia vi nitenti illa invicem sejungere. Quid in his omnibus obscurum? Perperam igitur perspicuo principio obscuritas obijcitur.

II. Principium, quod in universa natura nobis nota suis effectibus manifestatur, dubium non est: atqui talis est generalis attractio corporum. Planetas, & cometas perpetuo ad sui motus centrum tendere videmus: corpora terrestria perpetuo ad terræ centrum tendere videmus. Effectus hi evidenter causam indicant: hanc non esse impulsionem ostendimus; ergo non nisi attractio esse potest. Ergo attractio principium dubium non est.

Ex attractionis natura, & lege omnia ferme naturæ phænomena descendunt: horum explicatio ab impulsione repeti nequit; est hæc igitur prævia attractionis demonstratio. Hæc universo naturæ machinamento consentit. Neutonus hoc invento naturæ mysteria detexit, cæli theoriam calculo subjecit ita ut, nihil magis consentiens accuratissimæ observationes exhibeant. Si adhuc attractio principium dubium est, quodnam certum est?

III. Quid intelligunt qui attractionem dicunt causam abstractam? attractio æque ac velocitas, extensio, impulsio, alia quævis causa physica ut abstracta considerari potest; num propterea inanis erit? non sane: ceterum & aliæ memoratæ causæ inanes, & fictitiæ essent; quod evidenter falsum est.

IV. Num potiori jure obiicitur attractioni, non esse illam caussam mechanicam, principium

physicum. Dico, eam esse causam mechanicam, principium physicum æque ac impulsionem. Cur enim *impulsio causa mechanica est* per Cartesium, per Malebranchium, per Privatum Molierium, per recentiores Cartesianos omnes? quia occasione ictus duorum corporum Deus in corpore percusso quantitatem motus producit illi æqualem, quam corpus percutiens amittit. Qua ratione *causa mechanica est attractio* per Neutonum, & ejus asseclas ferme omnes? quia occasione coexistentiæ duorum corporum Deus in illis quandam motus quantitatem producit, quo alterum in alterum tendit. Sicuti percussio non est causa efficiens, sed tantum occasionalis motus in ictu producti; ita coexistentia non est causa efficiens, sed tantum occasionalis motus in attractione producti. Ergo vel impulsio non est causa physica, & mechanica, vel attractio æque causa est physica, & mechanica.

V. Facile eodem modo respondebis similibus objectionibus contra chemicas affinitates, & contra peculiarem corporum attractionem, cujus natura æque perspicue definiri potest, & quæ innumeris phænomenis dari probatur (93) cujus machinamentum tandem est mutua quorundam corporum tendentia occasione eorum contiguitatis, & a Deo producta, qui unica causa efficiens est omnis motus, & legum a se in natura statutarum effector.

1409. OBJECTIO II. Magnum inter impulsionis, & assertum attractionis machinamentum est discrimen. Primum in natura motus fundatum est, qui eadem quantitate perseverare nititur; in natura materiæ, quæ mobilis, & impenetrabilis loco moveri debet, ne corporis percutientis motus extinguatur; in natura plærorumque corporum, quæ quum assidue formentur, & depereant perpetua substantiæ aquisitione, & amissione, impulsionem harum substantiarum mutuam postulabant. Alterum machina-

men-

mentum vero neque in natura materiæ, aut corporum fundatum est: obscurum illud, & ignotum, tantum Dei voluntatem præseferens, & tantum dicens, corpora invicem attrahi, quia Deus illa ita attrahi voluit.

RESPONSIO. Quum utrinque convenitur, ut Cartesiani, & Neutoniani conveniunt, motum a qualitate occulta non produci, *motus omnis causam efficientem esse Dei actionem*, quodnam inter impulsionis, & attractionis machinamentum discrimen invenies? Eadem utriusque motus causa efficiens est; utriusque causa determinans est Dei voluntas, qui libere impulsionis, & attractionis legem condidit; primam occasione impulsus, alteram occasione coexistentiæ corporum. Quodnam igitur inter utrumque machinamentum discrimen? aut neque in impulsione, neque in attractione machinamentum est, aut utrobique.

I. *Motus impulsionis* neque ex se oritur, neque ex materia, neque ex corporibus, sed unice a Deo, qui has motus leges condidit juxta ordinem a se in natura statutum. Quare, exempli causa, corpus molle in aliud molle incurrere nequit, quin illi dimidium suum motum communicet, si massæ sint æquales, quin duas tertias partes sui motus illi communicet, si corpus percussum massa duplum sit? Quare corpus elasticum in aliud elasticum incurrere nequit, quin totum suum motum amittat, si massæ sint æquales: quin regrediatur, si massa percussa major sit? nulla alia horum ratio physica afferri potest, nisi primitiva Dei voluntas. Deus qui libere has percussionis corporum leges condidit, alias omnino diversas condere potuisset; puta, post ictum ambo corpora aut quiescere, aut ambo prima velocitate moveri, aut ambo æqualibus, aut inæqualibus velocitatibus regredi. Nullum ergo in impulsione, ut in attra-

ctione, physicum machinamentum est, nisi quod a Deo naturæ auctore, & motore est.

II. Si naturæ ordo, & corporum perpetua renovatio *legem impulsionis* postulabat, num *legem* quoque *attractionis* non postulabat? Num demonstratum est, minus impulsione attractionem in natura agere? Demonstratum est primo, attractionem, nulla impulsione, perpetuis periodicis motibus cælestia corpora ciere. Certum deinde est, si impulsio plurimum influit in corporum actionem, qua natura perpetuo restituitur; attractionem sive generalem, sive peculiarem in hanc ipsam naturæ actionem, ejusque phænomena plurimum influere; ut primo hujus operis tractatu sæpius ostendimus (93, 220, 228, 241).

III. Si sola impulsione omnia naturæ phænomena explicarentur, attractio, ut superflua reiicienda esset. At quum impulsio nihil possit in cælestibus spatiis, in quibus nulla vis impulsiva est; quum neque impulsione minora phænomena plurima explicari possint, quæ in chemicis operationibus, & in ferme omnium terrestrium corporum formatione, & dissolutione observantur; cur hæc causa simul non admittatur, quæ in universa natura perpetuis effectibus manifestatur?

IV. Si vitio vertitur Neutoniano systemati, quod motum corporum sese attrahentium Dei actioni tribuat; id quoque Cartesiano obiici potest, in quo motus corporum invicem collidentium non occultæ materiæ qualitati, sed Dei actioni tribuitur.

At neutri systemati id obiici potest. Quodcumque sequaris, fatearis necesse est, Deum solum naturæ auctorem, & conservatorem leges motus a se libere statutas in natura exequi. Physica, in qua aut Deus non admitteretur, aut otiosus tantum admitteretur, stolido

lido

lido epicureo potius, quam philosopho digna esset.

V. Neque quum Deo motum corporum invicem collidentium, aut attrahentium tribuimus, impulsionis, aut attractionis machinamentum tollimus; nec tantum dicimus, phænomenon contingere, quia Deus illud efficit; ut insipienter aliquando Cartesio, & Neutono obiicitur.

Si a Neutoniano petas, cur gravia libere cadentia motum accelerent juxta numeros impares (366); non insipienter respondebit, ita fieri, quia Deus vult; sed respondebit, *hoc sequi ex generali attractionis lege*: Data hac lege ex motibus cælestibus detecta, talem esse debere gravium cadentium accelerationem. Responsio hæc plane physico digna est: in quo enim physica sita est, nisi in observandis generalibus naturæ legibus, earumque in phænomena influxu considerando?

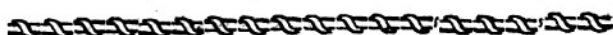
Legum harum generalium naturæ explicationem, & causam ulteriorem petere stultum esset. Ex hypothesi enim leges hæ sunt omnium naturæ effectuum causa generalis, & primitiva; neque primitivarum causarum ratio ulla afferri potest, nisi *libera*, *& permanens Dei voluntas*, qui talem in natura rerum ordinem quum decreverit, causas primitivas statuere debuit, & a nulla alia pendentes, quibus natura juxta ejus decreta moveretur.

1410. OBJECTIO III. Neutonus attractionem admisit tantum ut hypothesim, qua phænomena explicarentur, & ut theoriam, a qua facile calculo motus cælestium corporum deducuntur. Cur ergo eam thesim facias, quam auctor hypothesim fecit?

RESPONSIO. I. Parum scire interest quid de attractione Neutonus senserit; neque enim ejus auctoritate illam asserimus. Scire tantum oportet quid nos de illa natura doceat. Atqui

natura docet, impulsionem non esse unicam primitivam suæ actionis causam, eique causam aliam, attractionem scilicet sociandam esse: ergo æque attractio demonstrata est, ac impulsio.

II. Omnibus physicis, & astronomis tum Neutonianis, tum Cartesianis fatentibus attractio omnibus naturæ phænomenis, eorumque consectariis, & conditionibus perfecte congruit. Qui fieri potest, ut hypothesis accuratissime naturam referens falsa sit? Si inanem attractionis hypothesim suspicemur, eodem jure idem de repulsione suspicabimur, quod sane perperam fieret. Quare Neutonus edicit, se systema, aut hypothesim non proponere: *ego hypothesim non fi go*; profecto quia hanc ipsum naturæ theoriam esse arbitrabatur.



§. II.

ATTRACTIONIS LEGES.

1411. LEX I. A*ttractio activa, & passiva corporum reciproca est; seu corpus omne illud attrahit, a quo attrahitur.*

DEMONSTRATIO. Sint, exempli causa, tellus & luna ad magnam inter se distantiam in cælestibus spatiis (1398). Probandum est, a tellure lunam, a luna tellurem attrahi.

I. Certum est lunam, omnesque ejus partes perpetuo ad terræ centrum tendere; nulla enim alia causa est, qua luna in sua orbita detineatur ne per tangentem abeat juxta motus leges (308). Atqui nisus hic, seu gravitatio in spatiis vacuis a sola attractione activa telluris oriri potest. *Ergo tellus attractionem activam in lunam exercet.*

II.

II. Æque certum est, lunæ partes ad lunæ centrum tendere; ceterum dum mense uno circa suum axem rotatur (1243), partes ejus omnes in superficie positæ, & solutæ necessario per tangentem curvæ rotationis effugerent ex vi centrifuga a rotatione orta. Atqui hæc partium lunæ ad ejus centrum tendentia in vacuo cælesti non nisi ab activa lunæ attractione oriri potest. *Ergo luna in suas partes attractionem activam exercet.*

At si activa hæc lunæ attractio a centro ad superficiem extenditur, cur inæquali vi ad terram usque non extendatur, quæ tunc a luna attractionem passivam subibit, & *a luna tellus attrahetur*, ut a tellure luna?

Activa telluris attractio non solum partes omnes in sua superficie dissolutas, ut maria, & flumina, continet, ne per tangentem fugiant ex vi centrifuga a telluris rotatione circa suum axem orta, sed ad lunam usque extenditur (1272), cujus motum perpetuo ad telluris centrum inflectit. Quare ergo attractio activa lunæ intra ejus sphæram coerceretur? Nullus actioni attractivæ telluris limes assignari potest: qua ratione lunæ attractioni limites assignemus, cujus alibi miros effectus in æstu maris ostendemus? Ergo mutua inter tellurem, & lunam attractio datur: hanc illa, hæc illam reciproce trahit.

III. Idem dicas de sole ad planetam, aut cometam quemvis. Sol supra suum axem rotatur (1181); & ejus attractio, qua ipsius partes retinentur, Jovem in sua orbita continet. Jupiter circa suum axem convertitur (1185): quare *vis attractiva Jovis*, qua omnes ejus partes vi centrifugæ resistunt, nec per tangentem abeunt, ad solem usque non extendatur?

Quum vero eandem vim attractivam corporibus omnibus cælestibus, quæ observamus, tribuere cogamur, inductione, & judicio analo-

go, quod nihil infirmat, eam totius materiæ propriam censere debemus. Ergo corporum attractio ubique reciproca est: corpus omne illud attrahit, a quo attrahitur. Q. E. D.

1412. LEX II. *Attractio activa est massæ corporis attrahentis proportionalis.*

DEMONSTRATIO. Quum attractio activa corporum sit reciproca; jam ad omnes ejus partes spectare debet, & pars omnis propriam attractionem activam habere debet. Ergo vis attractiva corporis eo major esse debet, aut minor, quo plures, aut pauciores partes corpus habet; ergo ejus massæ debet esse proportionalis. Q. E. D.

1413. COROLLARIUM. *Si duo corpora, ut tellus, & luna, tantum a reciproca attractione agerentur, invicem accederent percurrendo spatia, quæ essent in ratione inversa massarum; & punctum occursus considerari debet tamquam commune centrum eorum attractionis respectu tertii corporis, quod a duobus primis simul attraheretur* (*Fig.* 47).

DEMONSTRATIO. I. Sit massa corporis A=10, corporis B=1. Ex præcedente demonstratione corpus A in corpus B vim exercet ut 10, dum corpus B in A vim exercet tantum ut 1. Quum itaque effectus sint causis proportionales, corpus B ad A accedet velocitate ut 10; dum corpus A ad B accedet velocitate tantum ut 1. Ergo spatia percursa erunt in ratione inversa massarum; & corpora sibi occurrent in puncto C decies propinquiore corpori A, quam corpori B.

II. Fiat modo, ut corpora A, & B, non obstante reciproca attractione suis in locis immobilia tertium D simul attrahant. Corpus hoc a duabus viribus conspirantibus actum utrique obtemperare debet describens diagonalem parallelogrammi, cujus latera sint vires attrahentes 345). Ergo corpus D eo magis ad corpus A ac-

accadet, quo hujus massa major est, adeoque, & vis attractiva, quam massa fit, & vis corporis B.

1414. LEX III. *Attractio passiva corporis, seu quantitas motus in illo orta ex attractione alterius corporis est massa corporis attracti proportionalis* (*Fig.* 47).

DEMONSTRATIO. Attractio passiva corporis est ipsa ejus gravitatio, aut gravitas; at gravitas est massæ corporis gravitantis proportionalis. Observatione siquidem constat, in vacuo corpora omnia eadem celeritate cadere ex propria gravitate, cujus causa physica est activa telluris attractio, quæ æqualem plumæ, ac massæ ferreæ velocitatem indit (245). Quum itaque in vacuo, ubi attractiones passivæ sine obstaculo exercentur, velocitates æquales sint; jam quantitates motus in corporibus erunt ut eorum massæ (273). Ergo corpus B, exempli gratia, ex attractione passiva suæ massæ proportionali ad corpus A attrahens accedet quantitate motus, seu vi motrice ut 1, si massa corporis B sit ut 1: vi motrice ut 100, si massa B sit 100; atque ita deinceps. Q. E. D.

1415. NOTA. Frustra contra hanc legem dices, massam ferream magis activæ telluris attractioni resistere, quam plumam; adeoque facilius plumam cedere debere, ac velocius cadere.

Hæc falsa hypothesi innituntur, quam adnotare opportunum est. Sit nobis tellus exemplum genericum corporum in alia attractionem activam exercentium. In vacuo corpora a tellure attracta, ut pluma, & ferrum, nullam aliam vim telluris attractioni opponere possunt, præter vim inertiæ cujusvis elementi propriam (287). Atqui vis hæc in quovis elemento eliditur ab attractione activa totius terrestris massæ in quodvis elementum agente ac si illud solitarium esset in pluma, aut ferro, cujus pars est.

Quod-

Quodvis ergo corporis attracti elementum, quotcumque ista sint, gravitat in corpus attrahens, puta in terræ centrum, velocitate proportionali vi attractivæ, quam in illud tota massa corporis attrahentis exercet: ergo quodvis elementum corporis attracti tendit in corpus attrahens æquali velocitate: sive corpus attractum pluribus elementis constet, sive multo paucioribus. Ergo vis motrix corporis attracti, seu gravitantis erit ut summa suorum elementorum, sive ut ejus massa.

Canon præcipuus, seu

1416. LEX IV. *Attractio activa, & passiva corporum est in ratione duplicata inversa distantiarum, quibus sejunguntur.*

DEMONSTRATIO. Alibi monuimus, gravitatem corporum paulo majorem esse ad polos, quam in Gallia, & in Gallia majorem, quam sub æquatore (251); multo, ac multo majorem in telluris superficie, quam in luna; & ostendimus hanc gravitatem eo minorem, quo magis a centro gravitationis corpora recedunt, sequi rationem duplicatam inversam distantiarum ab hoc centro (1272).

Ergo gravitas corporum, quæ est ipsa eorum *attractio passiva*, sequitur rationem duplicatam inversam suarum distantiarum. Ergo *attractio activa* corporum attrahentium, quæ est unica gravitatis causa, sequitur ipsa quoque duplicatam inversam rationem distantiarum: sunt enim causæ effectibus proportionales. Q. E. D.

NOTA, A sæculo legem hanc omnes astronomi admittunt, quicumque sint, aut tamquam *principium physicum*, a quo cælestia phænomena descendunt; aut tamquam *regulam geometricam* omnino phænomenis consonam, quin eorum

rum causa sit. Eam nos utraque ratione admittimus.

I. Philosophi nonnulli, ut vim hanc attractivam rite percipiant, corpus attrahens considerant quasi *materiam attrahentem* radiorum specie perpetuo emitteret. In hac hypothesi patet, vim attractivam sequi debere rationem duplicatam inversam distantiarum: corpus enim attractum huic sphæræ attractionis immersum a materia attrahente traheretur, cujus densitas, & actio semper essent in duplicata ratione inversa distantiarum a centro irradiationis (898).

Etsi hypothesis fictitia sit, nec corpus attrahens materiam ullam attrahentem emittat, potuit tamen Deus decernere, attractionem activam, & passivam corporum eandem proportionem sequi, duplicatam scilicet inversam rationem distantiarum. Atqui ita esse observationes in attractionis lege ostenderunt in corporibus omnibus observationi obnoxiis (1273); judicio ergo analogo rectissimo illam & in corporibus, quæ observari nequeunt, legem valere jure supponemus.

II. Philosophi alii, qui transmarina inventa oderunt, quasi vero veritas ulli regioni extranea esset, dicere ausi sunt, legem attractionis in ratione directa massarum, & duplicata inversa distantiarum esse *hypothesim arbitrariam*, non solide demonstratam: eam statui recte non posse, nisi accurate planetarum a sole distantias cognoscamus: has vero nondum notas esse: harum magis notam esse mediam telluris a sole distantiam: in hoc vero astronomorum sententias differre a leucarum vicies centenis millibus ad quinquagies centena millia.

Perperam ista in Neutonianam attractionem obtruduntur. Primo lex attractionis non est arbitraria, quum in corporibus ad centrum terræ gravitantibus demonstrata sit ex theoria sinus ver-

ſi ſumpti in orbita lunæ (1272) cujus planetæ a tellure diſtantia probe nota eſt (1220). Poſt hæc ſolide demonſtrata, cur optimo jure eandem legem valere in planetis circa ſolem revolutis non ſupponamus, quum ita circa ſolem convertantur, ut circa tellurem luna? Quid in phyſica notum, ac certum erit, ſi judicium analogicum excludamus, cui tota innititur (*Math.* 135)? Deinde quæcumque ſint planetarum a ſole diſtantiæ, duorum aut trium poſtremorum ſæculorum obſervationibus conſtat, planetas ita circa ſolem converti, ut quadrata ſuorum temporum periodicorum ſint ut cubi diſtantiarum: atqui ex hac obſervatione conſtat juxta geometricam motus theoriam, planetas hos ſingulos agi vi centripeta in ſolem in ratione duplicata inverſa radiorum vectorum (1261, 1304): ergo iterum lex attractionis non arbitraria eſt, ſed demonſtrata; ergo ſi qua ſit de planetarum diſtantia incertitudo, non propterea incerta erit hæc lex, quæ ſine accurata hujus diſtantiæ cognitione demonſtratur. Tandem ſi olim media telluris a ſolis diſtantia non ſatis innoteſcebat, a qua ceteræ omnes diſtantiæ mediæ deducuntur (1263); modo accuratiſſime nota eſt; hac ergo inventa ope parallaxos ſecundorum 8, 42‴ (1221), & ea cum diſtantia, & curva planetarum comparata (1273), non amplius criminationes ſubibit lex attractionis, quæ in ipſum criminantem redeunt. (39)

Inania experimenta huic legi objecta, ſeu

1417. OBIECTIO. Attractioni in duplicata ratione inverſa diſtantiarum obſtant experimenta plurima in alpibus capta horologiis duobus accuratiſſimis minuta ſecunda indicantibus, quorum alterum a montis vertice celerius altero ad montis radices ſemper oſcillavit: numerus vero oſcillationum, ſeu ſecundorum ſuperioris ad nu-

numerum secundorum ab inferiore indicatorum fuit ferme ut radius terrestris ad horologium superius pertingens ad eundem radium ad horologium inferius pertingentem (*). Experimentorum horum series omnium consentientium satis ostendit (attentis tantum hic ipsis horologiis, quorum oscillationes secunda indicabant), gravitatem in superiore pendulo magis a centro terræ distante majorem esse, quam in inferiore magis centro terræ propinquo (251); & gravitatem non in duplicata ratione inversa distantiarum, sed esse in directa ratione distantiarum a centro gravitatis. Præpropere igitur lex illa Neutoniana statuta fuit.

RESPONSIO. Experimenta Alpina, quæ tantas in philosophia turbas excitarunt, non nisi a *falsis consequentiis* inde deductis præcipit judicio celebritatem consequuta sunt. Si rectæ istæ fuissent, jam Neutoni, & Hugenii theoria de viribus centralibus, Galilæi de gravium acceleratione, Leges Kepleri, observationes, quibus a celeberrimis geometris telluris figura definita fuit, omnia demum prorsus corruissent. Si ego experimentorum horum auctor fuissem, omnia horologia fallacia suspicari maluissem, quam certissimis his veritatibus falsitatis notam inurere. At ne horologia criminemur: ea indicarunt, quæ indicanda erant. Accurata fuerunt, & ad amussim consona: quod in montis vertice erat motum magis, quam quod ad radices erat, acceleravit. Num propterea major erit gravitas in montis vertice, quam ad radices & dire-

(*) *Experimenta hac in tribus, aut quatuor alpibus habita, & omnia concordia videri possunt in Ephemeridibus artium, & scientiarum, olim* Trivultiensibus, *mensis* Junii 1769, *&* *Decembris* 1721.

directam radiorun vectorum rationem sequetur? Est hæc falsa conseqntia ab experimento deducta, & inane fundamentum quo inter fabulas celebrem *legem attractionis* nonnulli ablegare voluerunt. Ut hæc inania ostendamus, & rei historiam enarrabimus, & falsa ab Alpinis experimentis deducta palam faciemus.

NEUTONI INVENTUM. Nemo ignorat, memorare tamen juvat, quomodo inventa fuerit *lex attractionis in duplicata inversa ratione distantiarum*: pauca inventa tantam laudem humano ingenio pepererunt. Richerius horologium accuratissime minuta secunda Parisiis indicans in Cajennam insulam transtulit: hoc, ut illa in Cajenna accurate indicet, pendulum brevius postulat (252). Singulare hoc experimentum effecit, ut Parisiis, & Londino plurima horologia accuratissima in australes regiones transferentur: ibi hæc horologia omnia pendulum brevius postularunt, ut secunda indicarent, & eo brevius, quo æquatori propius erant. Subinde compertum est, horologia Parisiis, & Londini exacta pendulo longiore indigere sub circulo polari, ut singulis secundis oscillarent. Ex his Neutonus arguit, quod deinde physici omnes edixerunt, & edicent, *gravitatem sub æquatore minorem esse, quam in Gallia*. (251)

Ex his quoque Neutonus terram diurna revolutione converti persuasus, atque hinc eam ad æquatorem elatam esse, ad polos depressam (1373), arguit, gravitatem in extremis radiis ad æquatorem minorem esse, ad extremos radios minores in Gallia majorem: seu *corporum gravitatem minui* quum a gravitationis centro recedunt, *augeri* quum ad illud accedunt.

At *in qua ratione* fit istud gravitatis augmentum, & decrementum? Hoc Neutonus in summis montibus non investigavit: noverat enim hac methodo rem inepte tentari. Itaque mira, & ingeniosissima methodo lunæ ipsius

gra-

gravitatem inveſtigavit, & detexit (1272); oſtenditque, lunam 60 radiis terreſtribus a terræ centro diſtantem 3600 vicibus minus gravem eſſe, quam ſi unico radio a terræ centro, quod evidenter ſuum gravitatis centrum eſt, diſtaret. Hinc demonſtratione deducitur *lex gravitationis in ratione duplicata inverſa diſtantiarum* (1416,II.). Quantum inter Caiennenſe experimentum, & Neutoni inventum intervallum!

EXPERIMENTA ALPINA. Quid vero ad experimenta Alpina theoriæ huic oppoſita reſponderet Neutonus? fortaſſe nihil: attamen reponere poſſet.

I. Plane ſingulare fore, ut lex evidenter a phyſica, & geometrica theoria motus deſcendens (1304), tum ab utraque lege Kepleri (1260) in cæleſtibus omnibus motibus obſervata (1273) falſa eſſet.

II. Æque ſingulare fore, ut lex ab omnibus aſtronomicis obſervationibus, & ab innumeris ſummorum phyſicorum experimentis confirmata, tum a præclariſſimis geometris a circulo polari ad æquatorem a Peruviæ litoribus ad altiſſioms Andium vertices vera detecta (*) ad Alpium radices, & cacumina falſa deprehenderetur.

III.

(*) *Bouguerius, & Condaminius in Peruvienſi peregrinatione obſervarunt, pendulum oſcillatorium ſecunda indicans brevius eſſe ad maris ſuperficiem ſub æquatore, quam ad maris ſuperficiem in Gallia* (252). *Obſervarunt deinde, illud Quiti hexapedis* 1500 *ſupra maris Peruvienſis ſuperficiem* (1063) *adhuc brevius eſſe quam ad ipſum mare; ergo penduli hujus gravitas minor erat Quiti, quam ad mare. Obſervarunt deinde in lapidoſo Pichincha vertice ſaltem*

III. Magis adhuc fore singulare, si lex, quæ Neutoni legi obiicitur, vera esset. Si enim gravitas esset in *ratione directa radiorum*, seu distantiæ a centro gravitatis, ut ex Alpinis experimentis contendimus; jam primo gravitas lunæ in tellurem non jam esset pedum ferme 15 singulis minutis, ut suæ curvæ natura postulat, sed esse deberet singulis secundis pedum 60 × 15 = 900; & singulis minutis pedum 3600 × 900 = 3240000. Deinde gravitas Saturni in solem esset ad gravitatem Mercurii in solem, ut distantia Saturni ad distantiam Mercurii a sole; adeoque data orbitæ utriusque planetæ portione, puta arcu leucarum decem, curvitas immensum major esse deberet in orbita Saturni, quam

tem hexapedas 2434 supra mare perpendiculariter elevato, supra quam altitudinem hominibus fortasse experimenta, & observationes instituere non est datum (1063, *idem pendulum aliquanto adhuc brevius esse, quam Quiti: ergo penduli hujus gravitas minor erat in Pichinchæ vertice, quam Quiti. Hac omnia videsis in Bouguerii opere, cui titulus* Figura telluris, *cui præmittitur Peruviensis peregrinationis historia, pag. XL, 334, 336, 338, 342, &c. Nemo ignorat, Maupertuisium, Camusium, Clairautium eodem tempore observasse, pendulum quovis secundo oscillans longius esse sub circulo polari, quam in Gallia. Quare observationes omnes cælestes, & terrestres in iis confutandis consentiunt quæ præcipiti nimis judicio ab alpinis experimentis deducta fuerunt. Queritur in eo opere Bouguerius, nonnulla sua experimenta perperam relata fuisse, alia sibi afficta fuisse. Hinc fortasse recens auctor dicendi occasionem arripuit, juxta Bouguerium gravitatem majorem esse Quiti, & in summo Pichinchæ, quam ad mare.*

quam Mercurii. Quod aperte falum est, & absurdum.

IV. A patente hoc barathro emergi non potest, nisi theoriam Galilæanam accelerationis gravium negando, spatia scilicet a gravibus percursa esse ut quadrata temporum (371), & aliam omnino oppositam rationem statuendo.

At neque minus singulare est proferri ad Neutonianam legem tollendam experimenta, quæ re ipsa ab hac lege consequuntur, & pendent; ut facile apparebit. Ne quid enim de experimentorum accuratione dicamus, quæ maximam postulant, & quam adhibitam fuisse putandum est; certum est, corporum terrestrium gravitate supposita in ratione duplicata inversa distantiarum a centro, pendulum superius dato tempore plures vibrationes facere debere, quam inferius. Ostendo.

Idem pendulum secundis singulis oscillans (251), quod æquales semper arcus in suis oscillationibus describat, collocemus primo ad montis radices, dein in vertice. Sit statio superior hexapedis 1000 inferiore altior; statio verò inferior a terræ centro distet hexapedis 3269985, quot longus est radius terrestris in Gallia, & ad Alpes (1387). Gravitas, seu vis acceleratrix ejusdem penduli si supponatur semper in duplicata inversa ratione a sua a centro distantia; gravitas penduli in summo vertice erit ad ejusdem gravitatem ad radices montis; ut quadratum numeri 3269985 ad quadratum numeri 3269985 + 1000. Si quadrata hæc invicem comparentur, invenietur esse primum ad alterum, ut $1069 \frac{2801900225}{1000000000}$ est ad $1069 \frac{6145885225}{1000000000}$ seu ferme ut 3000 ad 3001. Erit ergo gravitas, seu vis acceleratrix penduli superioris minor gravitate inferioris parte ter millesima: hoc est, pendulum superius, quod ratione majoris distantiæ tantum vis acceleratricis partem ter

ter millesimam amittit, deberet in vacuo perfecto, ceteris paribus, oscillationes conficere 3000, dum inferius in eodem vacuo oscillationes conficeret 3001.

At pendulum superius oscillat in aere admodum rariore, quam inferius; ergo primum minorem altero resistentiam patitur. Utramque aeris resistentiam simul conferamus; & ostendamus, pendulum superius, etsi minimum sua vis acceleratrix imminuta fuerit, celerius oscillaturum, quam inferius; adeoque superius dato tempore plures oscillationes confecturum, quam inferius.

Notum est, aerem rariorem fieri, quo magis a mari attollitur (738). Columna aerea ad montis radices mercurium sustineat ad pollices 28: columna aerea in summo monte hexapedas 1000 alto mercurium sustinebit vix ad pollices 23 (739). Densitas ergo aeris, in qua pendulum superius oscillat, est ad densitatem, in qua oscillat inferius, ferme ut 23 ad 28; hoc est: pendulum inferius ab aere resistentiam patitur ut 6, superius ut 5, & paulo minus. Potest ergo pendulum superius, qui vim acceleratricem amittit tantum ut $\frac{1}{3000}$, & minorem resistentiam patitur ut $\frac{1}{6}$ ab aere ambiente, majorem ad oscillandum facilitatem obtinere quam amittat.

Ut experimenta hæc contra Neutonianam gravitationis legem valerent, in vacuo facienda fuissent. Neque vero hoc satis fore asserimus, sed necessarium esse asseveramus. Experimenta pendulis capta in Cajenna, in Gallia, sub circulo Polari, ad litus maris in Peruvia, in vacuo, fateor, habita non fuerunt; verum aut ad mare, aut paulo supra mare capta fuerunt in aere, in quo ubique mercurius ad 28 pollices sustentatur. Ergo in his omnibus experimentis æqualis ubique aeris resistentia supponi potest; & satis est in his pendulorum oscillationes in di-

diversis illis regionibus comparare. At quum pendulorum experimenta in diversis admodum supra mare elevationibus capta sunt, inæqualis medii resistentia attendenda est (*); patet siquidem, vim, exempli gratia ut 100, cujus partem elideret vis ut 10, prævalere posse alteri vi ut 101 ex parte elisæ a vi ut 13.

V. Omnino non repugnare, stante attractione in ratione directa massarum, & ratione duplicata inversa distantiarum, veram, & absolutam gravitatem casu quodam majorem esse in pendulo superiori, quam in inferiori. Si enim inter duo hæc pendula ingens, & densissimus mons jaceat, montis hujus attractio solitaria ob maximam densitatem, & propinquitatem auge-

(*) NOTA. *Coultaudus primus auctor experimentorum, quæ objiciuntur, & professor emeritus physicæ Augustæ Taurinorum monet, in statione inferiore barometrum prope pendulum stetisse ad pollices 27, lineas 6; in superiore prope aliud pendulum stetisse ad pollices 19, lineas 8. Aeris densitas, & resistentia in hisce stationibus erat ferme ut 4 ad 3; quare in statione superiore pendulum resistentiam ab aere quarta ferme parte minorem sustinebat.*

Bouguerius nullam resistentiæ aeris in suis penduli experimentis rationem habet. At ejus pendulum oscillationes faciebat decrescentes, quod omnino dissimile erat a pendulis, quibus experimenta in Alpibus capta fuerunt. In pendulo Bouguerii resistentia aeris tantum arcuum amplitudinem in oscillationibus mutabat, non oscillationis tempus, qua eodem semper tempore sive per majorem, sive minorem arcum complebatur. In pendulis Alpinis aer densior quamlibet oscillationem in arcu semper æquali difficiliorem, & longiorem efficere debebat.

gebit superioris penduli gravitatem, inferioris imminuet. In hac hypotesi, quam veram non putamus, Alambertius brevissima disertatione ostendit, posita montium serie cujusvis figuræ, cujus extensio sit altitudine multo major, gravitatem eandem fore ad montium horum radices, & ad verticem, si eorum *densitas media* sit tantum tertia parte major densitate media globi terrestris: & posita densitate media montium, in quibus experimenta Alpina capta fuerunt, ad densitatem mediam globi terrestris proxime ut 8 ad 3 pendula superiora præ inferioribus acceleratura quantitate ab experimentis indicata.

CONCLUSIO. Utile est nova experimenta tentare, vetera repetere, periculosum tamen consectaria temere admittere, quæ eorum auctores præcipiti judicio deducunt novi inventi specie decepti. Recens auctor, qui ab experimentis Alpinis Neutonianam attractionen de medio sublatam se videre visus est, ait, hisce experimentis complures physicæ attractionis defensores a sententia recessisse, neque eos erubescere ab attractione ad repulsionem converti. Parænesim addit, quæ aliquando, etsi non hic, opportuna esse poterit. „ Quid enim, ait ille, erubescant? „ Si prima laus est non errare, altera certe est „ illico a noto errore recedere. Prima quoque „ hæc laus tempore tantum prima est: altera „ duo vincit, errorem, & amorem sui ". Si qui Neutoni asseclæ ad alteram hanc laudem nimium festinarunt; ex hac parænesi ad tertiam præcedentibus anteferendam festinent, quam sententiam præpropere deseruerunt iterum admittendo.

COROLLARIA.

1418. COROLLARIUM I. *Vis attractiva corporis est ejus massa divisa per quadratum distantiæ a corpore attracto,* EX-

EXPLICATIO. Ex prima, & quarta lege superius demonstrata corollarium descendit. Quare quum duo corpora tertium attrahunt, vires attrahentes comparari possunt hac analogia: vis attractiva unius corporis est ad vim alterius, ut massa primi divisa per quadratum suæ distantiæ a corpore attracto, ad massam alterius divisa per quadratum suæ distantiæ ab eodem corpore. $F : f :: \frac{M}{D^2} : \frac{m}{d^2}$. Unde sequitur,

I. Parvum corpus in parva distantia majore vi attractiva pollere posse, quam corpus massa multo majore in maxima distantia.

II. Positis distantiis æqualibus, vires attractivas esse ut massas.

III. Si massæ sint æquales, vires attrahentes esse in duplicata inversa ratione distantiarum a corpore attracto.

1419. COROLLARIUM II. *Posita cujusque materiæ elementi attractione activa in ratione duplicata inversa distantiæ, corpusculum extra sphæram ad hujus centrum ita attrahetur, ut attraheretur, si tota sphæra materia in centrum collecta esset.* (*Fig.* 48)

EXPLICATIO. I. Sit primo tota sphæræ attrahentis A B D E materia in centrum C collecta. Corpusculum P attrahetur in C ab omnium elementorum summa, quorum vires omnes attractivæ æquales erunt, ob massarum, & distantiæ a corpore P æqualitatem.

II. Fiat deinde, ut omnia hæc elementa in C collecta in sphæram A B D E circa centrum C extendantur: alia ad P accedent, alia a P recedent. Quantum partes anteriores A B D vim attractivam ex majori propinquitate augebunt, tantum posteriores AED vim attractivam ex majore distantia amittent. Ergo adhuc corpusculum P a sphæra attrahetur, ac si tota ejus materia in centro C esset.

III. Etsi actio conjuncta elementorum *n m*,

AD, *rs* obliqua sit corpusculo attracto P; quum tamen omnia hæc elementa sint respective ad æquales distantias a corpusculo P, & a centro C, attractio PC fiet per infinitas diagonales, quæ omnes cum diametro BCE confundentur; & corpusculum P quum non magis ad A, quam ad D attrahatur, ad centrum C per diagonalem PC tendet.

IV. Hinc distantias duorum globorum sese attrahentium æstimando, hæ non a superficiebus, sed a centris sumendæ sunt.

1420. COROLLARIUM III. *Si corpus attrahens sit sphæroides hinc compressus, illinc elatus, corpusculum extra sphæroidem inter intumescentiam, & depressionem positum attrahetur ad axis punctum a centro diversum.* (*Fig.* 50)

EXPLICATIO. Posita vi attractiva in quovis materiæ elemento in duplicata inversa ratione distantiæ, si sphæroides AB esset sphæra, corpusculum P ad centrum C gravitaret, ut in corollario præcedente, ex viribus *nn*, *mm* *rr* æque distantibus, & æque ad P obliquis.

At partes A, & B extra globum extantes æqualem attractionem in corpus P non exercebunt. Partes enim attrahentes in A sitæ sunt a P minus distantes, illique magis directæ, quam quæ in B sunt. Ergo P fortius attrahetur ad A, quam ad B. Ergo ejus gravitatio ex hac activa attractione orta illud non trahet ad centrum C ad æqualem ab A, & B distantiam, sed ad punctum D extra centrum, & ipsi A, quam ipsi B propinquius.

I. Hinc apparet cur *corpora terrestria ubique ad ipsum terræ centrum non gravitent*, ut alibi monuimus (1374); ob æquatoris intumescentiam, & polorum depressionem, unde tellus sphæroides est (1373). Directio gravitatis non nisi sub æquatore, & polis ad ipsum centrum tendet: ubique intra hos terminos gravitas ad axis punctum intra æquatorem, & polum proximum dirigetur.

I. Ex

I. Ex theoria attractionis activæ explicatur *cur gravitas ubique sit horizonti perpendicularis.*

Sit $v\,x\,y$ minima pars superficiei maris, ad quam gravitet corpus P suæ gravitati relictum. Tria elementa aquea $v\,x\,y$ propinqua, & exigua ex attractione activa in illa, & in corpus P a terrestri sphæroide exercita in aquæ superficie æquilibrantur ad opportunam a terræ centro distantiam, & horizontem sensibilem efficiunt puncti x medii in parva hac superficie.

Corpus P eadem attractione affectum, qua elementum x eandem habet ad sphæroidem terrestrem tendentiam, quam ipsum x; ergo P tendet in x, & directio suæ gravitatis erit perpendicularis horizonti sensibili puncti x, seu parvæ superficiei planæ, quam elementa ipsi x contigua efficiunt.

1421. COROLLARIUM IV. *Si corpusculum duabus sphæris inæqualibus, & homogeneis contiguum sit, vis, qua a sphæris attrahetur, erit ut earum radii.* (*Fig.* 54)

EXPLICATIO. Præcisa distantia, vires corporum attrahentes sunt ut massæ (1412); at in sphæris massæ sunt ut cubi radiorum (*Math.* 622). Ergo vires attractivæ harum sphærarum essent ut cubi radiorum.

At in sphæris A, a, sibi, aut eidem corpusculo m interposito contiguis centrum attractionis est non superficies, sed sphærarum centrum (1419); ergo vires harum sphærarum corpus m attrahentes erunt ut cubi radiorum divisi per horum radiorum quadrata (1416); adeoque ut ipsi radii. Cubi enim per suam secundam potentiam divisi quotiens est ipsa radix, quæ hic est radius: $\frac{r^3}{r^2} = r$.

Objectiones solvendæ.

1422. OBJECTIO I. Si *attractio corporum mutua est*, globi duo plano horizontali impositi,

& contigui ſeparationi reſiſtere deberent: ſeparati, alter in alterum tendere deberent donec contigui fierent; at neque ſeparationi reſiſtunt, neque contiguitatem ſejuncti vel minimo ſpatio affectant. Ergo attractio in experientia evaneſcit; ergo fabuloſa eſt, & conficta.

RESPONSIO. Attractionem dari jam oſtendimus, eamque in corporibus omnibus mutuam eſſe. Oſtendamus modo, nihil ab allato experimento contra illam inferri. Ex hac objectione a Neutono parvi facta nihil adverſariis ſperandum eſt. (*Fig.* 51)

I. Ex ipſa theoria, quæ impugnatur, ejuſque demonſtrationibus mutua corporum terreſtrium attractio erit minima, & inſenſilis totius terreſtris maſſæ, in eadem corpora attractioni comparata. Concipiamus enim hinc globum terreſtrem T, illinc globum *a* ejuſdem cum tellure denſitatis, diametro unius pedis, & corpuſculum *b* illis contiguum, & ab utroque attractum.

In hac hypotheſi corpus *b* tendet ad centrum globi unius pedis diametrum habentis vi, quæ ad eam, qua ad terræ centrum tendit, erit ut globi radius *ba* ad telluris radium *b*T (1421); hoc eſt ut 1 ad 39239820: a primo quippe numero diameter globi, ab altero media telluris diameter exprimitur (1377). Ergo corporis *b* niſus ad globum *a* eſt minor ejus niſu ad globum terreſtrem vicibus ferme 40000000. Quis jam miretur niſum illum eſſe inſenſilem?

Hinc colliges cur duo globi contigui in plano horizontali ex mutua attractione ſenſibiliter ſeparationi non reſiſtant, nec ſejuncti ad contactum concurrant; quum attractio alia veluti infinita telluris illos ad horizontale planum premit, a quo eorum gravitatis centrum ſuſtinetur.

II. Si globi duo ejuſdem cum tellure denſitatis A, & B diametro unius pedis in ſpatio infinito ſolitarii exiſterent, & tribus tantum lineis diſtarent, calculo inveniemus, menſem ferme poſtu-
lare

lare, ut ex mutua attractione contigui fiant. Facile calculi principia intelliges. Nam vires attrahentes sphærarum homogenearum sunt ut earum radii (1421): & totius terrestris massæ attractio activa corpori prope suam superficiem gravitatem indit, qua ad terræ centrum accedit percurrens quovis secundo temporis pedes ferme 15. (248)

Quare si tellus globus esset, cujus diameter esset sua duplo minor; attractio passiva corporis attracti esset duplo minor, seu pedum $7\frac{1}{2}$ quovis secundo; si ejus diameter esset centies millies minor, etiam attractio passiva corporis esset centies millies minor, seu pedum 15 pars centies millesima; tandem si ejus diameter esset veræ $\frac{1}{40000000}$, sive unius pedis, ejus vis attrahens & motus corpori attracto impressus esset $\frac{15}{40000000}$ quovis secundo. (*Fig.* 51)

Motus horum globorum in spatio infinito ex minima velocitate insensilis esset (921), quamvis nihil mutuæ eorum attractioni obsisteret. At si hi globi plano impositi sint, & vi veluti infinita in planum trahantur; vis hæc AT, & BT veluti nullam reddere debet mutuam eorum attractionem AB, qua tandem contigui fieri potuissent. Quare patet, nihil ex objecto experimento contra attractionem, a qua ipsa pendet, inferri posse.

III. Mutua hæc terrestrium corporum attractio sensilis fiet in corporibus, quorum massa aliquam sensibilem ad telluris massam rationem dicit. Hoc Bouguerius, & Condaminius in Peruvia experti sunt. Norunt illi, *ingentem montem Chimborazo quadrantis perpendiculum attrahere*; & pluribus stellarum observationibus ad montis hujus australem, & borealem plagam repetitis deprehenderunt, immanis hujus massæ attractione distrahi a verticali quadrantis perpendiculum secundis octo, & ultra.

1423. NOTA. Hæc observatio, cui immanis montis massa, & opportuna figura aditum dedit, a peritissimis geometris summa diligentia habita, cujus narrationem in opere alibi citato (1417) invenies, fit *nova mutua attractionis* omnium naturæ corporum *demonstratio*. Jam vero physice explicatur. (*Fig.* 52)

Sit M immanis mons, cujus massa sensibilem ad telluris massam, rationem dicat: sit T telluris centrum: A stella, seu punctum ad observatoris zenith, F P filum a perpendiculo P tensum.

I. Quum pondus P a sola tellure sensibiliter attrahitur, directione F T ad telluris centrum gravitat, ubi tota telluris vis attractiva veluti residet (1419). Tunc vero stella A in zenith perpendiculi, & observatoris posita in fili F P directione videbitur.

II. At quum perpendiculum P simul & a telluris attractione PT, & a montis extantis attractione PM trahitur, gravitare debet directione P V, quæ est diagonalis parallelogrammi, cujus latera sunt vires duæ conspirantes, quarum vis attractiva in pendulum P simul exercetur (345): tunc vero filum P F non ad stellam A in zenith positam dirigetur, sed ad aliud cæli punctum B septem aut octo secundis a zenith distans.

Nihil interest cujus figuræ sit mons M; modo ejus massa extra globum extans sit tanta, ut sensibilem ad telluris massam rationem dicat. Hujusmodi est Chimborazo, qui inter altissimos, & maximos orbis montes est recensendus. (498, 1063, IX.)

1424. OBJECTIO II. Si attractio activa est in ratione directa massarum, & in duplicata inversa distantiarum, luna ab attractione multo majore solis terræ eripi deberet; tunc vero aut in solem caderet, aut tellure relicta, circa solem periodice converteretur. Sit enim luna in conjunctione inter tellurem, & solem, & utriusque actionem in lunam expendamus. Sit sol S, tellus T, luna A. (*Fig.* 22)

Præ-

Præcisis distantiis, attractiones sunt ut massæ (1418). Atqui ex calculis, & observationibus astronomorum sol est tellure ferme decies centies millies major (1190); ergo vis attrahens solis vi telluris est ferme decies centies millies major. Si ergo luna æque a tellure, & sole distaret, a sole attraheretur vi decies centies millies majore, quam a tellure.

At quoniam luna telluri, quam soli propinquior est, & attractio activa semper est in ratione duplicata inversa distantiarum, attractio telluris per quadratum distantiæ a luna, & attractio solis per quadratum suæ distantiæ a luna dividatur. Ex observationibus media telluris a luna distantia est ferme semidiametrorum terrestrium 60 (1220); & media solis a luna distantia earundem semidiametrorum ferme 20000. (1187).

Divisa telluris attractione activa $=1$ per quadratum 60, erit attractio telluris in lunam $= \frac{1}{3600}$; divisa solis attractione $= 1000000$ per quadratum 20000, erit attractio solis in lunam $= \frac{1000000}{400000000} = \frac{1}{400}$. Si hæ fractiones cumparentur (*Math.* 199), invenies attractionem solis, ad attractionem telluris in lunam esse ut 9 ad 1. Ergo ex ipsa attractionis theoria sol telluri satellitem auferet; quod quum falsum sit, falsam quoque Neutonianam sententiam probat.

RESPONSIO. Objectio duabus falsis suppositionibus innititur. Harum prima est, solis massam massa telluris esse decies centies millies majorem: altera lunam nihil habere, quod solis attractioni obsistat. Has suppositiones evolvamus & objectio evanescet.

I. Sane constat, solem *volumine* ferme tellure decies centies millies majorem esse; non tamen & *massa* tanto majorem esse constat. Verosimillimum, & pene certum est, solis materiam telluris materia multo rariorem esse.

Non ergo decies centies millies major est solis attractio telluris attractione; attractio enim, præcisa distantia, non voluminibus, sed massis proportionalis est. Massa telluri volumine æqualis, & millies rarior attractionem activam haberet millies minorem.

Nihil certum est, unde quanto sol tellure rarior sit colligi possit. At ad difficultatem diluendam satis est scire, solem tellure multo rariorem esse debere; adeoque & ejus attractionem multo minorem fore, quam ab adversariis supponatur. (*Fig.* 22)

II. Luna præter motum rotationis circa suum axem, & revolutionis, quo circa tellurem convertitur, *tertium motum* habet, quo cum tellure circa solem quotannis agitur. Postremo hoc motu luna cum tellure solis attractioni se subducit: ubicumque enim sit in sua orbita motu projectili ab occidente in orientem agitur, quo circa solem anno uno, ut tellus, fertur. Ergo luna, ut & tellus, hoc motu annuo perpetuo nititur a magna sua curva epicycloidali per infinitas curvæ hujus tangentes, aut secantes effugere, per quas omnes a sole recederet. Ergo, si quoque sol telluris densitatem obtineret, luna a solis attractione abripi non deberet, quum attractioni huic perpetuo obsistat, imo ejus magnam partem elidat vis centrifuga a sole, quam ex motu projectili obtinet, a quo cum tellure circa solem agitur in consequentia signorum, directione TVXZT.

1425. OBJECTIO III. Si vis attractiva sequitur rationem duplicatam inversam distantiarum, erit hæc veluti infinita quum distantia nulla est. Ergo saxum solo impositum illi vi veluti infinita adhærere deberet: arena huic saxo contigua illi quoque vi veluti infinita adhærere deberet: omnia demum corporum elementa contigua invicem infinitam adhæsionem, adeoque & duritiem habere deberent. Atqui hæc omnia falsa sunt; ergo & attractionis theoria. RES-

RESPONSIO. Omnia ferme principia perperam intellecta ad abſurda deducunt. Vis attrahens corporum ſane eſt maſſis per quadrata diſtantiarum diviſis proportionalis; non tamen ex principio hoc vero ab adverſario illata conſequuntur. Facile hoc oſtenditur. (*Fig.* 51)

I. Sint globi duo æquales, & homogenei A, & B tribus diametris invicem diſtantes. Utriuſque globi vis attractiva eſt maſſa 1 diviſa per quadratum diſtantiæ 3, ſcilicet $\frac{1}{9}$. Invicem globi accedant ad diſtantiam duarum diametrorum: utriuſque vis attractiva erit maſſa 1 diviſa per quadratum diſtantiæ 2, ſcilicet $\frac{1}{4}$. Tandem globi contigui fiant: eorum vires attractivæ, quarum activitatis centrum eſt globorum centrum, non ſuperficies (1419), adhuc una diametro diſtabunt: erit igitur utriuſque vis attractiva 1 diviſum per quadratum diſtantiæ 1, ſcilicet $\frac{1}{1} =$ 1. Nihil horum vim dicit infinitam.

Idem dicas de ſaxo terræ inſidente, de atomo ſaxum tangente. Semper diſtantia aliqua intercedit inter centra virium activarum, quæ ſemper tantum invicem diſtant, quantum centra maſſarum attrahentium. Nunquam ergo diſtantia nulla eſt; ſemper enim tanta ſaltem eſt quantum ſpatium centris interjacens.

II. Neque dixeris, globos, de quibus modo, majorem proximitatem, quam quæ ex ſuperficierum contactu eſt, obtinere poſſe; & eorum centra attractionis magis, magiſque invicem accedere poſſe, ſuperficiebus compreſſis. Tunc enim globorum materia non amplius commune attractionis centrum haberet; & quævis portio materiæ hujus compreſſæ peculiarem ſuum centrum haberet, ut mox explicabimus.

1426. ASSERTIO. *Maxima videtur duorum globorum vis attrahens quum contigui ſunt.* (*Fig.* 31)

EXPLICATIO. Certum eſt primo, recedentibus invicem globis, eorum actionem attrahentem minui in duplicata inverſa diſtantiarum

ratione (1416). Ostendamus modo, globos hos invicem penetrari non posse, quin eorum attractio minuatur.

I. Globus ferreus N ad maximam intra terras profunditatem D descendens partem suæ gravitatis amittere debere videtur. Hic globus enim in P attrahitur ad T totius telluris P R M S P attractione; quasi vero tota globi materia in T collecta esset.

At quum globus est in D, ad terræ centrum attrahitur tantum a telluris parte R D S M R; & eodem tempore attrahitur in P directione opposita a tota telluris parte R D S P R.

Quare si hujus globi D augetur attractio passiva ad telluris centrum accessu; videtur partem suæ gravitatis amittere debere, seu suæ attractionis passivæ ex opposita attractione, a qua ad telluris superficiem P trahitur. Ast hæc gravitatis diversitas non nisi minima esse potest in experimentis omnibus, quæ capi possunt; aliquot enim centenaria pedum telluris radio comparata nulla sunt.

II. Si ad telluris centrum cavitas sphærica esset diametro nonnullarum hexapedarum: globus hic ferreus in media cavitate T positus nullam haberet gravitatem; æque enim quaquaversum traheretur a stratis omnibus concentricis materiæ ambientis; hæ vero attractiones omnes æquales, & oppositæ invicem eliderentur. Quamobrem si quis in cavitate hac *omno* versaretur, quaquaversum in hac concava superficie procedere posset, sicuti nos quaquaversum in convexa telluris superficie incedimus, hoc tamen discrimine, quod nos gravitatem habemus, qua perpetuo ad terræ centrum trahimur: ille nullam neque ad centrum, neque ad terræ superficiem gravitatem haberet.

1427. OBJECTIO IV. Si mutua attractio in directa ratione massarum, & duplicata inversa distantiarum (1418) est generalis lex corpora omnia afficiens; natura ad suum ordinem pertur-

turbandum perpetuo adigitur, & informis fieri nititur. Remotiſſimæ enim ſtellæ, ultra quas nullum corpus eſt, ad penultimas perpetuo trahi debent; hæ a ſequentibus; atque ita porro. Ergo ſtellæ omnes motu accelerato cum planetis, ac cometis illas circum euntibus ſibi invicem occurrere debent; & cito fient informis maſſa in idem ſpatium collecta, atque commixta; hoc eſt informe chaos, de quo poetæ cecinerunt.

RESPONSIO. Lex attractionis a nobis expoſita nihil tale neque proximum, neque remotum prænunciat. Ut objectionem majori claritate diluamus, ſupponamus in cæleſtibus ſpatiis ſtellas duas tantum exiſtere, ſolem noſtrum A, & Syrium B, circa quos ſingulos planetæ nonnulli convertantur. Dico legem attractionis non poſtulare, ut ſol, & Syrius invicem in unum concurrant. Idem de aliis ſtellis dicetur (*Fig.* 49).

I. Mutua vis attractiva ſolis, & Syrii non niſi minima eſſe poteſt ratione maximæ diſtantiæ, per cujus quadratum eorum attractio activa dividenda eſt (1418). Ut minimam ſolis vim attrahentem in Syrium eſſe oſtendamus, ſolis primo vim hanc in tellurem conſideremus. Gravitas telluris in ſolem metitur attractionem activam ſolis in diſtantia centra ſolis, & telluris ſejungente: hæc ſolis actio in tellurem motum telluri imprimit, quo nititur ad ſolem accedere ferme pedibus 32 uno minuto (1273): eundem vero motum Syrio imprimeret, ſi ſoli æque propinquus eſſet, ac tellus eſt.

Verum ſolis actio attractiva decreſcit in duplicata inverſa ratione diſtantiarum. Quare ſi tellus duplo diſtaret, ejus niſus in ſolem ab hujus attractione ortus eſſet quadruplo minor, adeoque octo pedum ſingulis minutis; ſi tellus millies tantundem diſtaret, ejus niſus in ſolem

esset decies centies millies minor, seu $\frac{1}{1000000}$ pedum triginta duorum. Tandem si tellus esset ad distantiam Syrii, quæ veluti infinite magna est, ejus nisus in solem esset veluti infinite parvus, seu pedum 32 pars veluti infinitesima quovis minuto temporis; adeoque infinitis ferme minutis exercenda esset, ut tellurem per pedes 32 ad solem adduceret. Ergo mutua solis, & Syrii attractio erit veluti infinite minima, & effectus tantum pariet physice nullos.

II. Si tamen quidpiam incommodi ex hac minima attractione adhuc timeatur, facile huic quoque occurremus. Minima enim mutua attractio horum astrorum innumeris modis elidi potest. Quoniam quinam a Deo ex innumeris selectus fuerit ignoramus, unum quemlibet exemplo afferamus.

Sint A, & B sol, & Syrius, quos tamquam extrema mundi corpora considerabimus, intra quos alii soles C positi sint. Ex recentiorum placitis centrum solis omnino immobile non est in centro mundi nostri planetarii; sed re ipsa mobile periodice exiguam orbitam *a a a* describit circa quoddam centrum A non procul a centro solis, revolutione planetarum revolutioni valde simili, quæ attractionis activæ planetarum in solem dum circa illum convertuntur verosimiliter effectus est. Ex revolutione *a a a* circa centrum A sol exiguum motum centrifugum habet per tangentes *a t*; quo satis, superque destrui potest minima illa attractio passiva solem A sollicitans in Syrium B.

Faciat Syrius similem revolutionem *b b b* circa centrum B non procul ab ejus centro; hæc vero Syrii revolutio *b b b* sit solis revolutioni *a a a* parallela. In hac hypothesi non repugnante, imo verosimili, Syrius quoque vim habebit centrifugam per tangentes *b t*, qua perpetuo nititur

titur a sole A recedere, quæque satis, & super est, ut minima attractio passiva, qua ad solem A trahitur, elidatur. Nihil ergo in extremis his mundi globis erit, quo in hac hypothesi inter innumeras alias assumpta, invicem accedere debeant.

Tertius sol C ad æqualem inter illos duos distantiam æque ad A, & ad B trahetur; nihilque erit, quo dimoveatur. Ergo in hypothesi Neutoniana ordo primitus in natura a Deo statutus immutabilis perseverabit, nec in antiquum chaos revertetur.

III. Attractionis theoria observationibus mundi nostri planetarii dumtaxat comprobata est. Ex his demonstratum est, attractionem esse generalem naturæ legem in corporibus circa solem nostrum revolutis; non tamen demonstratum est & in aliorum solium systemate illam vigere.

Quum mutua corporum attractio non sit proprietas materiæ intrinseca, & essentialis, sed tantum liberæ Dei voluntatis effectus, patet, Deum alium rerum ordinem in quovis alius solis systemate statuere potuisse. In hac hypothesi, cui nihil obest, activa attractio solis in stellas nulla esset.

IV. Verum, quum præter probabilitatem non sit, Deum totam rerum universitatem eidem attractionis legi subjecisse; dicendum est, si attractio & in stellas mutuo agit, Deum res ita disposuisse, ut minimæ hæ attractiones in iis distantiis invicem æquilibrentur, & elidantur; & quantum ab innumeris minimis attractionibus stella una directione trahitur, tantundem ab æqualibus minimis attractionibus directione opposita trahatur, ut supra explicavimus. Hinc naturæ ordo a Deo primitus statutus immutatus perseverabit.

1428. OBJECTIO V. Plurima sunt phænomena astronomica, quæ attractione non explican-

cantur. Exempli gratia, attractione non explicatur quare planetæ circa proprium axem convertantur; quare ab occidente in orientem potius, quam oppositam revolutionem circa solem habeant; quare eorum orbitæ omnes zodiaco inclusæ sub diversis angulis intersecentur; aliaque hujusmodi. Ergo tamquam causa insufficiens attractio Neutoniana reiicienda est, & ad impulsionem Cartesianam, qua omnia explicantur cælestia phænomena, redeundum.

RESPONSIO. Plane cum Neutonianis fatemur, in attractionis principiis nullam phænomenorum causam mechanicam assignari; & eorum rationem nullam reddi, nisi Dei voluntatem primitus talem rerum ordinem statuentis, & talem potius, quam alium, planetis circa suum axem, & circa solem motum imprimentis.

Initio temporum ante Dei actionem planetæ, ut materia omnis, inertes erant, nec motum potius, quam quietem postulabant; moti fuerunt, & adhuc moventur motu illis primum a Deo indito, quem causa nulla in vacuo, in quo moventur, destruere potest.

Aliam motus hujus causam, præter Dei voluntatem postulare, absurdum est. Peteretur enim *causa mechanica* ubi nulla causa mechanica haberi debet.

Pete a Cartesio, qui ubique causas mechanicas vult, cur vortex solaris ab occidente potius in orientem, quam contra convertatur: respondebit, nullam rationem aliam reddi posse, nisi quia Deus ita vorticem hunc converti voluit; & quum de primis rerum principiis agitur, absurdum esse aliam rationem, præter Dei voluntatem, postulare. Ita respondebit Cartesius, ut philosophum decet: ita & nos respondemus.

1429. NOTA I. *Duo* in natura sunt *phænomenorum genera* distinguenda. Alia, ut perseve-

verent, causam perpetuo agentem, & applicatam postulant; cujusmodi sunt suspensio mercurii in barometro, penduli oscillatio, planetæ motus per curvam. Alia, ut perseverent, obstacula tantum omnia remota esse postulant, qua primigenia eorum actio interturbari, aut elidi possit: hujusmodi est motus rotationis sphæræ in vacuo, aut corporis cujusque solitarii in vacuo infinito motus per lineam rectam.

I. *Primi generis phænomena* causam perpetuo agentem postulantia exigunt, ut physicus vires inquirat aptas illa producere, & permanentes, ut perpetuo existant; tum ut modum, quo vires hæ agunt, & actionis quantitatem in diversis circumstantiis definiat.

Hoc ipsum immortalis Neutonus præstitit, planetarum, & cometarum motum ellipticum explicans: hoc enim phænomenon causam perpetuo applicatam postulat, qua eorum motus projectilis per rectam tendens perpetuo inflectatur, & causam perpetuo variabilem, cujus actio duplicatam inversam distantiarum rationem sequatur. Mira profecto hac in re est Neutonianæ philosophiæ præstantia. Non tantum Neutonus, ut vorticum assertores, phænomena rudi quadam Minerva in eorum causis inquirit: sed incerta reiiciens, cælum totum accurato calculo subiicit; & sublimibus matheseos principiis ab attractione phænomena omnia cælestia, eorumque consectaria omnia, conditiones, variationes, directionem, vires cuique corpori in quavis positione congruas summa laude deducit.

II. *Alterius generis phænomena*, quæ scilicet obstacula tantum remota esse postulant, primigeniam eorum causam dumtaxat a physico assignari petunt; & ostendi, nullam esse in natura causam physicam, cujus actione destrui, aut mutari possint. Hoc quoque Neutonus præstitit,

tit. Ille vacua ſpatia cæleſtia demonſtrans obſtacula omnia ſubmovit, quibus motus rotationis, & projectilis a Deo primitus planetis, & cometis impreſſus, extingui poſſet.

Quamobrem ſi a Neutoniano petas, cur planetæ circa axem rotentur motu ſemper ſibi ad ſenſum parallelo, & ab occidente in orientem convertantur in planis ſemper plano eclipticæ æque inclinatis: cur cometæ quavis directione toto ferme cælo moveantur in orbitis, quæ e ſole viſæ ſemper ad eaſdem ſtellas referuntur; reſpondebit, ut philoſophum decet, planetas circa axem motu ſemper uniformi converti ex motu rotationis primitus a Deo illis indito, qui in vacuo a nullo obſtaculo eliditur: in iis planis intra zodiacum moveri, quia Deus initio temporum illis motum projectilem ea directione indidit, non alia; eorum axem ſemper ſibi parallelum perſeverare, quia nihil eſt, quo in dies, aut annos ejus directio ad ſenſum mutetur: eorum revolutiones ſemper ad ſenſum in iiſdem cæli punctis fieri, quia ad ea puncta motus eorum projectilis primitus directus fuerit, nec quidpiam eſt, quo motus hic, licet perpetuo ad ſolem inflexus, a primitivo ſuo plano diſtrahatur (1266). Dicet quoque, cometas alios aliis directionibus quaquaverſum moveri, ſingulos directione motus projectilis a Deo illis primitus impreſſi (1283); quia nihil in cælorum vacuo eſt, quo motus hujus primigenii directio tollatur; qui motus, licet a ſolis attractione perpetuo inflexus, nihil invenit, unde cometa diſtrahatur, ne ejus curva ſemper ad eadem cæli puncta referatur.

Ulterius procedere, aut præter primitivam, & perſeverantem Dei actionem cauſam phyſicam, aut occaſionalem petere abſurdum eſſet, qua motus iſti conſervarentur, quum illa non indigeant. His cauſis opus habent motus, qui

ab

ab obstaculis perpetuo eliduntur: motus semel inditus, & nullo obstaculo elisus, nulla causa physica indiget, qua conservetur.

1430. NOTA II. In universa natura plura sunt, quorum in quovis systemate nulla, præter liberam Dei voluntatem, ratio reddi potest. Exempli causa, quænam in systemate vorticum reddatur ratio diversitatum, quæ in planetarum distantiis, directionibus, excentricitate, diurnis, & annuis revolutionibus observantur?

I. Distantiarum diversitas omnino arbitraria videtur; neque enim aut directam, aut inversam magnitudinum rationem sequitur. Mercurius Venere minor est, & minus a sole distat: Saturnus Jove minor est, & magis distat.

II. Diversa orbitarum ad eclipticam inclinatio tum in planetis, tum in cometis æque arbitraria est; neque enim ad magnitudinem, aut ad distantiam, aut ad tempus periodicum certam ullam rationem dicit (1180).

III. Diversitas excentricitatis quoque arbitraria est; nullam enim certam rationem sequitur. Martis orbita, proportione habita, magis excentrica est, quam Saturni, aut Jovis, qui magis a sole distant; quam telluris, & Veneris orbita, qui minus a sole distant (1186).

IV. Celeritas revolutionis circa axem in planetis æque arbitraria est: nullam enim aut ad magnitudinem, aut ad distantias, aut ad tempora periodica certam rationem dicit (1181).

V. Diversitas temporum periodicorum nullam ipsa quoque certam rationem dicit ad massas in planetis, aut cometis (1190).

Quæ quum ita sint, a solo motu libere a Deo primitus hisce corporibus impresso, a directione, qua motus hic libere inditus fuit, a nullo obstaculo motibus his primigeniis objecto varietates hæ unice repetendæ sunt. Has diversitates ita Neutonus explicat; nec aliam illæ explicationem admittunt.

1431.

1431. NOTA III. Etsi plura in natura sint, quorum ratio nulla, præter liberam Dei voluntatem, ratio reddi possit, non propterea illa cæco modo effecta fuisse dicendum est. Cum Leibnitio tenemus, *nihil sine ratione sufficienti in natura fieri* (50), quin tamen cum ipso dicamus, hinc ullam in Dei actione necessitatem haberi (*Mat.* 434, & 436).

Si modo quæras, quænam fuerit *causa finalis*, qua Deus tot diversitates in mundo nostro planetario statuit, conjecturis tantum in re, quæ conjecturas tantum admittit, respondebimus.

Etsi homini Dei arcana penetrare nefas sit, & causas finales sæpius occultissimas detegere; tamen duas hac de re observationes proferre non verebimur.

I. Videtur Deus mundum universum generalibus, & immutabilibus legibus, etsi ipsi liberis, subjecisse (1306, 1430); ut hominibus indicaret, mundum, mirum, & immutabile opus esse infinitæ potentiæ, & sapientiæ, a qua, non a casu, conditus fuit, & conservatur.

II. Videtur Deus tantam in planetarum, & cometarum massis, directionibus, excentricitatibus, distantiis diversitatem posuisse; sive, ut rerum universitas varietate ipsa ditior esset; sive ne homines arbitrarentur, hujus rerum ordinis causam esse aut intrinsecam aliquam naturæ exigentiam, aut aliquem in naturæ Auctore libertatis defectum.

At omissis de causis finalibus conjecturis, certum esse, nullam esse theoriam, in qua magis, quam in Neutoniana, rerum universitas a Deo pendeat, quæ sane theoria in omnibus & physicæ, & religionis principiis apprime consentit.

§. III.

§. III.

ATTRACTIONIS INFLUXUS.

1232. OBSERVATIO. Attractionis imperium nullis, nisi ipsius naturæ, quam ubique regit, saltem in mundo nostro planetario, limitibus coercetur. Ejus modo influxum in corporum gravitate, in motu curvilineo planetarum, & in maris æstu perpendemus.

CAPUT PRIMUM.

GRAVITAS CORPORUM.

1433. Maximum naturæ phænomenon est *corporum gravitas*. Quænam est ejus causa? Problema hoc, quod omnium physicorum ingenia exercuit, ab immortali Neutono tantum apte solutum fuit.

Systemata hac in re excogitata exponentes, obsoletam sententiam negligemus eorum, qui gravitatem dicebant qualitatem occultam materiæ: hi effectum supponebant nulla, aut tantum inani causa assignata. Hæc jam a sana physica exularunt.

Sententia Gassendi.

1434. SENTENTIA I. Gassendus effluvium corpusculorum uncinatorum excogitavit, quæ a tellure undique in radii producti directione erumperent. Quum hæc corpuscula in aliquod cor-

corpus incurrunt, illi motum imprimunt suo oppositum. Hinc corporis hujus gravitas, quod natura non magis per radium ascendere, quam descendere, aut per hunc magis, quam per tangentem moveri nitebatur (*Fig.* 51).

CONFUTATIO. Hujus hypothesis, ut, & hypothesis vorticum, primum vitium est inverisimilitudo. At hæc corpuscula, & qui ex illis effectus haberi deberet expendamus.

I. Corpuscula hæc e terra erumpentia directione radiorum TA, TB, TN, in corporum superficiem telluri obversam incurrere necessario debent. At vero vel in partes solidas incurrent; & tunc illis proprium motum communicabunt, quo non ad centrum terræ adducentur corpora, sed inde repellentur; aut in interstitia incurrent, & tunc procedent nullo motu communicato corpori, quod nullo obstaculo trajiciunt.

II. Quum corpuscula hæc tantam vim habeant, ut tantum gravitatis motum communicent corporibus, in quæ incurrunt, massam profecto ingentem habere debent; ceterum, quæcumque sit eorum velocitas, eorum impulsus, ut lucis impulsus, insensilis esset, nec corpora dimoveret. Quo pergit igitur tanta materiæ copia perpetuo e tellure erumpens? Abit ne non reditura? Tellus tunc brevi exausta esset. Ad tellurem ne redit? illi ad hoc gravitate opus est. A Gassendo petendum modo est, unde gravitas materiæ gravitatem producenti adveniat.

Sententia Cartesii.

1435. SENTENTIA II. Per Cartesium ejusque sectatores, gravitas non insidet nisi materiæ striatæ; ejus vero causa est materia ætherea (1384), quæ gravitate caret. Ut hæc cum Cartesianis concipiamus, (*Fig.* 53)

Sit S centrum ingentis vorticis, puta solaris: P planeta abreptus directione MN a vortice:

[a a,

aa, *cc*, *rr*, *nn* innumeri vorticilli planetæ contigui.

I. Dum totus vortex circa centrum S convertitur, inquiunt Carteſiani, vorticilli magis remoti *aa*, *cc* majori pollent velocitate, & vi centrifuga, quam minus diſtantes *rr*, *nn*; ergo vorticilli ſuperiores *aa*, *cc* majore vi nituntur a centro S recedere, quam inferiores *rr*, *nn*.

II. Vorticilli ſuperiores *aa*, *cc* niti nequeunt a centro S recedere, quin nitantur ſeſe aſſequi, & planetam P ad centrum S totius vorticis propellere. Pari modo vorticilli inferiores *rr*, *nn* niti nequeunt motu centrifugo a centro S vorticis recedere, quin nitantur ſeſe aſſequi, & planetam P a vorticis centro S repellere. Quare ſi vorticillorum *aa*, *rr* vires æquales eſſent, planeta inter vires æquales, & oppoſitas neque ad vorticis centrum S accedere, neque ab eo recedere niteretur.

III. At quum vis centrifuga major ſit in vorticillis ſuperioribus *aa*, quam in inferioribus *rr*, Planeta P neque de ſe ad centrum S accedere exigens, neque ab eo recedere, perpetuo ad centrum propelletur ab exceſſu virium vorticillorum ſuperiorum *aa* ſupra inferiores *rr*. Ex hoc virium exceſſu in *aa* ſupra *rr* planeta ſemper vorticillis involutus ſemper a ſuperioribus premetur majore vi directione PS, quam ab inferioribus directione oppoſita SP. Hinc per Carteſianos gravitatio, ſeu ejus niſus ad centrum S, cujus cauſa unica eſt impulſus vorticillorum continguorum, qui majorem actionem exercent in *aa*, quam *rr*.

1436. CONFUTATIO. Etſi jam vorticum fabulam profligaverimus (1399), ſupponamus modo illos exiſtere; & oſtendamus non aptius gravitatis phænomenis explicandis inſervire, quam cæleſtibus motibus planetarum, & cometarum,

I. Evi-

I. Evidens est, nec Cartesiani inficiari possunt, globum P materiæ æthereæ immersum sive elasticæ, sive non elasticæ necessario velocitate materiæ, qua vehitur, moveri debere. Habet ergo globus iste in superiori, & in inferiori superficie vim centrifugam ipsi vi vorticillorum contiguorum prorsus æqualem. Ergo habet globus in superiori parte, quo obsistat excessui vis centrifugæ vorticillorum superiorum *aa* supra inferiores *rr*. Ergo si globus gravitate de se caret, nullo pacto ad centrum S magni vorticis propelletur ab hoc vorticillorum *aa* excessu supra inferiores *rr* minus distantes: globus enim sive in *aa*, sive in *rr* vim centrifugam habet omnino æqualem ipsi vi vorticillorum, quibus premitur.

Vim demonstrationis senserunt Cartesiani. Quare ut se tuerentur, vorticillis globo P contiguis vim centrifugam tribuerunt ab ea diversam, quæ a magno vortice oritur; & *cujusque vorticilli propriam* ortam a celeri rotatione cujusque vorticilli circa suum axem *a*, *c*, *r*, *n*. Hi vorticilli sive ex majore massa, sive ex celeriore rotatione eo majorem vim centrifugam propriam habent, quo magis a magni vorticis centro S distant. Quare globus P, qui ubique vi centrifuga pollet illi æquali, quam habent strata magni vorticis, in quo locatur, propelletur ad S ab excessu vis centrifugæ propriæ vorticillorum superiorum *aa* supra inferiores *rr*; globus P siquidem quum sola vi centrifuga donatus sit toti magno vortici communi, nihil habet, quo se subducat pressioni vis centrifugæ propriæ vorticillorum *aa*, *rr*, a quibus urgetur. At quæso, hi vorticilli aliis minoribus farti vorticillis melius ne gravitatis phænomena explicant? nequaquam sane; omissa enim nulla eorum existentiæ verisimilitudine,

II. Quoquo modo superiores vorticilli *aa* planetam ad S propellant sive excessu vis centri-

fugæ

fugæ communis, five peculiaris; planeta debet motu perpetuo accelerato aut ad axem, aut ad centrum magni vorticis deferri, quin quidpiam hunc lapfum P S impediat; nequit enim majorem vim centrifugam communem planeta habere, quam ftratum magni vorticis a quo trahitur; & femper urgetur ab exceffu vis centrifugæ fuperiorum vorticillorum *a a* fupra inferiores *r r*. Quare planetæ, & cometæ omnes juxta theoriam Cartefianam brevi in folem labi deberent.

III. Quoquo modo impulfus fiat, quo corpora cadunt, five a communi vi centrifuga oriatur, five a peculiari; corpora omnia labentia non ad vorticis centrum ferri deberent, fed ad axis punctum refpondens eorum diftantiæ a vorticis æquatore; in revolutione enim fphæræ fupra fuum axem ftrata omnia æquatori parallela circulos fuos peculiares defcribunt, quorum centra in axe funt; & vires centrifugæ femper centripetis funt e diametro oppofitæ. Ita lapis libere cadens in latitudine graduum 43 dirigi deberet non ad terræ centrum, fed ad punctum axis terreftris æque, & a terræ centro, & a proximo polo diftans.

Experientia theoriæ confentit. Si enim celeriter circa axem globus vitreus convertatur aqua plenus, cui commixtæ fint aliquot olei guttæ, ceræ frufta, aut aliud corpus aqua levius; in globi revolutione aqua exceffu fuæ vis centrifugæ ad peripheriam ubique fertur, & leviora corpora ad defcenfum cogit non ad globi centrum, fed ad axem in ea latitudine, quam ante lapfum obtinebant. Fruftra enim hypothefes & ratiocinia confinguntur, ut quæ experientiæ funt oppofita ftatuantur. Globus, de quo agimus, Cartefianum machinamentum fatis exhibet; atqui in hoc globo corpora minore vi centrifuga donata non ad centrum feruntur, fed ad diverfa axis puncta; ergo id ipfum corporibus continget a telluris vortice delatis, puta

lapi-

lapidi e tecto labenti. Hic itaque in Gallia non ad terræ centrum tendere deberet, sed ad axis punctum ferme & a centro terræ, & a polo boreali æquæ distans: quod profecto phænomeno gravitatis terrestris contrarium est.

IV. Quoquo modo vorticum impulsus corpora ad descensum adigeret, corpora gravia gravitatem habere deberent non massis, sed superficiebus proportionalem: corpora enim a vorticibus propulsa eo majorem impulsuum numerum subire debent, quo majorem superficiem vi communi, aut peculiari centrifugæ vorticum impellentium obiiciunt. Atqui gravitas non superficiebus, sed massis proportionalis est; ergo gravitatis causa non est vorticum impulsus.

V. Quoquo modo vorticum impulsus corpora ad descensum adigat, corpora motum accelerare non deberent juxta numeros impares (366). Qua ratione enim motus acceleratur, eadem corpora ex parte subducit a vorticum impulsu, qui perpetuo debilior effectus minorem effectum parere debet quam qui a numeris imparibus exprimatur; effectus enim ab his numeris expressus vim acceleratricem constantem, & uniformem postulat. Ergo theoria vorticum gravitatis phænomenis non est conformis.

VI. Certum est, materiam ætheream Cartesianorum, si datur, & ipsam gravem esse, ut cetera corpora: ergo gravitatis causa non est hujus materiæ impulsus. Probo antecedens. In quavis vorticum hypothesi semper materiæ ætheréæ motus curvilineus tribuitur; atqui hoc probat in materia ætherea gravitatem ab impulsu non productam. Motus enim quivis curvilineus duo necessario postulat, vim projectilem, & vim centripetam, seu nisum in directione tangentis, & alium in directione radii. Ergo Deus initio temporum materiæ æthereæ, si datur, utrumque motum, alterum ab altero non pendentem, indidit; si enim initio materia

ria ætherea motum tantum projectilem per tangentem habuisset, motum in directione radii inflectere nequivisset. Atqui in natura res primigeniis causis perseverant, & primigenias leges perpetuo servant; quum ergo gravitatio in materia ætherea sine impulsu cœperit (nullus enim impulsus hoc primo, de quo agimus, anterior supponi potest); jam gravitatio in materia ætherea sine impulsu perseverat. Ergo hæc si datur, gravitatem habet, cujus causa quærenda est. Ergo nullo modo hypothesis Cartesiana corporum gravitatem explicat.

1437. OBJECTIO. Rationes allatæ ad ætheris Cartesiani gravitatem probandam solidæ non videntur. Cœperit enim motus projectilis materiæ ættereæ in cavitate sphærica, at elliptica: motus hic ab hac cavitate coercitus perpetuo inflectetur sine vi centrali ab impulsu non pendente. Atqui talem Cartesiani vorticum motum in pleno supponunt, in quo stratum quodvis a superiori strato coercetur: ergo vortices inflecti potuerunt sine propria gravitate.

RESPONSIO. I. In metaphysica ostendimus, mundum esse non posse extensione infinitum: extra mundi fines spatium esse increatum, & infinitum omni materia vacuum, in quo in infinitum nova materia locari potest (*Math.*442) Nulla ergo ultra postrema vorticum Cartesianorum strata cavitas est sphærica, aut elliptica, qua motus projectilis extremorum stratorum coerceatur.

Ergo juxta certas motus leges, qui natura lineam rectam affectat, & hanc re ipsa sequitur, nisi ab aliqua causa, aut ab aliquo obstaculo inflectatur (309); postrema strata, dein penultima, tum sequentia successive in infinitum moveri debent per lineam rectam, tangentem sequi, & per infinitum vacuum dispergi, nisi gravitate, aut vi centripeta perpetuo inflectantur, & circa commune vorti-

cis centrum coerceantur. Ergo solide demonstratum est, materiam æthercam, si datur, veram habere gravitatem ab impulsu non procedentem: sicuti habet flamma, fumus, aer, corpora omnia solida, liquida, fluida nobis nota. (243)

II. Etsi Cartesianis concederetur, nullum esse vacuum ultra extrema' vorticum strata, non propterea staret eorum hypothesis. Præter enim absurda ea omnia, quæ in illa jam deteximus, immanem affrictum machina hæc ubique pateretur. Quare ex hoc affrictu, & ex resistentia, quam cujusque vorticis extremum stratum perferret in cavitate illa sphærica, aut elliptica, & qua successive inferiora strata afficerentur, totus vortex magnam primigenii motus partem perpetuo amitteret, & cito iners fieret. Demonstratum est enim, motum in omnibus corporibus resistentia extingui (310). Hæc falsarum hypothesium conditio est, ut abyssum non evitent, quin in aliam incidant. *Incidit in Syllam cupiens vitare Charybdin.*

Radiatio Leibnitii.

1438. SENTENTIA III. Acer vorticum assertor celebris Leibnitius aperte novit, a vi quavis centrifuga vorticum gravitatem oriri non posse. Ut itaque gravitatem theoriæ vorticum conciliaret, ætheri Cartesiano (ejus motu revolutionis communis, & peculiaris perseverante) *novum motum* tribuit, nisum scilicet a vorticis centro ad peripheriam.

Ex hoc novo motu, quem Leibnitius *radiationem* vocat, Vilmontius ab *ebullitione* totius vorticis oriri vult, uterque corporum gravitatem inferre contendit; si enim utrumque audias, nequeunt vorticilli undequaque a magni vor-

vorticis centro ad peripheriam tendere per innumeros radios, quin corpora obvia ad commune vorticis centrum propellant.

CONFUTATIO, I. *Radiatio* hæc, & *ebullitio* hypothesim vorticum efficit compositam magis, ac complicatam, adeoque minus semper admittendam. (*Fig.* 53)

II. Patet, radiationem hanc magna ex parte confutatæ jam Gassendi hypothesi similem esse. Si quid ipsa efficere posset, corpora potius ad vorticis peripheriam, quam ad centrum propelleret. (1434)

III. Hujusmodi vortex esset veluti fluidum undequaque conclusum, & undequaque a centro ad peripheriam impulsum. Atqui hoc fluidum, ut illustris Joannes Bernullius ostendit, juxta leges æquilibrii ubique quiescere debet: ergo corpus illi innatans undequaque æqualiter pressum quiescere & ipsum debet, nec ullam ad centrum fluidi gravitationem habere. Ergo nullo modo gravitas corporum a vorticum impulsu oriri potest, quoquo modo hos vortices agi fingatur.

Attractio Neutoni.

1439. SENTENTIA IV. Per Neutonum gravitas corporum est effectus generalis attractionis legis in ratione directa massarum, & duplicata inversa distantiarum sive in vacuo, sive extra vacuum; & gravitas cuique omnino materiæ propria est; quævis enim materia subest actioni corporis illam trahentis vi, quæ semper & ubique est productum suæ massæ divisum per quadratum distantæ a corpore attracto, quæcumque corporis attracti massa, & natura sit. (1418)

PROPOSITIO.

1440. *Gravitas corporum est effectus non impulsionis, sed attractionis.*

DEMONSTRATIO. Patet, gravitatem esse effectum generalem in natura, in qua corpora omnia ad quædam centra gravitare videmus. Porro hic effectus a generali causa produci debet. Atqui duæ generales causæ in natura sunt impulsio, & attractio; ab alterutra igitur produci debet, nisi ab ambabus simul producatur.

I. Certum est corporum gravitatem ab impulsione non produci; primo, quia gravitas in planetis est, & agit, ut & in cometis, in vacuo, ubi nihil materiæ impellentis est, & ubi gravitas a nulla causa impellente produci potest (1399): deinde quia in quavis impulsionis hypothesi nunquam gravitas, ut in natura existit, ab earum ulla progigni potest. (1436)

II. Certum est, gravitatem esse omnibus omnino corporibus, nullo excepto, nobis notis proprietatem communem (243). Certum quoque est corpora omnino omnia nobis nota invicem gravitare, lunam, & terrestria corpora in tellurem, cometas, & planetas primarios in solem, planetas secundarios in primarios, in spatiis quoque, ubi nulla materia est apta illis impulsionem, & gravitatem indere. Certum est, materiam omnium, quæ excogitari potuerint, tenuissimam gravitatem propriam habere, qua perpetuo, si datur, motus ejus inflectitur (1436, 1437). Ergo gravitas, saltem in nostro mundo planetario, est proprietas corporibus omnibus communis.

III. At vero, si hujus proprietatis phænomena theoriæ impulsionis conciliari nequeunt (1436);

(1436); æque certum est, gravitatis phænomena, ut ubique apparent, optime theoriæ mutuæ attractionis congruere; data siquidem mutuæ attractionis lege in directa ratione massarum, & duplicata inversa distantiarum in omnibus mundi nostri planetarii corporibus (1416), ex hac lege sequentur omnia gravitatis phænomena ut ab experientia, & observatione exhibentur. Exempli causa,

Primo ex hac lege sequitur, in corpora omnia *globum terrestrem* componentia, seu ad illum prope, aut procul pertinentia ad ejus centrum gravitare debere (1419): si tellus non sit perfecte sphærica, gravitationem ubique ad ipsum centrum tendere non debere (1420): gravitationem corporis remotioris a centro telluris minorem esse debere gravitatione propioris (251): gravitationem vero ubique, & semper esse in duplicata ratione inversa distantiarum (1272): in eodem spatio vacuo, & non resistente plumam, & plumbum eadem velocitate ad terræ centrum tendere debere (245), quum utrumque corpus ab eadem vi acceleratrice, telluris scilicet attractione, moveatur (1415): ex hac vi corpora in vacuo motum accelerare debere juxta numeros impares (366), modo spatia non admodum longa sint: si vero descensus fieret in longissimo spatio, & diutius perduraret, motum acceleratum auctum iri in majori ratione, quam quæ est numerorum imparium; tunc enim vis acceleratrix non esset amplius ad sensum uniformis, & augeretur respectu corporis attracti.

Ex hac lege deinde requiritur, tellurem in lunam, atque hanc in illam mutuo gravitare debere (1411): Saturni, & Jovis satellites in suum planetam primarium: hunc in solem, ut luna in tellurem: planetas duos propinquos, puta Saturnum, & Jovem, in conjunctione alterum in alterum agere debere, & curvæ suæ,

ac motus ordinem perturbare, ut re ipsa contingit (1445): in planetis magis a sole remotis gravitationem in illum minorem esse, quam in piopinquioribus; & gravitates respectivas semper, & ubique esse debere, ut re ipsa sunt, in duplicata inversa ratione distantiarum (1273): in cometis, qui modo soli proximi sunt, modo ab illo remotissimi, gravitatem fore maxime variam, ut esse re ipsa constat: atque alia hujusmodi.

IV. Cuinam persuades, tantam, tamque constantem, & universalem phænomenorum gravitatis cum universalis attractionis lege concordiam haberi posse, quin ex hac lege illa descendant? cuinam contra persuadeas, phænomena ista posse adeo theoriæ impulsionis opponi, & adhuc esse ejus effectus? Certum ergo, ac demonstratum est ex ipsis phænomenis, gravitatis corporum causam esse non impulsionem, quoquo modo illa confingatur, sed universalem, & mutuam attractionem in ratione directa massarum, & duplicata inversa distantiarum. Q. E. D.

CA-

CAPUT SECUNDUM.

MOTUS CURVILINEUS PLANETARUM, ET COMETARUM.

PROPOSITIO I.

1441. *Phænomena omnia motus curvilinei planetarum, & cometarum a mutua illorum, & ſolis attractionis generali lege deſcendunt.*

EXPLICATIO. Ante Neutonum Keplerus obſervatione deprehenderat, planetas omnes primarios cieri a vi centrifuga ſemper, & ubique in duplicata inverſa ratione diſtantiæ a ſole; atque vim hanc modo majorem, modo minorem in quovis planeta modo magis, modo minus motum projectilem in quovis orbitæ puncto inflectere. Hoc Kepleri inventum totius aſtronomiæ baſis eſt.

Neutonus vis hujus centralis cauſam in natura inveſtigavit, quæ vis perpetuo variabilis ſemper eſt in duplicata inverſa ratione diſtantiæ a ſole; poſtquam vero oſtendit, cauſam hanc impulſionem eſſe non poſſe, oſtendit vis hujus centralis cauſam phyſicam eſſe mutuam, & univerſalem corporum omnium attractionem tum in vacuo, tum extra vacuum.

Obſervavit Neutonus, ex eadem lege virium centralium in ratione duplicata inverſa diſtantiarum inflecti motum projectilem planetarum ſecundariorum circa primarios, & cometarum circa ſolem; oſtenditque vis hujus in cometis cauſam phyſicam eſſe activam ſolis attractionem in planetis vero ſecundariis activam primarii attractionem.

Ostendit deinde Neutonus, data lege mutua inter omnia naturæ corpora attractionis in ratione directa massarum, & duplicata inversa distantiarum (1412, 1416), omnia in cælo visum iri phænomena, quæ re ipsa observamus, & iis omnibus conditionibus convestita, eademque consectaria deduci, easdemque anomalias haberi debere, quæ observatione deteguntur. Porro observationes astronomicæ post Neutonum toto orbe habitæ summi hujus viri theoriam naturæ ipsius theoriam esse comprobarunt.

DEMONSTRATIO. Data lege mutuæ, & universalis attractionis in ratione directa massarum, & duplicata inversa distantiarum, sequentia phænomena descendunt, quæ sunt ipsa Kepleri theoria a Neutono explicata, ab omnibus astronomis jam admissa, & accuratissimis observationibus prorsus confirmata.

I. Planetæ, & cometæ in curva circa quædam centra movebuntur: eorum enim motus projectilis per tangentem perpetuo a vi centrali inflectetur ab activa corporis illos attrahentis attractione orta; exempli gratia, immanis solis massæ, cujus volumen est ferme decies centies millies tellure majus.

II. Planetæ, & cometæ curvas describent inæqualiter excentricas quaquaversum; juxta diversam virium projectilis, & centralis compositionem eo instante, quo in vacuo eorum revolutio cœpit (1285).

III. Curva cujusque planetæ, aut cometæ semper, saltem diuturno tempore, per eadem cæli puncta describetur: motus enim projectilis astri etsi perpetuo ad centrum a vi attractiva centri huju sinflexus nihil habet, quo a primitivo sui motus plano removeatur (1266).

IV. Radius planetæ, aut cometæ vector semper æqualibus temporibus æquales areas, & inæqualibus temporibus areas his proportionales describet; astrum enim semper agitur a vi cen-

centrali his effectibus producendis opportuna (1279).

V. Motus ejusdem planetæ, aut cometæ in sua curva elliptica alternis accelerabitur, & retardabitur pro diversa a centro attrahente distantia (1275): ejus velocitas absoluta semper inversam radii vectoris rationem sequetur (1281): ejus vero velocitas angularis erit in ratione duplicata inversa radiorum vectorum (1282).

VI. Axis cujusque planetæ, circa quem rotatur, semper, saltem tempore maxime diuturno, sibi ad sensum parallelus permanebit; centrum enim, cui vis attractiva insidet, puta centrum solis, semper ad sensum æque distat ab extremis axis planetæ, nec majorem in alterutrum extremum vim exercet in periodica planetæ circa axem rotatione (1327, I.).

Poterit tamen axis tandem sensibiliter inflecti; at hoc fiet aut a solis, aut a proximi planetæ attractione: sicuti contingit & in axe lunæ, qui exiguam librationem habet; & in axe telluris, cui ex æquatoris intumescentia oritur motus revolutionis conicæ circa polos eclipticæ (1328).

VII. Velocitates mediæ planetarum erunt in ratione subduplicata inversa distantiarum mediarum a centro attractionis (1303): quadrata temporum periodicorum erunt in triplicata ratione distantiarum mediarum ab hoc ipso attractionis centro; unde in ipsis oritur vis centralis semper, & ubique in ratione duplicata inversa radii vectoris, seu distantiæ a suo attractionis, & gravitationis centro; atque ita de reliquis in universa Kepleri theoria. Q. E. D.

PROPOSITIO II.

1442. *Anomaliæ motus lunæ, revolutio retrograda æquatoris terrestris, motus inæqualitates Saturni, & Jovis, exigua solis revolutio circa centrum parum a suo centro distans ab unica universali attractione procedunt.*

1443. EXPLICATIO I. Observatione constat, lunam circa tellurem orbitam describere ellipticam AMBNA, *ambna* (*Fig.* 14): orbitam hanc modo aliquanto magis, modo minus esse ad eclipticæ planum MRN, PXY inclinatam: eam aliquantum modo extendi, modo constringi: orbitæ hujus absides, seu puncta magis a centro distantia motum habere revolutionis periodicæ ab occidente in orientem in consequentia signorum: nodos M, N hujus orbitæ motum habere revolutionis periodicæ ab oriente in occidentem in antecedentia signorum. Porro phænomena hæc omnia a mutua attractionis lege inter tellurem, & solem descendunt. Ab activa enim telluris, & solis in lunam attractione oritur vis composita, quam *perturbatricem* nuncupavimus, & a qua anomaliæ omnes procedunt, quæ in luna conspiciuntur (1235). Exempli causa:

I. *Attractio activa solis perpetuo lunæ velocitatem, seu motum projectilem interturbare debet*; vis hæc enim illum imminuit in primo, & tertio suæ revolutionis quadrante, auget in secundo, & quarto (1237, III.).

II. *Attractio activa solis perpetuo lunæ gravitationem, seu vim centralem in tellurem perturbare debet*; vis hæc enim solis gravitatem hanc auget parte ferme $\frac{1}{178}$ in quadraturis, imminuit ferme $\frac{1}{89}$ in syzigiis: eam diutius imminuit, quam augeat (1237, II, VII.).

III. *Attractio activa solis lunæ nodos retrogrados reddere debet*; quo magis enim luna ab ecli-

eclipticæ plano, in quo ſemper ſol eſt, recedit; hujus vis attractiva gravitatem in luna ad ſolem efficit, qua ejus motus projectilis ad eclipticæ planum inflecti debet, eaque in eclipticæ punctum magis occidentale transferri in tranſitu a nodo ad alium, ut alibi explicavimus (1239).

IV. *Attractio activa ſolis revolutionem directam parere debet in linea abſidum, ſeu in axe primo orbitæ lunaris*. Si enim ſol in lunam non amplius ageret, lunæ gravitas, ſeu vis centralis in tellurem a nulla cauſa perturbata ipſam duplicatam inverſam diſtantiarum rationem in tota orbita ſequeretur juxta Kepleri legem, & juxta communem omnium corporum curvas in ſe redeuntes deſcribentium legem; tunc vero in punctis omnibus a telluris centro æque diſtantibus vis hæc centralis motum lunæ projectilem æqualiter inflecteret; atque hic motus ſemper in tota orbita æque inflexus curvam ſemper conſtantem AMBNA deſcriberet, cujus axis primus ATB ſemper eadem cæli puncta reſpiceret (*Fig.* 14).

At actio attractiva ſolis lunæ gravitatem, ſeu vim centralem auget in quadraturis, minuit in ſyzigiis: minus auget in quadraturis, quam minuat in ſyzigiis (1237): quare, penſatis penſandis, vis centralis lunæ in tellurem in quavis integra revolutione minuitur. Itaque (*Fig.* 55.):

Poſita tellure in S foco orbitæ lunaris LAML: ſuppoſito quoque, poſtremum apogeum contigiſſe in M: dum luna a perigeo ad novum apogeum tranſit, ejus motus projectilis minore vi inflectitur, quam quæ ſit in duplicata inverſa ratione diſtantiarum. Motus hic projectilis minus inflexus minus a tangente ſingulis inſtantibus recedit; hinc patet ſerius, & remotius, & in puncto magis orientali *m* ad eum inflexionis gradum pertingere debere, qui an-

gulum rectum cum radio vectore efficiat. Atqui unicus anguli recti *m* locus est lunæ apogeum: ergo hoc perpetuo magis orientale fieri debet, & motum habere in consequentia signorum P Q R T V X P. Quare si axis primus lunæ modo sit L S M, hic in sequenti revolutione erit *r S m*, ut alibi exposuimus (1241).

1444. EXPLICATIO II. Observatione constat, totum firmamentum re, aut specie moveri ab occidente in orientem in consequentia signorum circa polos eclipticæ annis 25740 (1131). Theoria veri mundi systematis constat, motum hunc firmamenti tantum apparentem esse; atque oriri a vero telluris motu ab oriente in occidentem in antecedentia signorum circa terrestrem axem axi eclipticæ parallelum (1327).

Motus hujus telluris retrogradi causæ physicæ sunt & attractio solis in extantem armillam æquatoris terrestris eclipticæ plano obliqui: & attractio lunæ in eandem armillam, quæ quoque plano orbitæ lunaris obliqua est; ut alibi explicavimus (1329).

A duplici hac solis, & lunæ attractione in partem extantem terrestris æquatoris oritur in tellure motus retrogradus partium suarum omnium circa axem terrestrem axi eclipticæ parallelum; atque ex hoc telluris motu retrogrado exurgit motus apparens directione opposita in toto firmamento, & phænomenon præcessionis æquinoctiorum.

1445. EXPLICATIO III. Observatione constat, planetarum orbitas ad sensum fixas esse, & immobiles, & earum aphelia eadem cæli puncta diuturno tempore respicere: hæc tamen aphelia in planetarum orbitis inter solem & Saturnum sitis exiguum motum habere in consequentia signorum, qui post quemdam revolutionum numerum fit sensibilis: lentum hunc

aphe-

apheliorum progressum majorem esse in Jove quum in conjunctione est cum Saturno, minorem quum est in oppositione. Hæc quoque phænomena a generali mutuæ attractionis lege descendunt omnium corporum mundi nostri planetarii, atque illam summa certitudine confirmant.

I. Orbitæ planetarum in principiis Neutonianis esse debent, ut re ipsa sunt, diuturno tempore fixæ, & immobiles ad sensum. Quivis enim planeta ab aphelio ad perihelium transiens semper eandem semitam percurrere, semper eandem curvam describere, aphelia, & perihelia in iisdem cæli punctis habere debet; si in punctis omnibus ab aphelio æque distantibus exempli gratia, agatur semper & ab eadem vi projectili per tangentem tendente, & ab eadem vi centrali, qua per radium trahatur. Atqui in quovis puncto ab aphelio utrinque æque distante quivis planeta sive ascendens, sive descendens & ab eadem vi projectili agitur, & ab eadem vi centrali a solis attractione orta; neque ulla alia causa in ipsum in cælorum vacuo agere potest. Ergo motus ejus projectilis, & centralis a nulla extranea causa turbatus illum semper per eandem semitam, & per eandem curvam vehet; nec ulla mutatio diuturno tempore percipietur.

II. Planetarum inter solem, & Saturnum positorum aphelia debent tamen exiguum motum directum habere in consequentia signorum, qui post plurimas revolutiones sensibilis fieri poterit. Mutua enim omnium corporum attractione, dum tellus Jovi, & soli interjacet, hinc a sole, illinc a Jove attrahi debet: unde ejus in solem gravitatio paululum imminuitur: idem dicas de ceteris planetis. Quare, etsi attractio activa solis sit cujusque solitarii planetæ, imo & omnium simul attractione multo major; hæc tamen mutua planetarum inter se activa attra-

ctio

ctio aliquid potest; semper enim est productum massæ divisum per quadratum distantiæ a corpore attracto. Ergo hæc activa planetarum attractio verum effectum parere debet: hic vero est lentus apheliotum, & periheliorum progressus; ut explicare pergimus (*Fig.* 55.).

Sit sol S Jupiter A: Saturnus B in conjunctione cum Jove, & ambo sint a sole visi. M aphelium præcedens Jovis: N aphelium præcedens Saturni. Ex demonstrata attractionis theoria Jupiter in R a Saturno attrahitur; & hæc Saturni in Jovem attractio Jovis in solem gravitationem minuit: & hæc attractio Jovis in Saturnum Saturni in solem gravitationem auget. Ex mutua hac attractione Saturnus infra orbitam suam B N descendere debet; Jupiter supra suam A M attolli. Siquidem,

Primo, si vis centralis Jovis nihil a Saturni actione mutaretur, Jupiter arcum A M percurreret, nec a sua curva recederet: ejus motus projectilis inflexionem in M habuisset, ut in præcedente revolutione, quæ angulum cum radio vectore rectum efficit: esset ergo in aphelio; & hoc aphelium M e sole visum ad V referretur. At quum vis centralis Jovis ab attractione Saturni superius, & prope illum positi imminuatur, motus projectilis Jovis minus perpetuo inflectitur a vi centrali debilitata; motus hic vero projectilis diuturnior esse debet plures attractiones subire, arcum majorem percurrere ut eam inflexionem obtineat, quæ angulum rectum, & aphelium in *m* efficiet: hoc aphelium *m*, quod semper punctum est, ad quod motus projectilis radio vectori maximo perpendicularis est, a sole visum referretur ad X in cæli puncto magis orientali, & magis producto in consequentia signorum P Q R T V X P.

Facile intelliges, similes effectus produci debere a Jove in Marte, ab ambobus in tellure, ab hac in Venere, & ab hac in Mercurio, pro-

progressionem scilicet directam magis minusque lentam in apheliis, adeoque & in orbitarum apheliis.

Deinde opposita ratione Saturnus non arcum B N, sed tantum arcum B *n* percurret, ut ad suum aphelium *n* perveniat, quod videbitur in T. Hoc ideo est, quia motus projectilis Saturni, qui semper majore vi inflectitur a conjuncta actione solis, & Jovis, minori tempore indiget, ac paucioribus attractibus, ut inflexionem obtineat, qua habebitur & apheliam, & angulus rectus cum radio vectore in *n*: quare ejus aphelium non progredietur, ut, in Jove, sed regredietur.

Si posito Jove in A Saturnus esset in D, eorum mutua attractio imminuta in ratione duplicata inversa distantiæ nimis infirma esset ad perturbationem in illis faciendam ab astronomis abservatam, & a nobis explicatam.

1446. OBJECTIO. Quoniam ex Jovis attractione Saturni aphelium regreditur, eadem ratione telluris attractio Martis aphelium retrogradum redderet, & Mercurii attractio aphelium Veneris. Ergo, remotiorum planetarum attractione a propinquiorum attractione æquilibrata, aphelia eorum immota esse deberent.

RESPONSIO. Si omnes activæ planetarum attractiones æquales essent, earum actiones invicem eliderentur, nec expositos apheliorum lentos progressus parerent. At inæquales sunt; sunt enim productum duarum massarum inæqualium per quadratum duarum æqualium distantiarum divisum (1418): memoratum ergo effectum re ipsa parere debent. Exempli causa: Jupiter major magis Saturnum attrahit, quam ab illo minore trahatur: Mars magis a Jove trahitur, quam trahatur a tellure multo minore: tellus magis a Jove, & a Marte trahitur, quam a Venere, & Mercurio: Venus magis a tellure, quam a Mercurio. Hinc lentus aphe-

lio-

liorum, & periheliorum progressus, qui tandem in planetis soli, & Saturno interpositis post multas periodicas revolutiones sensilis fit.

1447. EXPLICATIO IV. Posita mutua attractionis lege inter omnia corpora mundi nostri planetarii, *planetæ ad se solem attrahere debent*, sicuti sol illos ad se trahit. Hinc motus revolutionis centri solis circa aliud centrum, seu alium focum non multo ab astri centro remotum.

I. Quum sol immensum tellure major sit, & multo major planetis omnibus simul sumptis (1190), ejus vis attractiva in planetas massæ attrahenti proportionalis multo ac multo major est vi attractiva planetarum in solem; adeoque vis planetarum dum circa solem convertuntur non nisi minimum a suo centro hoc astrum removere potest.

II. Ex Neutoni supputatione, etsi planetæ omnes essent in recta per eorum centra ad solis centrum ducta, vires eorum omnes attractivæ simul collectæ solem non traherent quantitate æquali uni ejus semidiametro leucarum ferme 150000 (1190). Verum quum planetæ in eorum revolutione fere semper in cæli punctis omnino diversis sint, alter in ariete, alter in libra, alter in cancro, alter in capricorno; atque ita de ceteris; patet eorum vim in solem fere semper mutuo elidi; adeoque multo minus solem removere posse a foco, circa quem exiguam suam revolutionem periodicam perficit (*Fig.* 4, & 30).

III. Quum planetæ omnes procedant ab occidente in orientem in consequentia signorum, & eorum attractio in solem eorum motum necessario sequatur; centrum hoc solis, ad quod omnes planetarum attractiones concurrunt, revolutionem facere, & curvam describere probabiliter debet admodum irregularem ab occidente in orientem in consequentia signorum.

CA-

CAPUT TERTIUM.

MARIS ÆSTUS.

1448. DEFINITIO. Maris *æstus* est alterna maris elevatio, & depressio in eodem loco per horas sex. *Affluxus* dicitur aquarum elevatio, *refluxus* depressio. Exempli causa (*Fig.* 56),

Sit A B C D R globus terraqueus: B, & D scopuli duo ad mediam maris altitudinem elevati, & invicem distantes gradibus 180: L luna in scopulorum B, D meridiano, quos aut sub æquatore, aut non procul in amplo mari sitos supponemus.

Tribus ferme horis postquam luna per scopulorum B, D meridianum transiit ab oriente in occidentem procedens, sive ab L in N; aquæ maris assurgent ad pedes quinque, aut sex supra scopulos B, D. Sex ferme horis postquam ita aquæ elevatæ sunt (malaciam in mari supponimus), sive horis novem post lunæ transitum per meridianum loci B, aquæ maris placidi descendent pedibus quinque, aut sex infra scopulos B, & D. Sex ferme horis post hunc descensum aquarum, sive horis tribus post lunæ transitum per meridianum loci D, eædem aquæ iterum attollentur supra scopulos D, & B pedibus quinque, aut sex, ut iterum post sex horas æquali spatio infra eosdem scopulos descendant; atque ita porro post quemvis lunæ transitum per meridianum scopulorum B, & D.

Hic

Hic maris æstus, & alternus aquarum ascensus, & descensus a locis, ubi hoc phænomenon vehementius est, in maris altitudine diversitatem efficit sexta quoque hora pedum decem, aut duodecim: hinc mare attollitur veluti promontorium obliquum ad lunam vergens: & figuram induit ferme sphæroidis oblongi *a b c d a*, cujus magnus axis *d* T *b* semper lunæ N cursum sequitur in diurna, & apparente ejus revolutione L N ab oriente in occidentem, sive in vera N L K ab occidente in orientem.

Præcipua æstus maris causa.

1449. OBSERVATIO. Maris æstus ita lunæ motui connexus est, ut philosophi omnes semper illum lunæ effectum esse censuerint. Quare certum est, lunæ actione in tellurem maris æstum produci, non minus, ac certum sit, ab athmosphæræ pressione mercurii suspensionem in tubis effici; maris enim æstus non minus lunæ, actioni & motui adnexus est, ac mercurii suspensio in tubis aeris actioni adnexa sit, cujus variationes in suis elevationibus, & depressionibus omnino sequitur (738).

Et sane *maris æstus*, sive ejus alterna elevatio, & depressio in eodem loco eo major est, quo luna telluri propinquior est; eo minor, quo luna remotior est. Serius quotidie contingit in eodem loco, quanto serius contingit lunæ transitus per loci meridianum, minutis scilicet ferme 50; & semper tribus horis post hunc lunæ transitum summus æstus contingit. Quare diei lunaris decursu, qui die naturali, aut solari longior est minutis ferme 50, aquæ maris alternatim bis ubique terrarum attolluntur, & deprimuntur, demptis polorum viciniis,

& ul-

& ultra utriusque latitudinis gradus 65, ubi æstus insensilis est, & actio lunæ nulla esse debet, ut quamprimum ostendemus. Quare certum est, *lunam esse præcipuam maris æstus causam*. Quamobrem tantum qua ratione hæc actio fiat superest definiendum.

Per Cartesianos luna hoc phænomenon *pressione* in pleno efficit: per Neutonum luna, & sol phænomenon *attractione* in vacuo efficiunt, ita tamen, ut luna ejus causa præcipua sit. Post confutatam jam vorticum, & pleni fabulam, reliquum est, ut ostendamus quam facile Neutonus a suis principiis omnes hujus phænomeni proprietates, & anomalias deducat. Lunæ vis attractive aquarum maris rem efficit; actio attractiva solis lunæ actioni conjuncta rem auget, aut minuit, & præcipuas anomalias parit.

Lunariis influxus origo, & fabula.

1450. OBSERVATIO. Valde verosimile est, ex hac vera, & sensibili lunæ actione in mare, quæcumque ejus causa, & natura sit, ortam esse antiquam, & absonam opinionem lunæ influxuum salutarium, aut noxiorum in res omnes animales, aut vegetabiles orbis nostri. Lunam viderunt certo in aquas maris agere modo fortius, modo lenius; hæc vero actio dari cognita, natura ignota, & physico agendi modo, opinionem in vulgus credulum, semper parum philosophum, & semper vana prejudicia mordicus tenere paratum, invexit, lunam re ipsa physice modo nocendo, modo juvando influere pro diversis ejus aspectibus in universam orbis nostri animalem, & vegetabilem, fortasse etiam moralem œconomiam.

I. Experimenta pluribus in locis habita postre-

ſtremis his ſæculis de lunæ influxibus tandem homines non hebeti ingenio donatos certos effecerunt, planetæ hujus actionem in tellurem nihil influere in celeriorem germinum explicationem, in promptiorem plantarum vegetationem, in lignorum ſectionem, in animantium vitam, in inanimatorum conſervationem. Compertum eſt, ſemina, quæ dato anni tempore in dato climate terræ committenda ſunt, puta vere, æque germinare, modo opportuno tempore, & apto ſolo ſerantur, tum in utraque ſyzigia, tum in utraque quadratura: luna ſiquidem tempore verno phaſes has omnes diverſis annis habet. Innotuit, lignorum ſectionem nihil a luna pendere: lignum, quod in data regione dato tempore cædendum eſt, æque probatum inveniri, ſive cæſum fuerit in alterutra ſyzigia, ſive in alterutra quadratura, modo cæſum fuerit opportuno anni tempore, quo omnes lunæ phaſes diverſis annis habentur. Idem dicas de aliis omnibus effectibus, qui populari præjudicio lunæ phaſibus tribuuntur. Experientia docuit, effectus hos omnes, nullo excepto, fabuloſos eſſe; nec a lunæ actione magis, quam a cometis, aut planetis ceteris phyſicum, & moralem rerum ordinem in tellure mutari (1203).

II. Phyſica ſemper hiſce obſervationibus optime conſentit; docet enim, lunæ actionem in tellurem, ſive preſſione, ſive attractione fiat, tantum aliquam exiguam varietatem parere in corporum gravitate ad telluris centrum, quæ profecto varietas nihil valetudinem, augmentum, aut interitum animantium, aut corporum inanimatorum viciſſitudines afficere poteſt. Hic unicus eſt lunæ influxus, quem præjudicia fabuloſa vi ditaverant, & quem ſana philoſophia tandem propriis limitibus circumſcripſit; nempe ſolam illi vim tribuens aquas maris ad lunæ orientem poſitas pedibus aliquot

at-

attollendi, ut explicare pergimus, postquam generalia, & peculiaria maris æstus phænomena exposuevimus.

Generalia maris æstus phænomena.

1451. OBSERVATIO I. Maris æstus phænomena exhibet propria cujusque telluris rotationis circa suum axem, cujusque lunæ circa tellurem revolutionis, & cujusque telluris circa solem revolutionis (*Fig.* 56).

I. Prima, seu *phænomena diurna*, hæc sunt: Horis 24, & minutis ferme 50 (quod tempus est intercedens inter transitum dati meridsani supra lunam, & reditum ejusdem meridiani supra lunam jam in consequentia signorum progressam) aquæ maris bis attolluntur, & deprimuntur in iisdem locis e diametro oppositis, puta B, & D; ita ut summa elevatio in B contingat tribus ferme horis post transitum lunæ per loci meridianum, & summa aquarum depressio in C contingat horis ferme novem post lunæ transitum per eundem meridianum.

Æstus matutinus dicitur qui contingit tribus horis post lunæ transitum per meridianum infra horizontem; & *vespertinus*, qui contingit tribus horis post lunæ transitum per meridianum supra horizontem. Æstus hi semper invicem distant horis ferme 12, & minutis 25: idem dicas de refluo maris æstu matutino, & vespertino.

II. Altera phænomena, *menstrua* scilicet, hæc sunt: ceteris paribus maris æstus major est, aquæ magis attolluntur, & deprimuntur in lunæ syzigiis, quam in quadraturis; ita tamen, ut majores æstus non contingant, nisi altero,

vel

vel tertio die post syzigias ; minores altero, vel tertio die post quadraturas.

III. Tertia phænomena, *annua* scilicet hæc sunt: ceteris paribus majores æstus contingunt in æquinoctiis, minores in solstitiis.

Horum phænomenorum varietates.

1452. OBSERVATIO II. Pluribus observationibus longa annorum serie habitis innotuit, allata phænomena periodicis variationibus obnoxia esse, quas noscere, & quarum causam indicare oportet. Itaque, ceteri paribus,

I. Majores æstus contingunt, luna existente in perigeo, quam in apogeo.

II. Adhuc majores æstus contingunt, luna existente in æquatore, quam in tropicis.

III. In syzigiis solstitii æstivi æstus diurnus major est, quam nocturnus: in syzigiis solstitii hyberni oppositum contingit.

IV. Ceteris paribus, maris æstus major est ad litora orientalia, quam ad occidentalia etiam in eadem latitudine; exempli causa, ad Brasiliæ, quam ad Peruviæ litora.

PROPOSITIO.

1453. *Omnia maris æstus phænomena, proprietates, anomaliæ a generali attractionis lege procedunt: eorumque causa est conjuncta lunæ, & solis actio in aquas maris.*

DEMONSTRATIO. Statuetur propositio, si ostendatur, nullum ex expositis phænomenis ex generali attractionis lege non descendere, sive omnia a lunæ, aut solis, aut utriusque simul actio-

actione in maris aquas effici. Atqui rem ita esse in sequentibus apparebit.

Ad rei claritatem primo solam lunæ attractionem, quæ præcipua phænomeni causa est, deinde solis actionem, quæ lunæ actioni conjuncta varietates efficit, expendemus.

PARAGRAPHUS PRIMUS.

ATTRACTIO LUNÆ.

1454. OBSERVATIO. Lunæ tantum attractione hic primum considerata, patet, quamlibet aquæ guttam sua summa mobilitate in immenso mari ita ferme a luna attrahi, ut luna ipsa, cum circa tellurem convertitur, a sole attrahitur, qui ejus velocitatem modo accelerat, modo retardat, modo ejus gravitatem ad terræ centrum auget, modo minuit. (1237)

Quare quælibet aquæ gutta solitaria considerari potest tamquam exigua luna libere in vacuo circa tellurem revoluta ab occidente in orientem horis 24 semper lunæ attractioni obnoxia. (*Fig.* 56)

Hæc aquæ gutta *a*, quælibet aquæ gutta *b*, vel *d* in sua diurna revolutione *a b c d a* circa tellurem T perpetuo lunæ L attractioni obsequetur, quæ ejus velocitatem modo accelerabit, & ejus gravitationem ad telluris centrum modo augebit, modo minuet; sicuti gutta quævis *a* e telluris centro visa erit cum luna L in sua orbita mobili aut in conjunctione, aut in quadratura. Exempli causa: posita luna in L, gutta *a* erit in conjunctione in *b*: post horas duodecim in oppositione in *d*: sex ferme horis post conjunctionem, & oppositionem in quadratura in *a*, & in *c*.

1455. PHÆNOMENON I. *Ex vi lunæ attractiva aquæ maris utrinque sub luna promontorii, aut sphæroidis oblongati instar attolli debent.* (*Fig.* 56)

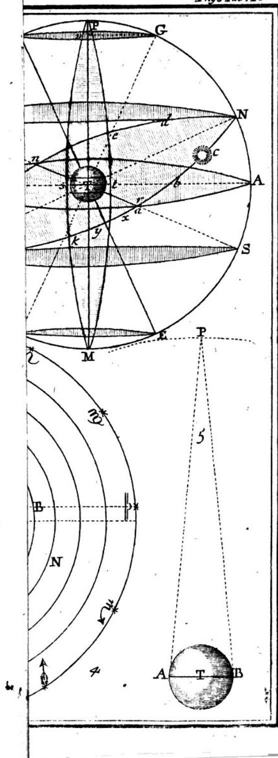
EXPLICATIO. Sit primo luna in L, tellus in T, utraque immobilis: in sequenti explicatione quid horum orbium motus efficiat, dignoscemus.

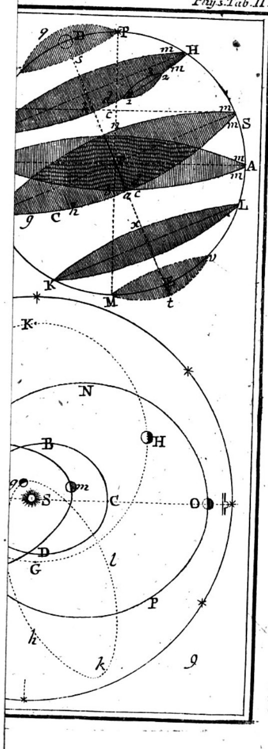
I. Patet, actionem attractivam lunæ semper in duplicata inversa ratione distantiarum fortius attrahere aquas B minus distantes, quam aquas A, & C magis remotas. Patet, aquas A, & C positas ad graduum 90 distantiam BA, & BC ab immediate lunæ subjectis, oblique ab illa attrahi debere, dum aquæ B directe attrahuntur. Actio hæc obliqua LA, vel LC in duas dividitur, quarum altera AL, vel CL earum gravitationem minuit ad centrum terræ; altera AT, vel CT earum gravitationem ad idem centrum auget; ut alibi de obliqua solis in orbitam lunarem actione agentes explicavimus. (1236)

Actio itaque attractiva lunæ in hemisphærium aqueum illi obversum tota insumitur, & tota sua vi in aquis B ad illam attollendis: unde earum gravitas, seu nisus ad terræ centrum T admodum minuitur. Eadem actio attractiva lunæ jam aliquanto in A, & C debilior, quam in B partim insumitur in minuenda, & partim in augenda aquarum A, & C gravitate: aquæ hæ A, & C igitur magis gravitant ad terræ centrum, quam aquæ B. Ergo ut persistat æquilibrium inter aquas B minus graves, & A, & C graviores, aquæ minus graves B magis attolli debent, & assurgere in *b*; aquæ vero graviores A, & C humiliores fieri debent in *a*, & *c*. (502, IV.

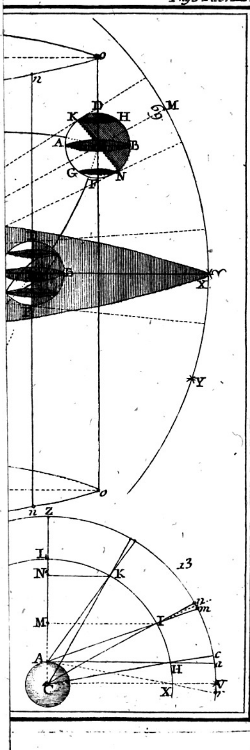
II. Idem contingere debet in hemisphærio aqueo ADC inferiore, & lunæ L opposito. Aquæ D magis a luna, quam terræ centrum

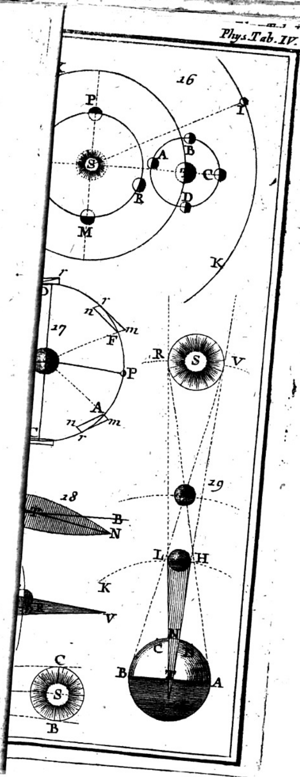
Tre-


P
G
N
d
e
n
c
A
T
t
b
r
a
x
k
y
S
E
M
P
5
B
N
4
A
T
B


P
H
S
A
L
K
M
C
N
H
B
S
C
O
D
G
P




o
n
D
K
H
M
A
B
G
F
N
G
X
Y
o
n
Z
L
N
K
23
n
m
M
I
A
c
a
H
C
X
V
r


16
P
S
A
B
T
C
D
R
M
I
K
17
r
n
m
F
P
A
28
B
N
V
R
S
V
29
L
H
K
N
C
B
A
C
S
B



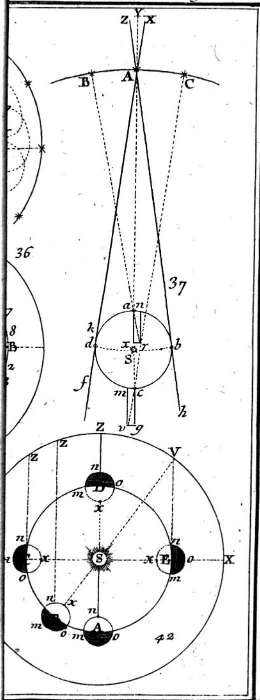
24

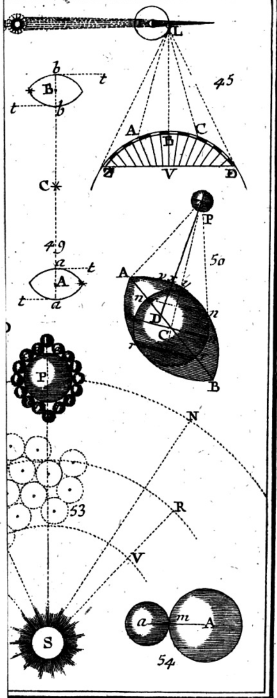
25

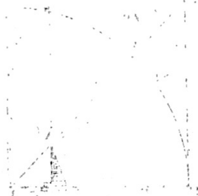
27

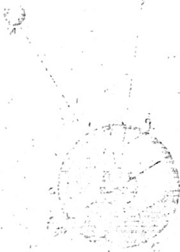
32




Z
Y
X
A
B
C
36
37
a
n
k
d
x
r
b
S
f
m
c
h
v
g
Z
Z
Z
V
n
o
m
D
x
n
n
x
S
x
E
o
X
o
m
n
x
m
o
m
A
o
42

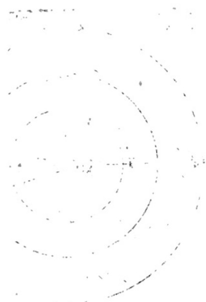

L
45
A
B
C
V
D
b
t
B
b
C
49
a
t
A
t
a
P
50
A
n
D
C
n
B
P
N
53
R
V
S
a
m
A
54



56

58





T remotae minori vi ad lunam attrahuntur, quam centrum T; haec vero minor attractio in aquis D fit in ipsis minor gravitas, seu nisus ad terrae centrum, quod magis illis ad lunam L accedit. Quare aquae D leviores, seu minus graves effectae aquis A, & C, & aquis G, & H cogentur attolli, & in majori altitudine T *d* persistere, ut aequilibrium inter omnes columnas aqueas TA, TG, T*d*, TH, TC habeatur. Hinc exurget promontorium aqueum *a d c* promontorio *a b c* oppositum.

III. Luna adhuc, & tellure omnino immobilibus suppositis; ex hac lunae attractione in aquas maxime mobiles inaequaliter distante, & directione varia sequitur, aquas immediate sub luna sitas in B, & D magis ceteris attolli debere: *aquas collaterales magis magisque deprimi debere usque ad gradum* 90 *a punctis* B, *&* D, ubi lunae actio est maxime obliqua aquis terram obtegentibus, quae e telluris centro conspici supponuntur.

Hic apparet, cur maria sub polis, aut prope polos sensibilem aestum non patiantur, & semper depressa sint. Semper enim respectu lunae, quae zodiacum non transgreditur, positionem obtinent aquarum *a*, & *c*, in qua luna L aquas deprimit dum illas elevat in *b*, & *d*.

1456. PHAENOMENON II. *Axis primus sphaeroidis, seu duplicis promontorii aquei dirigi debet non ad ipsam lunam, sed ferme gradibus 45 ad orientem luna ferme in plano sui circuli diurni.*

EXPLICATIO. Si tellus, & luna essent omnino immobiles, duplex promontorium aqueum *a b c d a* semper ad lunam, & ad locum illi oppositum dirigeretur; ut modo explicavimus: & axis primus spaeroidis aquei productus semper per telluris, & lunae centra transiret, & eadem

dem semper cæli puncta respiceret. At quum tellus, & luna re ipsa, ab occidente in orientem moveantur; patet, sphæroidem duplici hoc motu affici debere.

Ad majorem claritatem hic a motu annuo telluris, & lunæ circa solem præscindamus; & tantum telluris circa suum axem motum diurnum, & lunæ circa tellurem menstruum consideremus. Quum lunæ revolutio circa tellurem satis lenta sit diurnæ telluris circa axem revolutioni comparata, lunam ut immobilem in L die uno consideremus, dum tellus integram circa axem suum revolutionem complet directione A B C D A.

I. Quum tellus circa suum axem convertitur, loca B, & D duorum promontoriorum aqueorum transibunt a B in C, & a D in A horis sex successive magis magisque a lunæ meridiano LTO recedendo.

II. Aquæ *b*, & *d* sub luna intumescentes locorum, in quibus jacent, motum concipient: ergo horis sex nitentur ferri a *b* in *c*, a *d* in *a*. Verum ob maximam earum mobilitatem in immenso mari, in hoc transitu lunæ actioni obsequentur; & earum intumescentia minus a lunæ meridiano recedet, qui ad occidentem pergit, aut pergere videtur, quam loca ipsa, in quibus jacent.

Aquæ enim *bc*, lunæ instar a conjunctione ad quadraturam procedentis (1237, III.) a lunæ actione retardabuntur; & paululum ad lunam refluere cogentur, sub qua semper axis primus sphæroidis aquei sese statuere nititur. Hoc ipso tempore motus aquarum *a b*, quæ a secunda quadratura veniunt, est acceleratus. Pari ratione aquæ *d a* retardantur, & aquæ *c d* accelerantur.

III. Itaque inter conjunctionem B, & primam quadraturam C; inter oppositionem D, & se-

ſecundam quadraturam A duo dantur motus contrarii in aquis maris lunæ attractionem ſentientibus, eo ferme pacto, quo a luna ſolis attractionem ſentiri vidimus: hinc duo promontoria a lunæ attractione erecta admodum augeri debent ita, ut ſumma eorum altitudo fiat non ſub ipſa luna, ſed ferme in octantibus, ſeu gradibus 45 ad orientem meridiani, in quo luna eſt.

Quare quum luna motu ſuo diurno, & apparente eſt in L, ſumma aquarum elevatio eſt in R, & in G: quum luna horis tribus poſt jam tranſiit in N, ſumma elevatio eſt in *b*, & *d*: quum luna tribus aliis horis poſt tranſiit ſuper A, ſumma aquarum elevatio eſt in X, & H; atque ita deinceps. Promontorium aqueum igitur *b*, & *d* ſemper a lunæ meridiano gradibus ferme 45 ad orientem diſtans lunam perpetuo ſequitur, dum illa quotidie circa tellurem ab oriente in occidentem converti videtur.

Hic apparet qua ratione duplex promontorium aqueum *b*, & *d* quotidie circa tellurem ab oriente in occidentem converſum lunam ſequens altius extolli debeat ad litora orientem reſpicientia ad quæ motu directo, & nullo obſtaculo fertur, quam ad litora occidentem reſpicientia, ad quæ motu tantum fertur indirecto, & reflexo maria propinqua attollens & ſecus litora refluens.

IV. Si luna ſemper eſſet immobilis in N in eodem meridiano, duplex promontorium aqueum *b*, & *d* ſemper ad lunæ octantes directum diurnas ſuas revolutiones circa tellurem faceret ab oriente in occidentem eo ipſo tempore, quo tellus ſuas circa axem facit oppoſitas ab occidente in orientem; & duplex promontorium aqueum eſſet in B, & in D; in D, & in B bis horis 24.

At quum hoc temporis intervallo luna per-

petuo in sua orbita progrediatur ab occidente in orientem, ab N in M gradibus ferme 12; duplex hoc promontorium aqueum quotidie eo serius pervenire debet in B, & in D, quo serius luna ad utriusque meridianum appellit; minutis scilicet ferme 50 serius; quivis enim locus terrestris B duodecim ferme gradus percurrit directione BR minutis 50. Hinc diurna, & periodica æstus maris in eodem terrestri loco B, aut D in dies retardatio. (1451)



§. II.

ATTRACTIO SOLIS.

1457. OBSERVATIO. Quælibet aquæ gutta ob summam suam in immenso mari mobilitatem a sole attrahitur eo ferme pacto, quo luna in immenso vacuo a sole ipso attrahitur. Itaque sicuti actio attractiva solis in lunam dum circa tellurem convertitur, ejus motum in orbita modo accelerat, modo retardat, ejusque gravitationem in tellurem modo auget, modo minuit (1237); ita actio attractiva solis in quamvis aquæ guttam dum diurna revolutione circa tellurem convertitur, ejus motum circa tellurem modo accelerare debet, modo retardare, ejusque gravitationem ad terræ centrum modo augere, modo minuere. Hinc in sole vis attractiva modo cum vi attractiva lunæ in eandem fluidi partem conspirans, modo illi opposita.

I. *Etsi actio attractiva solis actione attractiva lunæ in tellurem maj r sit; adhuc tamen luna erit præcipua maris æstus causa.* Agitatio enim periodica aquarum maris in earum elevatione, & de-

& depressione, non a magnitudine virium procedit illas ad lunam, aut ad solem attrahentium; sed *ab inæqualitatibus, quas vires attractivæ subeunt* respectu positionis diversæ diversarum aquæ guttarum. Exempli gratia,

Si omnes telluris, & maris partes simul a viribus æqalibus, & parallelis traherentur directione qualibet, puta ad Syrium; motus hic communis nihil maris figuram mutaret; omnes enim terræ, & maris partes æqualiter, & uniformiter viribus attrahentibus obtemperarent, & eandem respectivam positionem inter se servarent in quovis puncto spatii, ad quod a viribus æqualibus, & parallelis deferrentur. Tunc itaque mare sphæricum esse perseveraret, si antea sphæricum fuisset.

Verum si harum virium aliæ parallelæ perseverent, aliæ obliquæ fiant; guttæ aqueæ *a viribus parallelis*, nec infirmatis attractæ magis a terræ centro recedent: guttæ *a viribus obliquis*, & debilitatis attractæ minus a terræ centro recedent; tunc vero mare figuram induet hinc oblongatam, illinc depressam.

II. Quæ quum ita sint, *aqua maris in duplex promontorium non assurgunt inter lunæ, & solis vires attractivas, nisi quia harum virium alia directe, alia oblique aquas attrahunt aut ad lunam, aut ad solem*. Atqui ob immensam solis a tellure distantiam diversæ directiones, quibus ipse aquæ guttas attrahit, parum a parallelismo recedunt; at directiones, quibus luna multo terræ proxima easdem guttas attrahit, multo, ac multo magis a parallelismo recedunt.

Itaque multo magna directionum diversitas in lunæ actionibus aquæ guttas attrahentibus magnam in earum ad lunam tendentia diversitatem parere debet: contra vero minima directionis diversitas in solis actionibus easdem a.

quæ guttas attrahentibus, minimam quoque in earum ad solem tendentia diversitatem pariet. Hinc multum agit luna, parum sol in maris æstu; qui unice procedit aut ab inæquali tendentia in lunam, aut ab inæquali guttarum maris tendentia in solem, quibus potior terrestris superficiei pars obtegitur. Ex hac theoria sequentia duo corollaria descendunt.

1454. COROLLARIUM I. *Luna, non obstante magna vi attractiva solis in tellurem, multo magis sole in maris æstum agere debet.*

EXPLICATIO. Aquæ maris in duplex promontorium assurgunt astrum versus, a quo attrahuntur, quia in hemisphærio ad astrum converso magis attrahuntur ipsæ, qam terræ centrum; in hæmispherio autem opposito minus, quam terræ centrum, attrahuntur.

Atqui quum telluris radius solis distantiæ comparatus ferme nullus sit, quum sit tantum hujus distantiæ $\frac{1}{20000}$ (1186); jam aquæ in hemisphærio soli obverso positæ non magis ipso terræ centro attrahi debent: & aquæ in opposito hemisphærio sitæ nihil fere minus ipso centro attrahi debent: hæ siquidem solis attractiones inter se sunt ut quadrata numerorum 20000 20000 − 1, 20000 + 1, quorum differentiæ minimæ sunt.

Contra vero quum telluris radius non levem ad lunæ distantiam rationem dicat, cum sit ejus pars sexagesima; jam luna aquas maris sibi subjectas fortius, quam terræ centrum attrahere debet; & hoc ipsum centrum fortius attrahere, quam aquas hemisphærii oppositi. Hæ siquidem lunæ attractiones sunt ut quadrata numerorum 60, 60 − 1, 60 + 1: numerorum vero quadrata, quorum differentia est unitas, eo magis differunt, quo numeri minores sunt: 2, & 3 quadrata sunt 4, & 9, qui plus di-
mi-

midio inter se differunt: 100, & 101 quadrata sunt 10000, & 10100, quæ parte ferme centesima tantum differunt.

Ergo luna in aquis ipsi hinc inde subjectis intumescentiam pariet, & depressionem in aquis, quæ e telluris centro visæ cum luna in quadratura sunt; hæc vero intumescentia, & depressio major erit, quam quæ in iisdem aquis a minus inæquali solis actione produceretur.

1459. COROLLARIUM II. *Actiones attractiva solis, & lunæ simul diversis modis composita varietates omnes periodicas parere debent, quæ in maris æstu contingunt.*

EXPLICATIO I. Quamvis actio solis in mare minor sit actione lunæ, nunquam tamen nulla, aut prorsus extincta est; semper igitur verum effectum pariet lunæ actioni, quæ præcipua est, favendo, aut obsistendo.

II. Ut rei veritatem ostendamus, præcipuas maris æstus proprietates (1452) expendemus; easque ex compositis solis & lunæ attractionibus procedere ostendemus.

1460. PHÆNOMENON III. *Æstus majores esse debent in luna syzigiis, quam in quadraturis.* (*Fig.* 56)

EXPLICATIO. In *syzigiis* luna N, vel P, & sol S, vel T eadem directione agunt, earumdem aquarum velocitatem, & gravitatem augent, vel minuunt (1457); simul concurrunt in maxima depressione producenda in *a*, & *c*; & maxima elevatione in *b*, & *d*.

At *in quadraturis*, quum sole existente in S luna est in I, aut in K, luna aquas elevat, quas sol deprimit; luna aquas retardat, quas sol accelerat. Itaque in syzigiis æstus duarum virium summæ, in quadraturis differantiæ est proportionalis.

1461. PHÆNOMENON IV. *Summus maris æstus tamen non continget in ipso syzigiarum die, sed altero, aut tertio die post.*

EXPLICATIO. Quum aqua inertia donata sit, motum illico non acquirit, aut amittit; quum ergo a quadratura ad conjunctionem magis magisque attolli cogatur: etiam post conjunctionem, ex his attractionibus aliquandiu elevabitur.

Exempli causa: si attractio lunæ N, & solis S illico cessaret; aquæ intumescentes, & in *b*, & *d* accumulatæ motu accelerato super depressiores aquas *a*, & *c* ferrentur. Illuc, veluti in confluentem fluvium aggregarentur, & cumulum efficerent, unde deprimerentur, & iterum ad B, & D pergerent, ut iterum vi semper decrescente refluerent ad A, & C; atque ita usque ad extinctum motum prosequerentur.

Ergo quamvis post syzigias minus quam in syzigiis solis, & lunæ vires conspirantes sint; aquæ ab ipsis simul agentibus magis magisque per dies septem, aut octo elevatæ, adhuc diebus aliquot attolli pergent ex iteratis, & aggregatis impressionibus, quas in transitu a quadraturis ad syzigias pertulerunt. Ergo maxima maris elevatio non ipso syzigiarum die continget, sed duobus, aut tribus post. Simili admodum ratione summum frigus in ipso hyemali solstitio non sentitur, sed aliquanto post; ut & maximus diei calor non habetur meridie, sed altera, aut tertia hora pomeridiana.

1462. NOTA. Eadem ratione minores maris æstus non contingunt ipso quadraturarum instante, sed duobus diebus post. Quare, sole existente in V, & luna in N, aut in P, minimus æstus habebitur in B, & D duobus ferme diebus postquam luna quadraturas ingressa fuerit. Minores æstus minus a quadraturis distant, quam majores a syzigiis; quum enim in his major, quam in illis aquarum agitatio sit, diutius hæ motum servant.

1463. PHÆNOMENON V. *Ceteris paribus major haberi debet maris æstus luna existente in perigeo, quam in apogeo.*

EX-

EXPLICATIO. Luna præcipua maris æstus causa est (1457); hæc vero causa eo majore vi pollet ad aquas attollendas, aut deprimendas ad earum motum accelerandum, aut retardandum, quo ipsis propinquior est (1416): hoc vero contingit quum luna est perigea.

1464. PHÆNOMENON VI. *Major esse debet maris æstus in syzigiis ad æquinoctia, quam ad solstitia* (*Fig.* 57).

EXPLICATIO. Duæ phænomeni causæ sunt seorsim expendendæ: postrema præcipua est.

Sit P S P axis mundi; X S L æquator cælestis: D tellus in solstitio hyberno: C tellus in solstitio æstivo: H L luna in syzigiis ad æquinoctium: R V eadem in syzigiis ad solstitium hybernum: M N eadem in syzigiis ad solstitium æstivum. Promontorium aqueum in diversis his terræ positionibus semper dirigitur ad astra illa duo, a quibus attollitur.

I. Prima phænomeni causa hæc est. In æquinoctiis quum tellus sit in T, duplex promontorium aqueum A B in syzigiis est in plano æquatoris terrestris, ubi aquæ sunt minus graves (251). Atqui quo minus aquæ gravitant, minus conspiranti solis, & lunæ attractioni resistent; adeoque magis utrinque ad hæc duo astra attolli debent.

Idem non continget, quum tellus solstitiorum tempore erit in C, aut in D; tunc enim sphæroides aqueus in syzigiis erit æquatori terrestri A B obliquus, & assurget in aquis telluris polis propinquioribus, adeoque gravioribus, magisque aptis conspiranti solis, & lunæ attractioni resistere, a qua minus attollentur, quam minus graves, minusque resistentes æquatoris terrestris A B aquæ attollerentur.

II. Altera, & præcipua phænomeni causa

hæc eſt. In ſyzigiis ſolſtitiorom ſol, & luna ad polos admodum declinant; & vis attractiva qua ſol, & luna aquas attollunt eo minor fit, quo magis ab æquatore recedit.

Evidens enim eſt, ut notat Neutonus, ſi ſol, & luna aut ſub eodem polo, aut ſub polis P eſſent, tunc axem *p* Z *p* ſphæroidis aquæ congruere debere axi revolutionum diurnarum; & ſectiones omnes A Z B, *a b a*, *m n m* ſphæroidis æquatori parallelas fore ſemper circulares, ubi nullus æſtus haberetur.

At ſi luna, & ſol a polo ad æquatorem X S H accedunt, ut ſiti ſunt, quum tellus eſt in T, vel in D, vel in C, jam alterni maris æſtus haberi incipient: in diurna ſiquidem telluris circa axem revolutione, eadem terreſtria puncta modo ſunt intra, modo extra prominentem ſphæroidis aquei portionem.

Quare ſicuti luna, & ſole ad polos ſitis nullus maris æſtus haberetur; haberi vero inciperet, & creſceret quo magis aſtra hæc a polis recederent; jam ſequitur, eo *majorem* fore maris æſtum, quo magis hæc aſtra a polis diſtabunt; quod contingit in æquinoctiorum ſyzigiis, quum tellus eſt in T; eo *minorem*, quo hæc aſtra polis propinquiora ſunt; quod contingit in ſyzigiis ſolſtitiorum, quum tellus in D, aut in C verſatur.

1465. PHÆNOMENON VII. *In ſyzigiis aequinoctiorum aeſtus matutinus in eadem regione veſpertino aequalis eſt* (*Fig.* 57).

EXPLICATIO. Poſita tellure in T, ſole in S, luna in L, aut in H, ſphæroides aqueus axem ſuum primum habet in plano æquatoris terreſtris A B, ad quem dirigitur. Patet vero, tunc puncta quævis *a*, A, *m* æque prominenti ſphæroidis aquei parti immerſa eſſe tum in *a*,

& in

& in *m* in æstu vespertino, tum in *b*, & in *n* in æstu matutino. Quum tellus erit in D, aut in C hoc non continget.

Æstus vespertinus est, qui contingit horis ferme tribus post lunæ transitum per meridianum H supra horizontem: matutinus, qui contingit horis ferme tribus post lunæ transitum per meridianum L infra horizontem, seu per meridianum gradus 180 distantem a meridiano loci; in quo æstus habetur.

1466. PHÆNOMENON VIII. *In syzigiis solstitii æstivi maris æstus diurnus circa æquatorem major est nocturno.*

EXPLICATIO. In solstitio æstivo tellus est in C in capricorno: luna in syzigiis est in M, aut in N; tunc sphæroidis aquei directio est *v* C *m*: hujus axis tropicos respicit: in diurna telluris C revolutione punctum *m* in conjunctione cum luna M percurrit tropicum cancri; & punctum *v* in conjunctione cum luna N percurrit tropicum capricorni.

I. Si luna est in M, supra horizontem cum sole est in diurna telluris revolutione. Tunc punctum terrestre *a* diurnam revolutionem *a b a* faciens altius immersum est sphæroidi aqueo in *a m*, quam in *b n*: atqui æstus *a m* est diurnus, qui contingit hora ferme tertia post lunæ M transitum per meridianum supra horizontem; sicuti æstus *b n* est nocturnus, qui contingit hora ferme tertia post lunæ M transitum per meridianum infra horizontem.

Patet jam, æstum *a m* diurnum majorem esse nocturno *b n* in puncto *a* citra æquatorem ad boream. Oppositum in *e* contingit ultra æquatorem ad austrum. In revolutione diurna *e d e* puncti *e* æstus vespertinus *d u* matutino *e t* major est.

II. Si luna est in N, infra horizontem est quum sol supra est. Tunc terrestre punctum *a*

dus 90 *ab oriente in occidentem extenduntur*. (*Fig.* 56).

EXPLICATIO. Phænomeni ratio est, quia actio lunæ L extenditur per totum arcum B X A, ut aquas deprimat in *a*, & elevet in *b*. At si mare extensionem habeat tantum B X, actio lunæ frustranea est in toto arcu X A: in A X aquæ non sunt, quæ sua depressione X *a* concurrant ad aquarum elevationem X *b*: quare aquæ multo minus in *b* assurgent.

Ceterum, quum actio lunæ, ut actio quævis mechanica, successiva sit, debent aquæ diutius lunæ vim attractivam perpeti, ut successive, & paulatim ex repetitis his attractionibus eum motus accelerati gradum acquirant, quo hinc deprimantur, illinc attollantur; hoc vero satis, & sensibiliter contingere nequit in exiguo freto centum, aut paulo plures leucas lato, neque in mari nimis polis propinquo, ubi aquæ constantem uniformis compressionis statum obtinebunt (1455, III).

Quæ quum ita sint, maximi æstus habebuntur in immenso mari Pacifico, inter occidentale Americæ litus, & orientale Asiæ. In mari Atlantico inter Africam, & Americam æstus minores esse debent sub zona torrida, ubi mare minus latum est, majores sub temperatis, ubi mare, ad austrum præsertim, latius est. Hæc vero consectaria experientia comprobat.

Ad insulas quasdam oceani non procul a litore æstus maris aquas non nisi ad tres, aut quatuor pedes attollit, quum obsistant litora, syrtes, scopuli, quibus aquæ retardantur, & alio divertuntur. Ad litora terrarum amplissimarum, quo libere affluunt, triplo, aut quadruplo altius attolluntur.

1469. NOTA. Maris æstus magna ex parte

pendet a marium positione respectu æquatoris, a litorum directione, a fundi figura, ab innumeris peculiaribus causis, quæ aquarum intumescentiam, & depressionem augere, aut minuere possunt pro locorum diversitate. Quare ne ubique expositos effectus expectes, sicuti semper contingerent, si maris cavitas ubique æqualis, æque profunda, æquatori, & tropicis parallela esset. Nonnulla hic subiiciam, quæ peculiaribus casibus accommodari poterunt.

I. Putei, lacus, stagna, flumina, fluvii, aquæ omnes oceano non communicantes æstu carent; neque enim satis extensæ sunt, ut a solis, & lunæ actione hinc deprimantur, illinc attollantur. Vires in has aquas sive ad medium, sive ad extrema agentes, sunt omnes ad sensum æquales, & parallelæ; nullam ergo in exiguis aquæ portionibus, quas afficiunt, gravitatis inæqualitatem parere debent; ut alibi explicavimus (1457).

II. Freta oceano communicantia semper ejus æstum sentire deberent: aquæ enim solis, & lunæ actione in oceano alternis elevatæ, & depressæ, modo ab oceano in freta refluere, modo ab his in oceanum affluere deberent. Verum plures causæ huic æstus communioni inter oceanum & freta obstare possunt. Exempli causa,

Mare Balticum æstu caret; sive quia situm sit in latitudine gradum 55, ubi jam æstus minimus esse debet (1455); sive quia fretum, quo Oceano communicat adeo arctum, tortuosum, syrtibus interseptum est, ut in æstu aquæ ubique impeditæ, & innumeris modis repulsæ attolli nequeant, aut deprimi, quum minima propterea aquæ quantitas illinc effluere, aut illuc ab oceano affluere possit.

In *Mediterraneo* maris æstus minimus est, saltem ad plæraque ejus litora; primo quia mare

re hoc pluribus, & magnis insulis consertum, a quibus veluti in totidem stagna dividitur, nequit magis æstum pati, quam lacus, aut stagna superius memorata. Deinde quia fretum Gaditanum, quo Oceano communicat, quodque quatuor tantum, aut quinque leucas latum est, nimis arctum est, ut æstus tempore aquæ volumen illi addat, aut demat, unde ejus altitudo minuatur per longitudinem leucarum ferme 900, & latitudinem mediam leucarum ferme 130.

In *Erithræo* maximus est maris æstus; hoc enim mare satis rectum Oceano Indico ostiis amplis ad orientem communicans aptissimum est, ut libere superfluentes Oceani aquas excipiat, easque refluas in Oceanum remittat.

In *Adriatico* habetur æstus major, quam in reliquo mediterraneo; hoc enim mare ita maximæ mediterranei amplitudini communicat, ferme ut Erithræum oceano; adeoque facile aquas a luna elevatas, & ab Africæ, Siciliæ, Calabriæ ulterioris, Peloponnesi, Epyri litoribus repulsas admittit.

Objectiones diluendæ.

1470. OBJECTIO I. Si actio solis, & lunæ aquarum gravitatem auget in quadraturis, minuit in syzigiis; eædem causæ ceterorum corporum gravitatem alternis augere, & minuere deberent sexta quaque hora; hæc vero alterna gravitatis mutatio percipi deberet, præsertim tempore summorum maris æstuum in pendulorum oscillationibus, quæ a gravitate pendent, & quum gravitas varia est ipsæ quoque variæ sunt (251). Atqui nulla in penduli oscillationibus distinguitur mutatio; etsi & il-

lud,

lud, ut aquæ maris, modo cum sole, & luna in quadraturis sit, modo in syzigiis: ergo luna, & sol nullam in pendulo gravitatis variationem pariunt; ergo neque in aquis maris; ergo falsa est Neutoni de maris æstu theoria.

RESPONSIO. Libenter cum Neutono fatemur, solis & lunæ attractionem alternis sexta quaque hora cum aliquot minutis augere, & minuere corporum omnium terrestrium gravitatem in zona torrida, & in temperatis fere cunctis: globum bellicum, pendulum oscillatorium in lunæ syzigiis aliquanto minus (a) sub luna positum gravitare, quam sex, aut duodeviginti horis post, quum erunt cum hisce astris in quadratura.

Num propterea celeriores fient penduli vibrationes in syzigiis sub hisce astris, lentiores quum illa a pendulo gradibus 90 distabunt? Ita esset, si gravitatis quantitas ab hisce astris pendulo addita, aut adempta causa esset, ut sensibilem effectum pareret ad penduli oscillationes accelerandas, aut retardandas.

Verum experientia constat, si accuratissimæ bilancis lancibus utrinque imponantur grana 4000, æquilibrium habitum iri: & addito uni lanci grano uno, seu $\frac{1}{4000}$ totius ponderis, adhuc æquilibrium haberi, nullo additi ponderis sensibili effectu. Unde sequitur, augmentum ponderis in corpore non percipi nisi ponderis totius corporis partem quater millesimam excedat.

Atqui ex Neutoni calculis, gravitatis quantitas, quam conjuncta solis & lunæ attractio in syzigiis, & qua-

(a) *In autographo est* magis. *Error, fortasse typographi*. Interpres.

& quadraturis minuit, & auget respective corporum terrestrium gravitatem, est ad naturalem eorum gravitatem ut 1 ad 2032890. Ergo $\frac{1}{2032890}$ gravitatis, quum minus sit quantitate $\frac{1}{4000}$ in bilance addita, sive addatur, sive dematur, etsi vera sit, nullum sensibilem effectum in pendulo parere potest.

Qui plura hac de re cupit, Neutoni ipsius opera consulat, aut docti, & acuti Abbatis Sigorgnii Institutiones Neutonianas.

1471. OBJECTIO II. Scopulum vitantes alteri illidimur. Qua ergo ratione tam minima gravitatis mutatio a luna in syzigiis, & in quadraturis effecta maris aquas ad duodecim pedes, & ultra attollere poterit?

RESPONSIO. Vis viva (278), etsi minima actionem suam attractivam infinitis attractionibus multiplicando in aquæ moleculas maxime mobiles potest dato tempore effectum maxime sensibilem in illis parere. Ostendamus, vim a Neutono definitam $=\frac{1}{2032890}$ aquas maris sub luna ad pedes 10, aut 12 attollere posse.

I. Notum est, corporum omnium, adeoque & aquarum maris gravitatem majorem esse ad polos quam ad æquatorem; & corporis gravitatem ad polos esse ad ejusdem gravitatem ad æquatorem, proxime ut 202 ad 201 (252): ergo differentia gravitatis ad polos, & ad æquatorem est $\frac{1}{202}$.

II. Notum est, tellurem ad æquatorem elatam esse, ad polos depressam, & maris aquas ad æquatorem altiores esse, quam ad polos leucis sex, aut septem (1375). Ergo imminutio gravitatis $=\frac{1}{202}$ in his aquis sub æquatore elevationem parit leucarum ferme sex, quæ pedes continent 82332.

III. Quæratur modo per regulam auream mutatio, quam in media aquarum altitudine parere

rere debet augmentum gravitatis $= \frac{1}{2032\frac{1}{2}890}$, hac analogia: $\frac{1}{202} : \frac{1}{2032\frac{1}{2}890} :: \frac{82332}{1} : x$. Invenietur quartus terminus (*Math.* 212), ferme 8; qui exprimet numerum pedum, quibus aquæ maris ſupra naturalem altitudinem attolli debent, quum earum gravitas imminuitur quantitate $= \frac{1}{2032\frac{1}{2}890}$.

Hac porro quantitate ſemper aquæ maris attollerentur in lunæ, & ſolis ſyzigiis ex horum aſtrorum attractione, ſi ſemper vis hæc nullo obſtaculo in aquas ageret. Eadem quoque quantitate infra naturalem altitudinem deprimerentur ſex ferme horis poſt, ſi actio deprimens attollenti æqualis eſſet; aſt illa hujus ferme dimidia tantum eſt (1237, II.). Hinc in majoribus æſtibus habetur differentia elevationis pedum ferme 12 inter ſummam altitudinem, & infimam aquarum depreſſionem. Si quando mare ad litora altius aſſurgit, ex violento in litus incurſu altius ita attolli cogitur.

IV. Ceterum hoc phænomenon, cujus cauſa veluti infinite parva videtur, magis aliis quamplurimis, quæ non miramur, mirum eſſe non debet. Nonne ſæpius maris aquas vehementer in ipſa malacia agitari videmus? Hoc a maxima aquarum mobilitate procedit, quæ minimi zephiri impulſu agitantur, & ex inertia velocitatem conceptam ſervantes, tandem non exiguo motu cientur; etſi hujus cauſa in ſe minima ſit.

1472. OBJECTIO III. Certum eſt, doctis omnibus fatentibus, maris æſtus cauſam præcipuam eſſe lunæ actionem in aquas maris. Verum hæc actio quidni preſſio ſit, non attractio? Hujuſmodi actio facilius concipi poſſe videtur.

RESPONSIO. Non quæ facilius concipiuntur in phyſicis ſunt admittenda. Speciosa hæc ſæpe ſunt, non tamen vera. Nulla itaque præ-

ter

ter attractionem phænomeni hujus causa admitti potest. Evidens vero est, maris æstum non procedere a lunæ in aquas pressione a sua attractione in vacuo distincta.

I. Nequit luna pressione in maris aquas agere, nisi inter mare, & lunam materia sit comprimibilis satis densa, ut lunæ pressioni valide resistat, & satis reagens, ut valide, & citissime lunæ pressionem ad maris aquas transmittat, materia tandem Cartesianis vorticibus consimilis, quorum inanitatem pluribus demonstravimus. Atqui evidenter ex tota motus, & causarum physicarum theoria constat, hanc materiam inter tellurem, & lunam non haberi (1398); nequit ergo lunæ pressionem mari communicare.

II. Si inter tellurem, & lunam existeret materia comprimibilis apta mari lunæ pressionem communicare; patet, hanc materiam a luna compressam debere præcipue aquas illas premere, & deprimere, quæ cum luna in conjunctione sunt, & in oppositione; eas procul repellere, & undequaque attollere ad partes terrestres, quæ cum luna sunt in quadratura, ad polos scilicet, & ad puncta omnia peripheriæ terrestris; cujus radius lunæ vector axis esset: quod sane toti maris æstus theoriæ, & observationi adversatur.

Evidens ergo est, maris æstus causam non esse lunæ pressionem, neque ex theoria pleni, & vorticum felicius maris æstum, quam planetarum, & cometarum motus explicari (1399).

§. III.

§. III.

MARIS ÆSTUS CONSECTARIA.

1473. OBSERVATIO. Quæcumque sit maris æstus causa physica, *certum est, sphæroidem aqueum semper ad lunam præcipue directum perpetuo planetæ hujus motum diurnum seu verum, sive apparentem sequi*, revolutionem quotidie utrinque faciendo circa tellurem ab oriente in occidentem, easdem aquas successive elevando, & deprimendo tum in hemisphærio lunæ obverso, tum in opposito. Quum luna est in plano æquatoris, sphæroides aqueus revolutionem suam diurnam efficit in plano æquatoris. Quum luna extra æquatoris planum est, duplex apex oppositus sphæroidis aquei hinc inde ab æquatore duplicem peripheriam describit ad sensum parallelam circulo diurno, quem luna eodem tempore describit, aut describere videtur. Hac in re nonnulla non levis momenti adnotanda sunt (*Fig.* 56).

I. Quum axis sphæroidis aquei est in plano æquatoris, sphæroidis apex *b* horis 24, & minutis ferme 50 revolutionem perficit *b a d c b*, semper extans, ut in *b*, semper a luna distans gradibus ferme 45 ad orientem, semper post lunam aquas attollens, primo in B, dein in X, in A, in G, in D, in H, in C, in R, & iterum in A.

At non propterea inferas, aquas ipsas *b* diurnum lunæ motum sequi, sicut illum pars eminens

nens aquei promontorii sequitur. Aquæ hæ ipsæ individuæ *b* alternis a B in *b* elevatæ, & a *b* in B depressæ semper ad sensum eodem in loco permanent; semper in eadem maris parte ferme persistunt: semper, saltem in malacia, eidem terrestri radio vectori T B insident; neque ex B in X lunam motu progressivo sequentes transeunt. Ratio hujus est, quia si modo luna in N eas attrahit directione B X; post horas 18 luna in K eas attrahet directione opposita B R; atque ita porro. Attractiones hæ æquales, & oppositæ invicem eliduntur; & aquæ *b* neque hac, neque illac ad sensum trahuntur. Itaque *attractio lunæ aquis, quas alternatim attollit, ac deprimit, motum non indit neque ab oriente in occidentem, neque ab occidente in orientem*. Idem de solis attractione dicas.

II. Quoniam pars eminens sphæroidis aquei semper lunæ obversa est; hæc vero alternis ab æquatoe ad tropicos, & hinc illuc transit; *pars eminens sphæroidis aquei modo per maria æquinoctialia procedere debet, modo utrinque ad tropicos accedere*.

Quum pars hæc eminens sphæroidis aquei erit utrinque in plano æquatoris; maria sub tropicis sita ad æquatorem confluent ad duplex promontorium aqueum efformandum, aut augendum. Quum deinde pars hæc eminens sphæroidis erit utrinque sub tropicis; maria æquinoctialia ad tropicos fluere cogentur, ut ibi utrinque duplex promontorium aqueum efficiant, aut augeant. *Hinc alterna, & periodica loci mutatio in ingenti aquarum copia*; a qua loci mutatione plura in mari magna phænomena oriri debent; inter quæ solos marinæ aquæ cursus considerabimus.

III. Neque dixeris, eminentem sphæroidis aquei partem quid minimum esse immensis maris

ris aquis comparatam. Facile ostendam, *partem hanc eminentem maximum aquæ volumen esse*. Constat enim utrinque circa tellurem, & sub luna duplici cumulo aqueo, cujus crassities in summa altitudine pedum 10, aut 12 sensim minuitur undequaque protensa ad gradus 54, & minuta 44 (1237, VII.) scilicet per leucas ultra 1350 undequaque circa summam aquarum, quibus constat, altitudinem. Tantum aquæ volumen qui alternis ab æquatore ad tropicos, & hinc illuc feratur, quin magnos effectus pariat in diversis maris partibus, per quas perpetuo, & periodice evolvitur?

Marini aquarum cursus.

1474. DEFINITIO. *Marini aquarum cursus* vocantur torrentes quidem constantes, aut temporarii, magis, minusve celeres, magis, minusve vasti, qui in mari seu placido, sive agitato motum habent progressivum, instar torrentum, & fluminum per terras fluentium; hoc tamen discrimine, quod torrentes, & fluvii in terris semper eadem directione fluunt; at marini aquarum cursus sæpius in mari oppositis directionibus feruntur. Inter hos aquarum cursus in mari diversis in locis observatos,

I. Aliqui constantes sunt, qui semper eadem directione feruntur. Hujusmodi est qui perpetuo a ponto Euxino in mediterraneum per fretum Constantinopolitanum fluit. Item qui, ut ferunt, ab Africæ litoribus ad Americæ litora perpetuo feruntur.

II. Alii temporarii sunt; ab illius maris agitatione orti, & cum causa illos producente cessant, aut mutantur.

III. Alii duplices sunt, & alius supra alium op-

oppositis directionibus excurrunt: sicuti nubes duas videmus, alteram a borea in austrum, alteram ab austro in boream ferri a duobus ventis actas, aliam supra, aliam infra. Hujusmodi sunt, testibus nonnullis observatoribus, duo cursus oppositi in freto Gaditano, ubi cursus superior in mediterraneum prorumpit, dum inferior erumpit. Cursus hi permanentes esse nequeunt.

1475. ASSERTIO. *Marini aquarum cursus aut a fluviorum aquis maria quadam attollentibus, aut a ventis aquas ad quadam litora coacervantibus, aut a solis, & lunæ attractione ingens aquæ volumen ab æquatore ad tropicos, & hinc illuc transferente repetendi esse videntur.*

EXPLICATIO. I. Aliquorum ex his cursibus causa unica constans esse videntur super effluentes fluviorum aquæ in quædam freta influentium. Hujusmodi est cursus in freto Constantinopolitano. Pontus Euxinus parum latus perpetuo immensam aquarum copiam excipit a pluribus magnis fluviis, Danubio, Borysthene, Tyra, Tanai. Sola evaporatione tanta aquarum copia non absumitur; quare Euxinus hinc mediterraneo altior effectus eas in hoc exonerare perpetuo cogitur.

II. Aliorum causa unica esse videntur venti. Neque enim apparent, nisi mari procellis agitato, quæ aquas modo ad hoc, modo ad oppositum litus coacervantes, illas diversis directionibus ferri cogunt juxta ventorum impulsum, & litoris repellentis positionem.

III. Alii sunt, quorum causa physica prima, & præcipua videtur esse actio illa constans, qua maris æstus efficitur, & ad diversas maris partes traducitur (1473, II.). Maris enim aquæ primo ab æquatore ad tropicos refluentes, inde mox utrinque ad æquatorem confluentes, necessario

in

in earum cursu detineri, aut alio diverti debent modo a magnis insulis, modo a continentibus terris, modo ab inæquali maris fundo. Debent ergo juxta fluidorum impulsus, & reactionis leges pluribus in locis aquarum cursus efficere, quorum causa generalis, & primigenia erit ipsa maris æstus causa; quorum vero directio, vis, diuturnitas, extensio a pluribus peculiaribus causis procedent; quæ aliquando statim patefient, aliquando acutissimam observatoris cujusque sagacitatem deludent.

Exempli causa, explicari possunt hoc pacto aquarum cursus ab Africæ oris ad Americæ oras directi. Concipiatur sub æquatore terrestri longa montium series in imo mari delitescentium. Quum duplex promontorium aqueum ab æquatore ad tropicos feretur, aquæ ab æquatore ad tropicum refluentes, & in hos montes incurrentes, obstaculo parallelæ fluent ab Africano litore, quo coacervatæ, & detentæ fuerant, ad Brasiliæ litora, & ad fretum Mexicanum, ubi maria latiora sunt. Quum vero duplex promontorium aqueum a tropicis ad æquatorem verget, aquæ a tropicis ad æquatorem affluentes, postquam ad Africæ litora, quibus coercentur, intumuerint, cogentur secus illam montium seriem ad Americam refluere, ubi liberius extendi possunt.

Æstus

Æstus in athmosphæra.

1476. ASSERTIO. *Atmosphæra terrestris æstum marino similem subire debet.*

EXPLICATIO. I. Verosimillimum, imo certum est, athmosphæram terrestrem eidem subesse causæ physicæ, a qua maris æstus producitur; hujus enim causæ actio omnia omnino corpora afficit; athmosphæra vero terrestris partibus constat gravibus, seorsim mobilibus, circa tellurem diurna revolutione actis ut aquæ maris. Itaque,

II. Athmosphæræ terrestris pars, quæ a terræ centro visa est cum luna in conjunctione, aut oppositione, partem suæ gravitatis, ut pars maris, cui ipsa imminet, amittere debet; nitetur igitur utrinque attolli in duplex promontorium aereum supra ipsum promontorium aqueum. Contra vero omnes athmosphæræ partes, quæ a terræ centro visæ in quadratura cum luna erunt, gravitatis augmentum acquirent, ut aquæ, quibus incumbunt; ergo undequaque deprimentur ad terræ centrum, & partem depressam sphæroidis aerei efficient supra ipsam sphæroidis aquei partem depressam.

III. Sphæroides hic aereus axe suo primo semper ad lunam converso, & gradus ferme 45 a luna ad orientem distans, ejus motus sequetur ab æquatore ad tropicos, & vicissim; ut sphæroides aqueus; ab eadem enim causa omnino procedit.

IV. Sphæroidis aerei elevatio sphæroidis aquei elevatione major erit; sive quod athmosphæra, quum lunæ propior, quam mare sit, magis lunæ attractionem sentiat (1416); sive quod, quum athmosphæræ diameter maris dia-

mo-

metro major sit, ubique in quadraturis majori attractionis obliquitati obnoxia sit; quo fit, ut multo major lunaris attractionis pars insumatur in ea ad terræ centrum deprimenda. (1457)

V. Quum eminens sphæroidis aerei pars in barometrum gravitat, mercurium altius non attollet: etsi enim columna hæc aerea altior sit, quam quæ gradus 90 distat, minus tamen, proportione habita, gravis est; adeoque inter utramque æquilibrium perseverat.

VI. Quum pars eminens sphæroidis aerei hinc inde ab æquatore alternis feratur, & vicissim; patet perpetuum hunc transitum sine perpetuo aliquo motu partium aerearum fieri non posse: hæ vero periodice ab austro in boream, & vicissim refluentes partem aliquam in ventorum origine habere debent.

2477. NOTA. Quum dimidia terrestris athmosphæra semper soli obversa sit, atque hæc semper magis altera calefiat, & dilatetur; jam diurna, seu vera, seu apparens, solis revolutio perpetuam in athmosphæra agitationem parere debet, quam successive totam calefacit, & rarefacit ab oriente in occidentem. Hinc quoque in athmosphæræ particulis oriri poterit exiguus motus ab oriente in occidentem semper partem versus magis calefactam, ac rarefactam, quæ motu hoc ab oriente in occidentem donata est.

Perpetuus hic exiguus athmosphæræ motus ab oriente in occidentem solem sequens facile causa erit ventorum quorumdam levissimorum, sed constantium, qui in mari præsertim Pacifico perflant; quibus, ut nautæ dicunt, facilius ab oriente in occidentem, quam contra, navigatur.

CON-

CONCLUSIO.

1478. *Omnia itaque in natura attractionem Neutonianam testantur*; omnia siquidem ipsam dari, & agere comprobant. Generalis haec attractionis lex in directa ratione massarum, & duplicata inversa distantiarum innotescit in corporum gravitate, in ellipticis planetarum, & cometarum motibus, in miro maris aestus phaenomeno, in natura universa, cujus ipsa arcanum machinamentum est, & mobile praecipuum.

Ante Neutonum natura in suis effectibus nosci coeperat; omnia tamen in illa perturbata videbantur, quod causa praecipua ignoraretur. Neutonus docta manu tenebras dissipavit, in quibus magna rerum omnium causa motrix delitescebat; tunc vero omnia ea, quae in natura perturbata videbantur, uti lunae anomaliae, motus telluris retrogradus circa axem axi eclipticae parallelum, inaequales planetarum velocitates in curvis inaequaliter excentricis, & in se redeuntibus, detecta sunt esse consectaria, & effectus causae sinplicis simul, & foecandae, cujus theoria speculativa aeque certe ad caelestium motuum cognitionem adducit, ac accuratissimae observationes. Quo magis enim caelum cognoscitur, eo magis observationes Neutonianae attractionis theoriae consentiunt.

Quae quum ita sint, quis jam in dubitationem venire possit, principium simplex adeo, & foecundum, toti naturae theoriae apprime consentiens, physicis, & astronomicis phaenomenis, eorumque conditionibus, proprietatibus, variationibus mirabili modo consentaneum, fictitium esse, & re ipsa non existere? Praeter

omnem

omnem rationem ſane eſſet iſta ſuſpicari. Qui ita Pyrrhonicorum more ſentiret, jam de cauſis omnibus phyſicis ſuſpicari deberet, quæ tantum ex effectibus innoteſcunt, & quarum nulla tam dilucide, tamque univerſim ſe, & vires ſuas oſtentat, quam attractio a Neutono detecta, & explicata.

Itaque attractio cum impulſione in tellure, ab impulſione ſejuncta in cælis præcipua eſt *cauſa phyſica* phænomenorum, quæ in univerſa natura videmus; in *magna hac rerum univerſitate* ſcilicet, in qua ubique Dei creatoris ſumma ſapientia, potentia, & permanens actio elucet, & cujus divitias, ac machinamentum hactenus expoſuimus in hoc opere, quod ſingillatim omnes Phyſicæ partes complectitur, nec ullis, niſi ipſius naturæ terminis, limitatur.

FINIS.

005679080



